

Udkast 1.1

Bilag 68A

Matematik A - htx, august 2024 - forslag til læreplan

1. Identitet og formål

1.1. Identitet

Faget matematik omhandler menneskets forsøg på at beskrive den verden vi lever i gennem matematisk modellering af naturvidenskabelige og samfundsvidenskabelige samt tekniske og teknologiske områder. Hermed bliver matematikken det sprog, som disse fag betjener sig af i beskrivelsen af kvantificerbare størrelser og relationer mellem disse.

Som borger i et moderne og demokratisk samfund er kritisk stillingtagen og fortolkning af matematiske modeller en væsentlig kompetence, ligesom forståelsen for og brugen af digitale matematiske hjælpemidler i et digitalt samfund.

Faget beskæftiger sig med opstilling af generelle regler og relationer, og mens matematikkens deduktive side knytter an til udvikling af logisk tænkning og ræsonnement, giver den induktive side mulighed for udvikling af kreativitet.

Den anvendelsesorienterede dimension i faget har stor vægt og består i, at man ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskriver og analyserer problemstillinger inden for ovenstående områder og efterfølgende udvikler og vurderer løsninger.

Dette tilsammen bidrager til elevernes almindelse, giver eleverne studiekompetence inden for det naturvidenskabelige, teknologiske og tekniske område og kvalificerer deres studievalg.

1.2. Formål

Med udgangspunkt i matematiske og praktiske problemstillinger opnår eleven kompetencer, der giver den enkelte både en formel og en reel studiekompetence på højeste gymnasiale niveau. Faget medvirker til at udvikle elevens personlige kompetencer såsom analytisk sans, logisk tænkning og præcist sprogbrug. Eleven skal gennem uddannelsen stifte bekendtskab med matematisk teori, som man møder den i de videregående matematikholdige uddannelser. Gennem samspillet med uddannelsens øvrige fag skal eleven opleve, at matematik er et kraftfuldt redskab til at beskrive, analysere og løse problemer inden for mange fagområder – først og fremmest inden for de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag.

Arbejdet med matematisk stof leder frem til, at eleven opnår viden og kundskaber indenfor matematik, og sætter den enkelte i stand til at forstå, analysere, vurdere og træffe beslutninger i samfunds-, erhvervs- og studiemæssige sammenhænge.

2. Faglige mål og fagligt indhold

2.1. Faglige mål

Eleverne skal:

- opnå fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement og selv kunne foretage matematiske ræsonnementer og beregninger samt udføre beviser
- genkende og skifte mellem verbale, grafiske og symbolske repræsentationer af matematiske problemstillinger fra fagets indhold, vurdere, i hvilke tilfælde de forskellige repræsentationsformer er hensigtsmæssige, samt udvælge og anvende en hensigtsmæssig repræsentationsform på en given problemstilling
- læse og redegøre for centralt indhold i matematiske tekster
- opstille og håndtere formler, herunder oversætte mellem matematisk symbolsprog og dagligt talt eller skrevet sprog samt anvende symbolsprog, herunder variabelskift til løsning af problemer med matematisk indhold
- kunne analysere praktiske problemstillinger primært inden for teknik, teknologi og naturvidenskab, opstille en matematisk model for problemet, løse problemet samt dokumentere og tolke løsningen, herunder gøre rede for modellens eventuelle begrænsninger og dens validitet samt kunne foretage denne proces i samspil med andre fag
- kunne anvende relevante matematiske hjælpemidler, herunder CAS og matematikprogrammer, til visualiseringer og undersøgelser, der understøtter begrebsudviklingen samt til dokumentation. Endvidere kunne benytte it til beregning og undersøgelse af udtryk, som ligger i direkte forlængelse af det i pkt. 2.2. nævnte
- opnå en robusthed i omgang med faget og træning i basale færdigheder, herunder skelne mellem hvornår et problem kan løses analytisk eller ved brug af CAS
- formidle matematiske metoder og resultater i et hensigtsmæssigt sprog
- kunne formulere og løse matematiske problemer af såvel teoretisk som anvendelsesmæssig karakter
- demonstrere grundlæggende viden om fagets identitet og metoder
- beherske fagets mindstekrav.

2.2. Kernestof

Gennem kernestoffet skal eleverne opnå faglig fordybelse, viden og kundskaber.

Kernestoffet er:

- grundlæggende regnefærdigheder; regningsarternes hierarki, reduktion, faktorisering, regler for regning med potenser og rødder, logaritmer og numerisk værdi, forholds- og procentregning, overslagsregning, ligefrem og omvendt proportionalitet
- funktionsbegrebet; repræsentationsformer, definitions- og værdimængde, fortegnsvariation, monotoniforhold, beskrivelse ud fra en grafisk repræsentation
- karakteristiske egenskaber ved funktioner; lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger- og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner samt sammensatte og stykkevist definerede funktioner
- ligningsløsning; analytisk, grafisk og ved hjælp af it
- regression; xy-plot af datamateriale samt karakteristiske egenskaber ved lineære, eksponentielle, potens og polynomielle sammenhænge samt lineær, eksponentiel, potens og polynomiell regression
- differentialregning; begreberne grænseværdi, kontinuitet og differentiability samt definition og fortolkning af differentialkvotient, tangentligning, væksthastighed, differentialkvotientens sammenhæng med monotoniforhold, ekstrema og optimering samt bestemmelse af den afledede funktion for lineære funktioner, polynomier, eksponentielle udviklinger og logaritmefunktioner, potensfunktioner og trigonometriske funktioner, regneregler for differentiation af sum, differens og produkt af to funktioner samt funktion multipliceret med konstant og sammensætning af to funktioner
- integralregning; integrationsprøven, stamfunktion for lineære funktioner, polynomier, den naturlige eksponentialfunktion, logaritmefunktioner og trigonometriske funktioner, bestemte og ubestemte integraler, anvendelse af regneregler for integration af sum, differens, funktion multipliceret med konstant og integration ved substitution, areal- og volumenberegninger, kurvelængde
- differentiaalligningsbegrebet; eftervisning af løsning ved indsættelse, fuldstændig og partikulær løsning, Eulers metode, løsningskurver og linjeelementernes sammenhæng med disse
- grundlæggende klassisk geometri og trigonometri; forholdsregninger i ligedannede trekanter, beregninger i retvinklede og vilkårlige trekanter, bestemmelse af areal af plane figurer samt volumen og overfladeareal af rumlige figurer
- analytisk plangeometri; punkt, linje, parabel og cirkel, skæringer og afstande
- geometrisk og analytisk vektorregning i planen; vektorrepræsentation både med kartesiske og polære koordinater, komponenter, længder og vinkler
- geometrisk og analytisk vektorregning i rummet; linjer og planer, projektioner, længder, afstande, skæringer og vinkler
- Vektorfunktioner; grundlæggende beskrivelse af vektorfunktioner i planen som en udvidelse af funktionsbegrebet herunder definition af en vektorfunktion, tangent-, hastigheds-, og accelerationsvektor, fart
- diskret matematik; talfølger og rekursive følger, diskrete modeller, Newtons metode.

Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer med og uden matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation.

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Ved udvælgelsen af det supplerende stof lægges vægt på at:

- understøtte de faglige mål, herunder de faglige mindstekrav
- inddrage matematisk teori og anvendelser, der udgør en progression i forhold til kernestoffet dels ved at perspektivere områder fra kernestoffet og uddybe de faglige mål, der er erhvervet herfra, og dels ved at inddrage andre matematiske områder
- understøtte fagets samspil med andre fag. Dette kan f.eks. ske ved at udvælge områder, som medvirker til opfyldelse af mål i elevens øvrige fag
- understøtte elevens fordybelse i matematisk teori, modellering og anvendelser
- styrke elevens studiekompetence herunder læsning af matematisk tekst.

Særligt for treårige hold til A-niveau

På treårige hold til A-niveau skal der gennemføres et forløb, der har fokus på mundtlig fordybelse. Dette forløb skal så vidt muligt understøtte den profil, der tegner den givne studieretning.

Særligt for étårige hold til A-niveau

For étårige hold, der løfter matematik B til A-niveau, gennemføres et forløb med sigte på mundtlig formidling og faglig konsolidering af stoffet fra B-niveau svarende til A-niveauets krav til argumentation og abstraktion.

Der skal indgå materiale på engelsk samt, når det er muligt, på andre fremmedsprog.
Dele af det supplerende stof vælges i samarbejde med eleverne.

2.4 Omfang

Forventet omfang af fagligt stof er normalt svarende til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale.

3. Tilrettelæggelse

3.1. Didaktiske principper

Arbejdet med matematik foregår som en vekselvirkning mellem teori og anvendelser, der har udgangspunkt i tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige problemstillinger.

Undervisningen i grundforløbet skal tilrettelægges, så der skabes en hensigtsmæssig overgang fra folkeskolens beskrivende og forklarende til gymnasiets ræsonnerende og begrundende matematikfaglige skriftlige og mundtlige aktiviteter. En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet, er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet.

Under benyttelse af såvel deduktive som induktive undervisningsprincipper beskæftiger eleven sig med den teori, der anvendes til løsning af et givet problem. Matematikkens særkende er bevisførelse på grundlag af aksiomer og regler, og det er derfor et væsentligt aspekt ved undervisningen, at eleven stifter bekendtskab med matematisk deduktion. Samtidig er det vigtigt, at eleven gennem matematikfaglige aktiviteter oplever, at en eksperimenterende tilgang til faget styrker forståelsen af det teoretiske stof. Den eksperimenterende tilgang medvirker desuden til at udvikle elevens innovative og digitale kompetencer.

For at styrke elevens ræsonnementskompetence og matematiske begrebsforståelse skal der i undervisningen arbejdes med at udvikle og vedligeholde elevens basale færdigheder i tilstrækkeligt omfang.

Ved at graden af selvstændighed øges og ved at der arbejdes med dele af stoffet på et højt abstraktionsniveau, øger eleven både sin almene og sin faglige studiekompetence.

Eleven skal opfatte matematik som et fag, der kan bruges til løsning af problemer i andre fag. Her tænkes på praktiske problemer fra teknologi, teknikfagene og mere teoretiske problemstillinger fra de naturvidenskabelige fag. Ved hjælp af induktive arbejdsmetoder og problemløsningsværktøjer hentet fra matematikken skal eleven arbejde med at analysere, opstille løsningsmodeller og vurdere de opnåede resultater inden for såvel matematik som de øvrige fag.

Elevernes grundlæggende matematiske færdigheder skal udvikles og gøres robuste gennem eksplicit fremhævelse af relevante mindstekrav, når disse optræder i den faglige kontekst i en given undervisningssekvens.

3.2. Arbejdsformer

Når eleverne arbejder med praktiske problemstillinger, fagets undersøgende sider og anvendelser af faglige metoder og modeller, skal der prioriteres at arbejde med forskellige arbejdsformer som gruppe-, emne- samt projektarbejde. I forløb, hvor der arbejdes med opbygning af og indsigt i matematiske teoriområder, skal deduktiv undervisning prioriteres som arbejdsform. Derudover skal eleven trænes i faglig læsning.

Træning og fastholdelse af færdigheder skal ske gennem løbende arbejde med mindre træningsopgaver, multiple choice-opgaver eller tilsvarende. Der skal endvidere arbejdes med traditionelle individuelle opgaver til aflevering.

Der skal arbejdes systematisk med elevernes mundtlige formidling af matematiske emner, herunder elevernes selvstændige bearbejdning og præsentation af matematiske tekster.

Eleven skal have mulighed for selvstændigt at formidle faglige problemstillinger og ræsonnementer såvel skriftligt som mundtligt.

I undervisningen lægges vægt på både den skriftlige og mundtlige dimension, ligesom der lægges vægt på, at læringsmål for de enkelte aktiviteter og forløb er tydelige for eleverne.

Undervisningen tilrettelægges, så eleven får mulighed for mundtligt at fremlægge centrale dele af stoffet med vægten lagt på overblik, evne til generalisation og forståelse for bevisførelse, vekslen mellem forskellige repræsentationer og benyttelse af matematisk sprog.

Eleven arbejder ligeledes med den skriftlige dimension af faget, hvor fokus i stigende grad lægges på matematisering, dokumentation og en naturlig brug af diverse hjælpemidler, herunder formelsamling og digitale værktøjer. Det er væsentligt, at eleven dokumenterer sit arbejde.

Skriftligt arbejde består af:

- selvstændig bearbejdning af matematiske problemstillinger
- at opøve skriftlig formidling, herunder korrekt matematisk sprog og symbolbrug
- at give eleven mulighed for at dokumentere sine matematiske kompetencer

- at opøve og vedligeholde basale matematiske færdigheder
- at give grundlag for lærerens evaluering af elevens standpunkt og elevens vurdering af eget standpunkt
- at opøve systematik og give mulighed for overblik.

Ved formuleringen skal der tages højde for, at opgavebesvarelsenerne kan afleveres i flere omgange med fokus på forskellige aspekter.

Endvidere udfærdiger eleven dokumentation for et antal projekter, der tilsammen i al væsentlighed dækker hovedområderne inden for kernestoffet og supplerende stof. Projekterne er opgaver, der omhandler en konkret problemstilling og indeholder åbne opgaver, hvorved eleven får mulighed for at demonstrere sin selvstændighed i form af f.eks. stillingtagen til dele af opgavens forudsætninger og indhold samt i valg af løsningsmetode. Projekterne indgår i grundlaget for den mundtlige prøve, jf. pkt. 4.2. Der må ikke gives summativ feedback på projekterne.

Gennem arbejdet med projekterne udvikles bl.a. elevernes modelleringskompetence. Projekterne og arbejdet med disse tilrettelægges, så eleverne får mulighed for at gennemgå alle dele i modelleringscyklus og med progression således, at eleven får stadig større mulighed for at vise overblik og selvstændighed.

Afsluttende afsættes 10 timers undervisningstid fordelt på to døgn til en forberedelsesperiode til prøverne i faget, hvor eleverne selvstændigt arbejder med et centralt stillede forberedelsesmateriale under vejledning.

3.3. It

Anvendelse af it-redskaber, herunder Computer Algebra System, CAS, er en integreret del af matematikundervisningen. Eleven arbejder med CAS og andre matematikprogrammer, således at eleven kan blive fortrolig med syntaks og terminologi i og anvendelse af mindst ét matematikprogram.

I løbet af uddannelsen kan it-værktøjerne benyttes til i voksende omfang at foretage:

- modellering
- visualiseringer
- grafisk repræsentation af sammenhænge
- geometriske undersøgelser
- gentagne udregninger
- symbolske beregninger
- numeriske beregninger og ligningsløsning
- løsning af differentiaalligninger
- dokumentation og formidling af resultater.

CAS skal ikke blot udnyttes til at udføre de mere komplicerede symbolske beregninger, men skal også understøtte matematisk begrebsdannelse og dermed forstærke elevernes kompetence til problemløsning og modellering samt til læring af matematik. Selvom CAS indtager en naturlig rolle i det mundtlige og det skriftlige arbejde, må brugen af CAS ikke begrænse elevens tilegnelse og besiddelse af basale færdigheder.

3.4. Samspil med andre fag

Dele af kernestof og supplerende stof skal vælges og behandles, så det kan bidrage til det faglige samspil mellem fagene og i studieretningen. I tilrettelæggelse af undervisningen inddrages elevernes viden og kompetencer fra andre fag, som eleverne hver især har, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets almindelige sider.

Der skal lægges vægt på samarbejdet med de tekniske, teknologiske og naturvidenskabelige fag samt naturvidenskabeligt grundforløb.

Undervisningen tilrettelægges, så sammenhængen mellem matematik og fysik fremstår tydeligt, og så elevens begrebsdannelse i begge fag understøttes.

Når matematik A indgår i en studieretning, skal der planlægges et fælles forløb hvor modeller har en central plads. I forløbet inddrages også tekniske, teknologiske og samfundsmæssige vinkler.

Der er følgende obligatoriske samspil:

Når kemi A er studieretningsfag, skal et forløb omfatte et samarbejde med matematik, som uddyber, anvender eller perspektiverer kemi.

4. Evaluering

4.1. Løbende evaluering

Både elevernes matematikfaglige udbytte og selve undervisningen skal løbende evalueres. I evalueringen lægges vægt på undervisningens organisering, arbejdsformer og den enkelte elevs mulighed for at nå de faglige mål for forløbet gennem de valgte aktiviteter samt elevens egen indsats. Specielt skal den enkelte elevs beherskelse af mindstekravene, som de kommer til udtryk i det aktuelle emne på et givet tidspunkt i det samlede forløb til A-niveau, løbende evalueres med henblik på en eventuel særlig indsats. Der skal desuden løbende indgå en vurdering af elevens målopfyldelse som fremskridt på vej mod opfyldelsen af de overordnede faglige mål for A-niveauet.

I afslutningen af grundforløbet gennemføres en skriftlig screening med henblik på at dokumentere den enkelte elevs målopfyldelse i relation til det i grundforløbet centralt fastsatte kernestof. Til screeningen gives to timer. Opgavesættet omfatter opgaver, der afprøver den enkelte elevs matematiske færdigheder og kompetencer med henblik på at kunne honorere relevante mindstekrav og kunne gennemføre matematik på B- eller A-niveau.

Gennem såvel individuel som gruppevis vejledning og formativ evaluering, arbejdet med traditionelle opgaver, emneopgaver, projektrapporter, faglige samspil samt brug af test, herunder test til selvevaluering, skal eleverne opnå en klar opfattelse af det aktuelle niveau for og udviklingen i deres faglige standpunkt. I den løbende evaluering inddrages aktiviteter, herunder arbejdsformer, der udvikler og stimulerer elevernes refleksion over udbyttet af undervisningen og motiverer eleverne til det fortsatte arbejde med matematik. Eksempler på disse evalueringsformer er:

- skriftlige prøver og test
- skriftlige opgaver
- projektrapporter
- videoafleveringer
- mundtlig fremlæggelse eller andre faglige samtaler
- faglig aktivitet i undervisningen.

Evalueringen etablerer et grundlag for fremadrettet vejledning af den enkelte elev i arbejdet med at nå de faglige mål og mulighed for justering af undervisningen.

Elevens løbende evaluering skal have tilbagemelding om det faglige niveau. Tilbagemeldingen tager udgangspunkt i den løbende evaluering, læringsmål for aktiviteter og forløb i undervisningen, samt de faglige mål, jf. pkt. 2.1.

I det samlede forløb til A-niveau gennemføres mindst én årsprøve.

4.2. Prøveformer

Der afholdes en centralt stillet skriftlig prøve og en mundtlig prøve.

Ved begge prøver indgår det forberedelsesmateriale, der udleveres ved starten af forberedelsesperioden, jf. pkt. 3.2.

Den skriftlige prøve

Grundlaget for den skriftlige prøve er et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøvens begyndelse, og forberedelsesmateriale, jf. pkt. 3.2.

Prøvens varighed er fem timer.

Opgavesættet til den første del af prøven består af opgaver stillet med udgangspunkt i kernestoffet i pkt. 2.2 samt i forberedelsesmateriale, jf. pkt. 3.2. Til denne del af prøven må der ikke benyttes andre hjælpemidler end den centralt udmeldte formelsamling.

Efter højst to timer afleveres besvarelsen af første del af opgavesættet, og herefter må alle hjælpemidler benyttes til besvarelse af anden del af opgavesættet.

Opgavesættet til den anden del af prøven består af opgaver stillet med udgangspunkt i kernestoffet i pkt. 2.2 samt i forberedelsesmateriale, jf. pkt. 3.2. Opgaverne til denne del af prøven udarbejdes ud fra den forudsætning, at eksaminanden råder over et CAS-værktøj, jf. pkt. 3.3.

Den mundtlige prøve

Mundtlig prøve på grundlag af projekterne fra undervisningen, jf. pkt. 3.2.

Eksaminationstiden er ca. 30 minutter. Der gives ca. 30 minutters forberedelsestid.

Eksaminanden får ved lodtrækning en opgave, der indeholder to til tre kendte delspørgsmål og et ukendt bilag.

Opgaverne, der indgår som grundlag for prøven, skal tilsammen, i al væsentlighed, dække de faglige mål, kernestoffet, det supplerende stof og forberedelsesmateriale.

Mindst ét af de kendte delspørgsmål tager udgangspunkt i et af projekterne fra undervisningen, jf. pkt. 3.2. Det andet delspørgsmål kan omhandle et stofområde, der ikke er anvendt i det udtrukne projekt.

Eksaminationen indledes med eksaminandens præsentation og former sig derefter som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med inddragelse af det ukendte bilag.

Opgaverne og bilag sendes til censor forud for prøvens afholdelse.

Der stilles i alt 14 til 16 forskellige opgaver, der går igen det samme antal gange, som minimum svarende til antallet af eksaminander plus tre.

Bilag skal som hovedregel være forskellige.

4.3. Bedømmelseskriterier

Ved bedømmelsen lægges der vægt på, i hvilket omfang eksaminandens præstation lever op til de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1.

Ved *den skriftlige prøve* lægges der vægt på eksaminandens evne til at:

- anvende matematiske teorier og metoder til problembehandling og argumentation
- opstille og behandle matematiske modeller samt vurdere resultater
- fremstille og strukturere overskuelig dokumentation
- anvende relevante hjælpemidler, herunder it
- veksle mellem et matematisk begrebs forskellige repræsentationer
- formulere sig i og skifte sikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige skrevne sprog.

Der gives én karakter ud fra en helhedsvurdering. Hvis eksaminandens præstation lever op til fagets mindstekrav opnår eksaminanden en karakter svarende til bestået eller højere.

Ved *den mundtlige prøve* lægges der vægt på, at eksaminanden:

- udviser overblik og evne til at generalisere
- udviser fortrolighed med matematisk tankegang og ræsonnement og selvstændigt kan foretage matematiske ræsonnementer
- kan redegøre for opstilling og behandling af matematiske modeller
- kan veksle mellem et matematisk begrebs forskellige repræsentationer
- kan formulere sig i og skifte sikkert mellem det matematiske symbolsprog og det daglige sprog.

Der gives én karakter ud fra en helhedsvurdering af eksaminandens mundtlige præstation.

Ved prøve, hvor faget indgår i fagligt samspil med andre fag, lægges der vægt på eksaminandens evne til at:

- kombinere viden fra forskellige fagområder i løsningen af flerfaglige problemstillinger
- demonstrere viden om fagets identitet og metoder
- behandle problemstillinger i samspil med andre fag
- anvende matematisk modellering i en flerfaglig kontekst og kunne vurdere en matematisk models muligheder og begrænsninger i samspil med andre fag.