Børne- og Undervisningsudvalget 2022-23 (2. samling)
BUU Alm.del - Bilag 184
Offentligt

MateMatik

Miraklet 2030

*Brug Barnets **BundtTal** med enheder*

for matematik er bare så let:

Forene *Opdele i*	**Uens**	**Ens**
Styk-tal meter sekund	**T = a+b** $T - b = a$	**T = a*b** $T/b = a$
Per-tal meter/sekund m/100m = %	**T = ∫ f dx** $dT/dx = f$	**T = a^b** $\sqrt[b]{T} = a$, $\log_a(T) = b$

Allan Tarp
MidSummer.dk

MateMatik Miraklet 2030

Brug Barnets BundtTal med enheder

Allan Tarp

MidSummer.dk

Forfatter: Allan Tarp

Dækdesigner: Allan Tarp

ISBN: 9788771962277

Andre e-bøger af samme forfatter:

* Skole-miraklet 2030, individrettet og intelligent (2023)

INDHOLD

Forord

Forord

Mange er det første vi møder, overalt i rum og tid, som fingre og som åndedrag, osv. Og Mange er indlejret i sproget som ental og flertal, som bundt-tal og tælle-tal, og som styk-tal og per-tal.

Hvor barnet har sin egen naturlige forståelse af Mange, har skolen en helt anden kunstig forståelse af Mange. Som kaldes matematik, men som i stedet er en selvskabt kunstfærdig 'matematisme' uden enheder, altid sandt inde i skolen, men sjældent uden for skolen, hvor der altid er enheder.

Men hvorfor skal skolens kunstige intelligens påtvinges barnet, så det mister sin naturlige intelligens?

Så dette er fortællingen om barnets eget tal-sprog, der bruger fleksible bundt-tal med enheder i stedet for skolens stive linje-tal uden enheder.

At et barn har sit eget tal-sprog ses ved at spørge en 3årig "Hvor mange år bliver du næste gang?". Svaret kommer straks med fire finger løftet i vejret. Men barnet protesterer, hvis man viser fire fingre samlet to og to: "Det er ikke fire, det er 2 toere."

Barnet ser, hvad der eksisterer i rum og tid, bundter med to i rum, optalt til to i tid. Så barnet skelner mellem eksistens og essens.

Barnets tal-sprog bygger således på 2-dimensionale bundt-tal med enheder, som skolen kunne bygge videre på. I stedet for at påtvinge barnet skolens 1-dimensionale linje-tal uden enheder, der bygger på den grundantagelse, at 2 + 1 er 3 altid, og ikke kun hvis enhederne er ens. Altså til trods for, at 2 par + 1 par er 5, og at 2 4ere + 1 er ni.

Ved at lade essensen kvæle eksistensen, kvæler matematismen barnets eget tal-sprog og medfødte talsans, hvorved skolen skaber udbredt tal-blindhed i stedet for tal-kyndighed. Samt faglig og social eksklusion i stedet for inklusion. En skandale, som talkyndige naturligvis må søge stoppet omgående.

I den forbindelse har jeg gennemført to forskeruddannelser i matematikundervisning på RUC, Roskilde Universitet, og på DPU, Danmarks Pædagogisk Universitet. Samt oprettet mit eget online-universitet, MATH**e**CADEMY.net, der følger den filosofiske retning, eksistentialisme, ved at lade eksistens gå forud for essens:

"Lad børn lære lærere mate-matik som Mange-matik, en naturvidenskab om Mange, der bruger fleksible bundt-tal med enheder til at optælle og omtælle totaler før de samles vandret eller lodret. Så Tæl & Regn i Tid & Rum, Count & Add in Time & Space, CATS-metoden"

Ligeledes har jeg siden år 2000 skrevet adskillige kronikker og læserbreve om forskellen på Mange-matik med enheder og mate-matisme uden enheder. Få blev trykt, de fleste ikke, så nu har jeg samlet alle i dette hæfte.

Efter en introduktion til forskellen mellem den eksistens-baserede Mange-matik og den essens-baserede matematisme, følger de omtalte kronikker bl.a. en, der beskriver det systematiske matematik-misbrug, der førte til corona-skandalen i 2020-2022. Herefter følgere der en række forslag til læseplaner.

Desuden medtages et kronikforslaget "Alle skolens problemer forsvinder med en amerikansk highskole" fra e-bogen "Skolemiraklet 2030, individ-rettet og intelligent" for at vis, at ikke kun matematikken skal ændres, det skal undervisningsrammen også.

Yderligere artikler og materiale kan findes på hjemmesiderne MATH**e**CADEMY.net og Mellemskolen.net, og som MrAlTarp YouTube videoer.

God fornøjelse, Allan Tarp, Aarhus, oktober 2023

INTRODUKTION: MATEMATIK, LET ELLER SVÆRT

Matematik-skandalen: Skolen underviser i matematisme, der berøver barnet sit tal-sprog og medfødte talsans.

Matematik er nok skolens vigtigste fag, men nok også det sværeste. Men hvorfor er det så vigtigt, og behøver det være så svært?

Vi spørger de tre moder-videnskaber, filosofi og sociologi og psykologi: Hvad er det, der foregår, når skolen under-kaster børn og unge under-visning i matematik?

Filosofien vil diskutere, hvad matematikken kan være. Sociologien vil betragte den som en institution med et magt-monopol. Og psykologien vil diskutere forskellige læringsformer.

Filosofien påpeger desuden de forskellige grundsyn, der ligger bag de forskellige navne som undervisning, opdragelse, dannelse, oplysning og education. Ordet under-visning antyder, at de underviste befinder sig under underviseren, der så viser dem underliggende eksempler til den omtalte essens. Tilsvarende med ordet op-dragelse: De opdragne befinder sig under opdrageren, og skal så drages op for at kunne se som denne. Eller omdannes til at blive som denne, som antydet af ordet dannelse. Ved op-lysning og education er udgangspunktet et ganske andet. Her befinder den oplysende og de oplyste sig på samme niveau, hvorfra den førstnævnte fører de sidstnævnte rundt og belyser, hvad de møder.

Det græske ord matematik betyder 'det vi har viden om', som på Platons tid var aritmetik, geometri, musik og astronomi, dvs. Mange for sig selv, og som det optræder i rum, i tid, samt i tid og rum. Tilsammen kaldes de kvadrivium, der i følge Platon skulle være undervisningens indhold sammen med trivium: logik, grammatik og retorik.

I filosofien diskuterer debatten om eksistens og essens, hvad der kommer først, altså om eksistens nedefra skaber en overliggende essens, eller modsat. Dette giver tre måder, hvorpå begreber kan defineres: nedefra gennem eksempler, oppefra som et eksempel, samt ovrefra som en metafor.

Matematikkens kernebegreb er regnestykket, der dog omdøbes til en 'funktion'. Som historisk blev defineret nedefra gennem eksempler og modeksempler: '2+x' er en funktion,'2+3' er ikke, så en funktion er et regnestykke med uspecificerede tal, en formel. En uspecificeret funktion skrives y = f(x), hvor y er de tal, der beregnes af formlen f(x), hvor x er et uspecificeret tal. Da 2 ikke er et uspecificeret tal, er 'y = f(2)' derfor vrøvl, der desværre findes i alle lærebøger.

Som i stedet bruger selv-reference oppefra ved at definere en funktion som et eksempel på 'en delmængde af et mængdeprodukt, hvor førstekomponent-identitet medfører andekomponent-identitet'. Der lyder som 'bublibub er et eksempel på bablibab', altså noget meningsløst, man skal lære udenad for at bestå eksamen.

Som metafor kan funktioner defineres som tal-sprogets sætninger, der ligesom tale-sprogets indeholder et subjekt, et verbum og et prædikat, hvor 'Totalen er tre femmere', forkortes til 'T = 3x5'. Forskellen er, at hvor tale-sprogets sætninger typiske er fortolkninger, er tal-sprogets formler forudsigelser.

Filosofien viser altså, at der findes to slags matematik, eksistens-matematik og essens-matematik.

I sociologien handler struktur-aktør debatten om, hvorvidt mennesker bør være frie aktører som i Nordamerika eller lade sig begrænse af sociale strukturer som i Europa. Sociologien ser derfor på de fælles mål, som vi ikke selv magter at arbejde for, hvorfor vi installerer institutioner og ansætter funktionærer. Der dog hurtigt indser, at deres ansættelse bedst bevares ved at målet netop ikke nås, og derfor fristes til at foretage en 'målforskydning', hvor mål og middel ombyttes.

Sociologien spørger derfor, om der er sket en målforskydning: mestring af matematik skulle gerne være et middel til slutmålet, at mestre Mange. Men er det i stedet blevet slutmålet?

Spørgsmålet om institutioner skal tjene individet eller omvendt skaber to forskellige typer samfund og skoler. Nordamerika har valgt et institutionslet samfund, hvor skolen gør de unge selvhjulpne ved at afdække og udvikle deres personlige talent gennem selvvalgte boglige og praktiske halvårshold. Modsat har Europa valgt institutionstunge samfund, hvor skolen tilpasser de unge til institutionerne som funktionærer (eller klienter) gennem stavnsbånd til årgangens stamklasser.

Sociologen Foucault kalder Europas skoler for 'fængsitalsbarakker', der kombinerer disciplin fra fængsler, hospitaler og barakker. Som i et fængsel tvinges de unge tilbage til samme lokale time efter time, dag efter dag, uge efter uge, måned efter måned osv. Som på et hospital diagnosticeres de unge som mangelfulde, så de kan underkastes behandling og forsynes med det manglende. De mangler viden om matematik og skal de derfor kureres med undervisning som beskrevet af lærebogen og af universiteterne, hvor faget udvikles. Og som i en barak er de under ordrer.

Foucault er her inspireret af filosoffen Heidegger, der advarer mod at institutionalisere prædikater: I en dømmende er-sætning er prædikatet socialt konstrueret essens, der burde oplyse sit eksisterende subjekt i stedet for måske at installere det som et spøgelse. Og som da bør dekonstrueres, altså destrueres som installerende og rekonstrueres som oplysende.

Vi kan tælle og regne, men ikke 'matematikke', som derfor er et dømmende prædikat. En dekonstruktion vil således bruge handle-ord til at spørge, hvad er det for en mestring af Mange, som eleven ikke behersker? Og bruge etnografien til at observere, hvilken mange-mestring børn allerede behersker før skolen.

En 3årig vil fx besvare spørgsmålet "Hvor gammel bliver du næste gang?" ved at sige "fire" og vise fire fingre. Men vil protestere over for fire fingere holdt sammen to og to ved at sige: "Det er ikke fire, det er to toere".

Barnet ser altså, hvad det eksisterer, bundter af 2ere i rummet, og 2 af dem når man tæller dem i tiden. Barnet har således allerede et tal-sprog byggende på bundt-tal med enheder.

Sociologien bør derfor bruge fantasien til at afdække den matematik, der vokser ud af barnets bundttal. Den græske aritmetik er i dag afløst af algebra, der på arabisk betyder at genforene tal.

Her fører bundt-tal med enheder fører direkte til fagets kerne, genforening af variable og konstante styk-tal og per-tal, der fx forekommer på en kvittering: 2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg. Her kan styk-tallene plusses direkte, medens per-tallene først skal opganges til arealer før de plusses.

Dette viser, at tal kan forenes på fire måder: Plus forener variable styk-tal, gange forener konstante styktal, integration forener variable per-tal, og potens forener konstante per-tal, da man plusser med 5% ved at gange med 105%.

Det modsatte af forening er opdeling, som også kan forudsiges af regnearter: minus opdeler i variable styk-tal, division opdeler i konstante styk-tal, differentiation opdeler i variable per-tal, og rod og logaritme opdeler i konstante per-tal.

Geo-metri betyder jord-måling. Jord kan opdeles i trekanter, der igen kan opdeles i retvinklede trekanter, der kan opfattes som en halv flise delt af sin det af sin diagonal. Hvis højden omtælles i bredder fås per-tallet tangens: højde = (højde/bredde) x bredde = tangens x bredde

Sociologien viser altså, at den upålidelige essens-matematik har koloniseret matematikken, og derved opnået monopol over barnets egen eksistens-matematik.

Psykologien vil tage udgangspunkt i, at menneske-hjernen blev skabt for at holde balancen efter at have rejst os på to ben og frigjort forbenene som gribere til at gribe og dele føden med. Da vi samtidig udstødte lyde for det grebne, udviklede vi et sprog, så vi også kan dele viden, og opnå 'begribelse gennem gribelse'.

Læring sker så, når denne viden tilpasses gennem modstand mod det forventede. Læring ud fra eksistens kaldes radikal konstruktivisme og er beskrevet af Piaget. Læring ud fra essens kaldes social konstruktivisme og er beskrevet af Vygotsky.

Eksistens-matematik bruger fingrene til optælling og omtælling. Tælleremsen i tid medtager enhederne 'bundt' og 'bundt-bundt'. Fingrene optælles fx i 3ere som '0B1, 0B2, 0B3 eller 1B0,' hvor 3 1ere bundtes til 1 3er i rummet. Ti fingre bliver så til 3B1 3ere eller 1BB0B1 3ere, kort skrevet som 101 3ere.

Omtælling af en total i 3ere sker så ved at skubbe 3ere væk med en kost, der symboliseres med en skråstreg, så 9/3 betyder 'fra 9 skub væk 3ere'. Omtælles 9 i 2ere, forudsiges svaret af regnestykket 9/2. De 4 2ere kan stakkes med en lift, der symboliseres med et x, så 4x2 betyder '4 gange stak 2ere'. For at finde ubundtede trækkes stakken væk med et reb, der symboliseres med en vandret streg, så 9 – 4x2 betyder 'fra 9 træk væk 4 2ere'. Ubundtede kan vises som en decimal eller en optalt brøk eller et negativt mangel-tal: 9 = 4B1 = 4.1 = 4 ½ = 5.-1 2ere.

Omtælles 8 i 2ere fås 8 = 4 2ere = 4x2 = (8/2)x2, der med uspecificerede tal bliver til omtællings-formlen T = (T/B)xB, der bruges overalt til at skifte enhed.

Æbler kan fx omtælles fra 4 kg til 5 kr, hvilket giver per-tallet 5kr/4kg. Spørgsmål som 12kg = ?kr besvares så ved at omtælle i per-tallet: 12kg = (12/4)x4kg = (12/4)x5kr = 125 kr. Med ens enheder bliver per-tal til brøker eller procent: 3kr per 20kr = 3/20, og 3kr per 100kr = 3/100 = 3%

Vælger man at lade børnene udvikle deres medfødte eksistens-matematik er den naturlige rækkefølge af regnearterne altså division, gange og minus med plus til sidst, der i øvrigt både kan foregå lodret og vandret ved både at spørge '2 3ere + 4 5ere = ? 5ere' og '2 3ere + 4 5ere = ? 8ere'. Hvilket fører direkte frem til matematikkens kerne, proportionalitet og integralregning.

Essens-matematik negligerer, at cifre og brøker er operatorer, der behøver tal for at blive til tal. Den bruger i stedet en tallinje uden enheder, og skriver 3BB4B5 som 345 med et positionssystem for enere, tiere og hundreder. Dog uden at omtale hundrede som et bundt bundter.

Regnearternes orden er her modsat, og betydningen ændres. 8/2 ændres fra 8 optalt i 2ere til 8 delt i 2, 6x8 ændres fra 6 8ere til 48, der burde skrives 4B8 tiere, men hvor både enhed og decimaltegn udelades. Og som skal læres udenad i tabeller, i stedet for at se på et kvadrat med siderne B-4 og B-2, der ellers ville lede direkte til algebra, samt vise at naturligvis vil -4 x -2 give +8. Minus må afvente plus, selv om minus er veldefineret, medens plus har to betydninger, lodret og vandret, der ovenikøbet fører direkte til fagets to kerneområder, linearitet og calculus.

Essens-matematik begynder altså med plus, hvor det hævdes at 2+3 er 5, til trods for at 2uger + 3dage er 17 dage. Ligeledes hævdes ved brøker, at 1/2 + 2/3 = 7/6, til trods for at 1/2 af 2 æbler og 2/3 af 3 æbler tilsammen giver 3/5 af æblerne, og ikke 7/6, som bogen påstår.

Denne falsificering gør essens-matematik til en utroværdig 'matematisme', der er sand indenfor, men sjældent uden for klasseværelset. Men velegnet til at skabe fiasko, ulyst, angst samt eksklusion til specialundervisning. Og dermed behov flor flere timer og ekstra klasser.

Altså et typisk eksempel på en målforskydning fra det oprindelige mål, mestring af Mange, til et nyt mål, mestring af matematisme.

Så matematik er vigtig, da den kan lede videre til mestring af Mange, og fordi formler forudsiger. Matematisme gør essens-matematik svær, fordi den tit falsificeres, når den anvendes på eksistens. Modsat bygger eksistens-matematik på barnets medfødte mange-mestring, og er dermed tilgængelig for alle.

Det er derfor en skandale, at skolen har ladet den utroværdige essens-matematik fortrænge barnets egen eksistens-matematik, og derved berøver barnet sit tal-sprog og medfødte talsans.

Hvad er matematik - og hvorfor skal vi lære det?

Forår 2017

"Hvad er matematik, og hvorfor lære det?" To spørgsmål, du har bedt mig besvare, kære Niece.

0. Indhold. På græsk betyder matematik 'viden'. De græske Pythagoræere brugte ordet som en fælles betegnelse for deres fire videns-områder: Stjerner, musik, former og tal. Senere brød stjerner og musik ud, så i dag omfatter matematik kun læren om former, på græsk geometri, jord-måling; og læren om tal, på arabisk algebra, genforening. Efter opfindelsen af koordinatsystemet til at koordinere de to, er algebra blevet den vigtigste del. Skriver vi en total på 3 hundrede 4 ti 5 helt ud, T = 345 = 3*10^2 + 4*10 + 5*1 kan vi se de fire regnearter, der forener tal: tal-plus, gange, potens og blok-plus (integration). Kort sagt, ved hjælp af algebra kan vi skrive en total som et regnestykke, så algebra kan oversættes til regning; som vi da også kan se, når vi lukker matematikken op og møder trekantsregning, brøkregning, vektorregning, integralregning, differentialregning osv.

1. Pladsholdere. Et bogstav i et regnestykke står for et uspecificeret tal. Således bliver regnestykket T = 2+x til 5 hvis x = 3, og til 6 hvis x = 4. En formel er et regnestykke med tal og/eller bogstaver, f.eks. T = a+b, T = a*b, T = a+b*c osv. En uspecificeret formel betegnes med f. Med to uspecificerede tal kaldes en formel en funktion, T = f(x) = en uspecificeret formel, som indeholder x som uspecificeret tal. f(2) er meningsløs, da 2 ikke er uspecificeret. Uspecificerede tal, der ikke varierer, betegnes med de første bogstaver i alfabetet.

Den uspecificerede talformel **T = a*b^2 + c*b + d** indeholder grundformler, som har forskellige navne:

- T = c + x; sumformel
- T = c*x; produktformel, proportionalitet, linearitet
- T = c*x+d; lineær formel, affinitet, plusvækst, vækst med konstant væksttal, polynomium af grad 1
- T = a*x^2 + c*x + d; parabel-formel, accelereret vækst, vækst med konstant voksende væksttal, polynomium af grad 2
- T = a*b^x; eksponentiel formel, gangevækst, vækst med konstant vækstprocent
- T = a*x^b; potens formel, gangegangevækst, vækst med konstant elasticitet

2. Formler forudsiger. Formlen T = a+b forudsiger resultatet uden at skulle udføre sammenlægning. For at sammenlægge 3 og 5, kan vi tælle videre fra 3 5 gange, eller forudsige resultatet med regnestykket 3+5. Tilsvarende med de andre regnestykker:

- Regnestykket 3*5 forudsiger resultatet af at sammenlægge 3 med sig selv 5 gange.
- Regnestykket 3^5 forudsiger resultatet af at sammengange 3 med sig selv 5 gange.

3. Tilbageregning kan også forudsiges. 3 + 5 = ? er et eksempel på en fremadregning. 3 + ? = 8 er et eksempel på en tilbageregning, som skrives 3 + x = 8 og kaldes en ligning, hvor vi spørger: Hvilket tal er det, der lagt til 3 giver 8? En ligning kan løses ved at gætte, eller ved at opfinde en omvendt regneart: x = 8 – 3; så 8-3 er per definition er det tal x, der lagt til 3 giver 8. Lommeregneren siger, at 8-3 er 5, som vi straks underkaster en prøve ved at udregne venstre og højre side hver for sig. Venstre side udregnes til 3 + x = 3 + 5 = 8. Højre side er allerede udregnet som 8. Da venstre side er lig med højre side, så stemmer prøven.

Tilsvarende med de øvrige tilbageregninger:

- 8/5 er det tal x, der ganget med 5 giver 8, og som derfor er løsning til ligningen 5*x = 8
- 5√8 er det tal x, der som faktor 5 gange giver 8, og dermed løsning til ligningen x^5 = 8.
- log5(8) er det tal x, der viser hvor mange 5-faktorer giver 8, altså løsning til ligningen 5^x = 8.

Så roden er en **faktor-finder**, og logaritmen er en **faktor-tæller**

4. Definitioner og beviser. Den lineære formel T = c*x + d skrives ofte som y = a*x + b. For at forstå formlen skal vi kunne angive den geometriske og algebraiske betydning af de forskellige bogstaver.

x og y er de to variable. x kaldes den uafhængige og y den afhængige, da den jo kan forudsiges via formlen ud fra x. Algebraisk er b det tal, som y er lig med, når x er 0. Hvad a er, kræver en uspecificeret bogstav-undersøgelse, også kaldet et bevis: Hvis x vokser med 1 fra t til t+1, så vil y vokse fra y = a*x + b til y = a*(x+1)+b = a*x + a + b = a*x + b + a = (a*x+b) + a = y + a. Så a er det tal, som y vokser med, når x vokser med 1. En kurve eller graf er de geometriske punkter (x,y), som fremkommer, hvis vi indtegner en algebraisk formel y = f(x) i et koordinatsystem med x som det vandrette ud-tal og y som det lodrette højde-tal.

Indtegnes y = a*x + b fås en ret linje, hvor den geometriske betydning af b er start-højden ved skæringen med y-aksen, og hvor a er linjens hældning, dvs. det tal som højden stiger med, når x vokser med 1.

Med en anden undersøgelse kan vi bevise, at hvis en linie går gennem punkterne (x1,y1) og (x2,y2) så vil a = (y2-y1)/(x2-x1) = Δy/Δx, hvor vi benytter det græske bogstav delta, Δ, til at beskrive en tilvækst.

På samme måde kan vi via uspecificerede bogstav-undersøgelser fastlægge betydningen af bogstaverne b og a i formlerne for eksponentiel vækst y = b*a^x og potens vækst y = b*x^a, samt betydningen af a, b og c i konstant accelereret vækst y = a*x^2 + b*x + c.

5. Anvendelser. Formler forudsiger, men hvad?

Spørges ’3 kg á 5 kr per kg giver hvad?’ kan svaret forudsiges af formlen T = 3*5 = 15 kr.

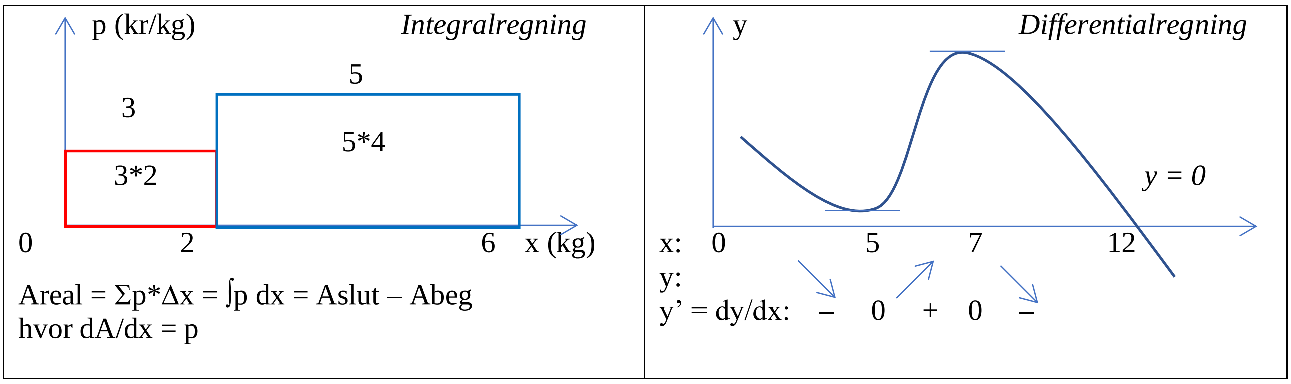
Spørges ’10 år á 5% per år giver hvad?’ kan svaret forudsiges af formlen T = 105%^10 – 100% = 62.9% = 50% i rente plus 12.9% i rentes rente.

Spørges ’Hvis en x-tilvækst på 1% giver en y tilvækst på 3%, hvad vil en x-tilvækst på 7% da give?’ kan svaret forudsiges af cirka-formlen T = 1.07^3 – 100% = 22.5% = 21% plus 1.5% elasticitet.

Spørges ’Hvor meget er y vokset med efter 10 gange, hvis tilvæksttallet 18 falder med 2 hver gang x vokser med 1?’ kan svaret forudsiges af formlen T = - n^2 + 19*n for n = 10.

Spørges ’Giver 2kg á 3kr/kg plus 4 kg á 5 kr/kg i alt (2+4) kg á (3+5) kr/kg?’ er svaret ’ja og nej’.

Styk-tallene 2 og 4 kan adderes direkte, men per-tallene 4 og 5 skal først opganges til styktallene 3*2 og 5*4, før de kan adderes. Så geometrisk adderes per-tal ved at finde arealet under per-tals kurven. En stykkevis (eller lokalt) konstant kurve medfører addition af mange tal, der dog kan udregnes som en enkelt differens mellem start- og slut-tal, hvis areal-tallene p*□x kan skrives som tilvækst-tal: p*Δx = ΔA, eller A = dp/dx. Derfor udvikler vi ’d/dx-regning’ også kaldet differentialregning, da en tilvækst findes som en differens. Geometrisk er dy/dx den lokale hældning på en lokalt lineær y-kurve, og kan så bruges algebraisk til at finde en kurves geometriske top- eller bundpunkter, hvor kurven og tangenten er vandret med hældning nul.



6. Mundtlig eksamen. En mundtlig eksamen er at sammenligne med et møde, hvor en rådgivende matematiker (kursisten) fremlægger sin løsning for en virksomhed repræsenteret ved en direktør og en bestyrelsesformand (lærer og censor). Under mødet fokuseres på de anvendte formler, indgående definitioner, undersøgelse af formlernes egenskaber (beviser), samt hvorfor netop denne formel og ikke andre er brugt til at finde et svar på virksomhedens spørgsmål.

7. Konklusion. Så kære Niece, matematik er et fremmedord for regning, kaldt algebra på arabisk. Vi skal lære algebra for at kunne forene og opdele totaler i konstante og variable styk-tal og per-tal:

Algebra **forener**/*opdeler i*	Uens	Ens
Styk-tal (meter, sekund)	**T = a + b** *T – b = a*	**T = a*b** *T/b = a*
Per-tal (m/sek, m/100m = %)	**T = ∫ f dx** *dT/dx = f*	**T = a^b** *b√T = a* *loga(T) = b*

Kærlig hilsen, din onkel Allan.

Matematik er bare så let

Matematik er let, utrolig let, næsten for let. Så hvorfor er det så så svært i skolen?

Måske fordi der findes to slags matematik, mange-matik og matema-tisme, der mener, at matematik kommer efter eller før sin brug.

01. MANGE-MATIK BRUGER BUNDT-TAL MED ENHEDER

Der findes to slags tal i verden, styk-tal og per-tal, som kan være uens eller ens, og som skal opsamles eller opdeles.

3 kroner og 2 kroner er uens styktal, og her forudsiger regnestykket 3+2 = 5 resultatet af at samle dem.

3 gange 2 kroner er ens styktal, og her forudsiger regnestykket 3*2 = 6 resultatet af at samle dem.

3 gange 2% er ens per-tal, og her giver regnestykket 102%^3 = 106,12% resultatet af at samle dem til 6% og 0,12% ekstra i 'rentes-rente'.

Uens per-tal findes fx i blandinger som 2kg a 3kr/kg og 4 kg a 5kr/kg. Her kan styktallene 2 og 4 samles direkte, medens per-tallene 3 og 5 først skal opganges til styktal, før de kan samles som arealer, også kaldet at integrere, hvor gange kommer før plus:

2 kg til 2*3 kr + 4 kg til 4*5 kr = 6 kg til 26 kr, altså 6 kg a 26/6 kr/kg.

Opsamling af *Opdeling i*	**Uens**	**Ens**
Styk-tal kr, kg, s	**T = a+b** *T- b = a*	**T = a*b** *T/b = a*
Per-tal kr/kg, kr/100kr = %	**T = ∫ f dx** *dT/dx = f*	**T = a^b** *b√T = a* *loga(T) = b*

CIFRE ER IKONER

Et ciffer er en ikon med det antal streger, det repræsenterer, hvis det skrives mindre sjusket: fire streger i fire-tallet, osv.

BUNDT-TÆLLING

Totaler optælles i bundter. 5 fingre optælles som '1 Bundt 2' 3erer, kort som '1B2' 3ere, eller blot '12' 3ere.

Og ti fingre optælles'3B1' 3ere, eller '1BundtBundt 0Bundt 1' 3ere, eller '1BB 0B 1 3ere, eller blot '101' 3ere.

Optælling af 5 i 2ere kan ske på tre måder: normalt, eller med over- eller under-læs

5 = 2B1 = 1B3 = 3B-1 2ere.

REGNEARTER ER IKONER

Bort-skubning af 2ere ved omtælling af 8 kan ikoniseres af en kost kaldet division, 8/2.

Op-stakning af 2ere 4 gange kan ikoniseres af en lift kaldet gange, 4 x 2.

Bort-trækning af en stak for at finde ubundtede kan ikoniseres af et reb kaldet minus, 9 – 4x2 = 1.

Placeret oven på stakken bliver ubundtede til en decimal, et negativt tal eller en brøk:

9 = 4B1 = 5B-1 = 4 1/2 2ere med B for Bundt

Op-samling af stakke ikoniseres af et kryds kaldet plus, +, der viser, at de kan samles både vandret og lodret.

OPDELING

Det modsatte af opsamling er opdeling, der forudsiges af tilbageregning eller ligningsregning, hvor vi bruger bogstavet u for det ukendte tal.

I tilbageregningen (ligningen) '*u* + 2 = 5' spørger vi "Hvad er det, der samlet med 2 giver 5?". Svaret fås naturligvis ved den modsatte proces, ikke ved at opsamle 2, men ved nu at trække de 2 væk fra 5 med minus, *u* = 5 – 2. Det ukendte tal findes altså ved at flytte det kendte tal til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen *u**2 = 6 spørger vi "Hvor mange 2ere er der i 6?". Svaret fås naturligvis ved at optælle 6 i 2ere, *u* = 6/2. Altså igen ved den modsatte proces, ikke ved at samle 2ere sammen, men ved at skubbe 2ere væk. Så igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen 2^*u* = 8 spørger vi "Hvor mange gangetal 2 er der i 8?". Svaret fås naturligvis af gangetals-tælleren logaritme, *u* = log2(8). Altså igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen *u*^3 = 8 spørger vi "Hvilket gangetal er der 3 af i 8?". Svaret fås naturligvis af gangetals-finderen rod, *u* = 3√8. Altså igen ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

I ligningen 2*3 + *u**5 = 4*8 spørger vi "2 3ere plus hvor mange 5ere giver 4 8ere?" Svaret fås igen ved den modsatte proces, dvs. ved at fjerne de 2 3ere og så optælle resten i 5ere, også kaldet at differentiere, hvor minus kommer før division, altså det modsatte af at integrere.

OPTÆLLING OG OMTÆLLING

En total T optælles i en enhed, fx T = 3 4ere, eller T = 3x4. Dette kaldes en tal-fortælling med et grundled T, et udsagnsled, =, og et prædikat, 3x4. T = 345 har vi udeladt enhederne, T = 3BB4B5, hvor bundtet B = ti.

Omtælling kan forudsiges af en omtællings-formel, der bruges til at skifte enheder:

8 = (8/2)x2, eller *T* = (*T/B*)x*B*, med bogstaver for ubestemte tal.

En varemængde kan optælles i både kg og kroner forbundet af et per-tal, prisen, fx 4kr per 5 kg, eller 4kr/5kg.

Vi skifter da enhed ved at omtælle i per-tallet.

Spørgsmål: 20kg = ? kr. Svar: 20kg = (20/5) x 5kg = (20/5) x 4kr = 16kr.

Tilsvarende med 20kr = ? kg.

En bevægelse kan optælles i både meter og sekunder forbundet af et per-tal, farten, meter/sekund.

På en flise med en bund, en højde og en diagonal, kan højden omtælles i bunden som

Højde = (højde/bund) x bund = tangens-vinkel x bund

Med en højde på 3 og en bund på 2 fås så 3 = (3/2) x 2, eller tangens-vinkel = 3/2 = 1.5. Måles vinklen fås 56 grader. Så ved 56 grader er højden 1.5 bunde. Tilsvarende med de andre vinkler op til 90. Vi kan således bruge en lineal som vinkelmåler.

Da en cirkel kan opdeles i mange små højder, kan vi beregne tallet pi som

pi = *n**tan(180/*n*)' for *n* stor.

På flisen plusses siderne til diagonalen som kvadrater, bund^2 + højde^2 = diagonal^2

PLUSNING, MEN VANDRET ELLER LODRET?

Når totaler er optalt og eventuelt omtalt, kan de plusses, men vandret eller lodret?

Ved vandret plusning spørges fx 'T = 2 3ere + 4 5ere = ? 8ere'. Omtællings-formlen forudsiger, at 'T/8 = 3.noget', og 'noget = T – 3x8 = 2', så 'T = 3B2' 8ere.

Ved lodret plusning skal omtælling først gøre enhederne ens, fx 3ere, 5ere eller tiere. Herefter vil omtællings-formlen forudsige, fx at 'T/3 = 8.noget', og 'noget = T – 3x8 = 2', så 'T = 8B2' 3ere.

Ved plusning af per-tal bliver de til arealer, når de opganges til styktal, og plusses derfor som arealet under deres kurve.

TOTALER I TID OG RUM, VÆKST OG STATISTIK

I tid vokser en total ved at plusses eller ganges med et tal, kaldes plus-vækst og gange-vækst, eller lineær og eksponentiel vækst.

Plusvækst: Sluttal = Begyndelsestal + enkeltvækst-tal * vækstgange, eller kort, $T = B + a*n$

Gangevækst: Sluttal = Begyndelsestal * enkeltvækst-faktor ^ vækstgange, eller kort, $T = B * a$^n.

Plus&gange-vækst (opsparing i en bank): $A/a = R/r$, hvor A er slut-kroner, a = periode-kroner, R = slut-rente, r = periode-rente, og $1+R = (1+r)$^n, hvor n er antal perioder.

Hvis vækst-tallet ændrer sig konstant, fås kvadratisk vækst med en parabel-kurve med krumning.

Hvis krumningen ændrer sig konstant, fås kubisk vækst med en dobbelt-parabel med krumning og mod-krumning.

Hvis vækst-faktoren ændrer sig konstant, fås logistisk mætnings-vækst med en bakke-kurve som ved infektioner.

I rum opdeles en total i flere deltotaler, der kan eller kunne være lige så store som deres gennemsnit, hvor spredningen så fortæller, hvor langt væk fra gennemsnittet de i gennemsnit ligger.

Men gennemsnit har kun mening, hvis de kunne være lige store.

02. MATE-MATISME BRUGER LINJE-TAL UDEN ENHEDER

Mange-matik med enheder har den konkrete eksistens 'mange' som grundlag, og bygger på bundt-tal med enheder, og skelner mellem styk-tal og per-tal.

Mængde-matematik uden enheder har det abstrakte essens 'mængde' som grundlag, og anerkender ikke per-tal, men bygger på linjetal uden enheder, der bliver til 'matematisme', altid sandt indenfor med sjældent udenfor klassen, ved at påstå, at 3+1 = 4 til trods for, at 3 par + 1 = 7.

At mængder fører til et selv-reference paradoks negligeres: Mængden af mængder der ikke tilhører sig selv, tilhører den sig selv eller ikke? Svarende til at spørge: "Denne sætning er usand", er den sand eller usand?

Her er cifre og regnetegn symboler ligesom bogstaver. Flercifrede tal siges at følge et positionssystem, men ti kaldes ikke bundt, hundrede ikke bundt-bundt, osv. Negative tal tillades ikke på en position.

Opsamling sker med de samme regnearter, dog præsenteres de ikke samtidig, men i rækkefølgen plus, minus, gange og division.

3+1 = 4 fremstilles som at 3+1 og 4 er forskellige tal-navne for det samme. Altså ikke som en optælling af en total, T = 3+1 = 4. Dvs. både grundled og udsagnsled udelades. Der angives kun en ækvivalens mellem tal-navne. Overlæs og underlæs accepters ikke, i stedet bruges mente og lån.

Er 2+3*4 = 20 eller14? Det afgøres ved den definition, der kaldes regnehierarkiet? Til trods for, at T = 2+3*4 = 2 1ere + 3 4ere, der kun kan omtælles til 1B4 tiere eller 14.

6*7 angives som et andet talnavn for 42, til trods for, at 6*7 er 6 7ere, der eventuelt kan omtælles til tiere som 4B2 tiere eller 4.2*10 eller 42.

8/2 er 8 delt i 2 4-bundter, i stedt for 8 optalt i 4 2-bundter.

Den lille tabel skal æres udenad, 6*7 = 42 i stedet for at skrive begge med underlæs for at lære tidlig algebra, 6*7 = (B-4)*(B-3) = 10B -4B -3B + 4*3, da de 4 3ere trækkes væk to gange.

Bogstavregning og reduktionsopgaver som $2ab + 3bc = (2a+3c)*b$ fremstilles som anvendelse af den distributive lov, hvor tal kan flyttes ind eller ud af parenteser.

Altså ikke ved hjælp af enheder: Antal b'ere er $2a + 3c$, så $T = 2a+3c$ b'ere = $(2a+3c)*b$.

Division fører videre til brøker, decimaler og procent. Også brøker behandles uden enheder: 1/2 + 2/3 = 7/6, til trods for at ½ af 2æbler + 2/3 af 3 æbler er 3/5 af 5 æbler, og naturligvis ikke 7 æbler af 6.

Proportionalitetsopgaver løses ved at gå over enheden.

Negative tal indføres som selvstændige tal, hvor minus gange minus defineres til at være plus.

Opdeling kaldes løsning af en ligning med to tal-navne, hvis ækvivalens udtrykkes i et udsagn, der bevarer sin sandhedsværdi ved operationer udført på begge tal-navne samtidig. Ved omformning af et tal-navn benyttes tre love, en kommunikativ og en associativ og en distributiv lov. Andengradsligningen udskydes til 10. klasse.

$2*x = 8$; $(2*x)*½ = 8*½$; $(x*2)*½ = 4$; $x*(2*½) = 4$; $x*1 = 4$; $x = 4$

Formler fra geometrien fører til funktionsbegrebet. Før mængdematematikken definerede Euler en funktion som et regnestykke med tal og bogstaver. I mængdematematikken defineres en funktion som en delmængde af et mængdeprodukt hvor første-komponent identitet medfører anden-komponent identitet.

En lineær funktion defineres så som et eksempel på en såkaldt 'homomorfi'.

I geometrien behandles plangeometrien og koordinatgeometrien før trigonometrien.

I calculus behandles differentialregning før integralregning på trods af at omverdenen har brug for integralregning til at plusse per-tal med, og af at differencer bare er en hurtig måde til at opsummere tal.

Derudover indfører matematisme 8 såkaldte matematik-kompetencer, hvor mange-matematik kun har 2: tæl og regn i rum og tid.

Matematismen har store problemer med at anvendes til modellering, og skelner ikke mellem faktiske og fiktive modeller, begge siges at være tilnærmelser. Mange-matematikken bruger formler fra begyndelsen og har derfor ikke problemer med modellering, da den ser sig som et tal-sprog parallelt til tale-sproget, begge med en grammatik og med tre genrer: fakta, fiktion og fup.

Lær MangeMatik på et BundtBundtBrædt

At undervise i matematik online er forskellig fra at undervise i matematik offline i et klasseværelse. Så vi kan spørge, hvad der ellers kunne være forskelligt: dets mål, dets undervisning, dets læring og matematikken selv?

Traditionelt anses målet med matematikundervisningens mål at lære at mestre matematik for senere at kunne mestre Mange. Så en forskel kunne være at se målet med matematikundervisning at lære at mestre Mange først og herved indirekte at lære matematik undervejs, i det mindste kernematematikken som vist på en lommeregner: cifre, operationer og ligninger.

Traditionelt forekommer disse alle som produkter i rummet, så en forskel kunne være at se dem som processer i tid ved at lade udenfor Mange går forud for matematik. Og faktisk bliver den matematiske kerne anderledes, når den oprettes som fortællinger om Mange vist som rektangulære stakke af bundter på et plastik ti-til-ti bundt-bundt-bræt, et BBBrædt.

For at se, om en 'procesbaseret' eller 'Mange-først' eller 'Mange-matematik' undervisning vil udgøre en forskel til den traditionelle 'produktbaserede' 'Math-first' ''set-Math', er mikro-læseplaner designet ved hjælp af bundttælling for at bringe eksterne totaler ind som fleksible bundttal med enheder.

Her opstår både cifre og operationer som ikoner: cifre, når der forenes pinde, og operationer, når division skubber bundter væk, som multiplikation så løfter op på en stak, som subtraktion så trækker væk, så det ubundtede kan medtages som decimaler, brøker eller negative tal.

Når en total er optalt, kan enheden ændres ved at omtælle, og forudsiges af en lommeregner. Omtælling kan ske mellem tiere og ikoner og omvendt, hvilket fører til ligninger; og til tabeller, der vises som den stak, der er tilbage, når de to overskydende stakke fjernes fra det fulde bundtbundt på et BBBrædt.

Ved omtælling mellem to fysiske enheder bygger per-tal bro mellem de to enheder, og bliver til brøker med ens enheder. Her fører optælling af siderne og diagonalen i en stak til trigonometri før geometri.

Endelig, når de er talt og genoptalt, kan totaler forenes ovenpå, efter at omtælling har givet ens enheder eller ved siden af som arealer som i integralregning, der bliver differentialregning, når spørgsmålet vendes. Som operatorer der har brug for tal for at blive tal, skal per-tal og brøker også opganges til enhedstal, før de forenes som de skabte arealer.

Så ydre totaler optræder indenfor i en 'Algebra skema', hvor uens og ens styk-tal og per-tal forenes ved addition og multiplikation og ved integration og potens. Og senere igen opdeles af de omvendte operationer, ved subtraktion og division og ved differentiering og rod eller logaritme.

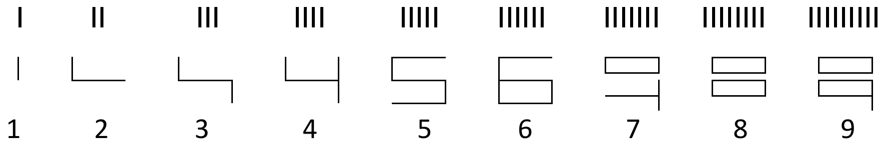
Når den procesbaserede Mange-først Mange-matik mikro-læseplaner er lavet, kan de efterprøves i online-undervisning, og i specialundervisning for at se, om et BBBrædt kan 'Bring Back Brains' som blev udelukket af 'Matematik-først' - undervisning. Men der vil ikke være nogen koncert uden først at designe et partitur. Så detaljeret test behandles ikke her, men overlades til andre at udføre.

MC01. Cifre er ikoner, der forener pinde

Målet er at opleve, at cifre kan dannes ved at forene antallet af pinde, som de repræsenterer, og at se, at disse cifre er tæt på cifrene på lommeregneren.

Handlingen er at forene to pinde til en to-ikon, tre pinde til en tre-ikon osv. Andre konkrete materialer kunne være biler, dukker, skeer osv. Endelig kan en bøjet lineal bruges til at skabe cifrene.

Vi ser, at med romertal er 3 1'ere ikke forenet i 1 3'ere; og at latinske tal bruger bogstavet V som symbol for den ene hånd og bogstavet X som symbol for to hænder.



Vi har ikke et ikon for ti, da bundtning i tiere gør ti til et tocifret tal, der tæller både antallet af bundter og antallet af ubundtede singler:

T = ti = 1Bundle 0 = 1B0 eller T = 10, hvis enheden udelades.

Når vi inkluderer enhederne, har vi ikke brug for et positionssystem, da

T = 23 = 2B3; og T = 456 = 4BB 5B 6.

MC02. Regnearter er ikoner skabt ved bundt-optælling og gen-optælling

Målet er at opleve, hvordan de tre eksterne tælleprocesser, skubbe bundter væk, stable bundter og trække stakke væk internt kan ikoniseres som division, multiplikation og subtraktion.

Som konkrete materialer tjener pinde og terninger.

For at omtælle 8 i 2ere, skubber vi 4 gange 2ere væk for at få svaret T = 8 = 4 2ere.

Ikoniseres 'væk-skubning' med en kost, /, kaldet division, kan handlingen 'fra 8 skub væk 2'ere' ikoniseres som '8/2', hvilket giver 4 på en lommeregner og dermed en intern forudsigelse af en ekstern handling.

Ikoniseres 'opstabling' med en elevator, x, kaldet multiplikation, kan handlingen '4 gange stak 2ere' ikoniseres som '4x2' eller som '4*2', der giver 8 på en lommeregner, hvilket igen tillader en intern forudsigelse af en ekstern handling. Væk-skubning og opstabling kombineres i en 'omtællings-formel' (Tarp, 2018),

8 = (8/2)*2, eller T = *(T/B)**B med uspecificerede tal. Formlen siger, at T indeholder *T*/B *B*s.

Handlingen 'træk væk' kan ikoniseres med et reb, -, kaldet subtraktion, der bruges til at finde ubundtede. Så handlingen 'fra 9 træk væk 4 2'ere' kan ikoniseres som '9-4 * 2', hvilket internet giver 1 på en lommeregner som forventet eksternt.

Placeret oven på stakken kan den ubundtede ses som et decimaltal, 4B1, eller som en brøkdel, når den tælles i 2ere også, 4 1/2, eller som det negative tal, der viser, hvad der trækkes væk fra det næste bundt i tid, eller hvad der i rum mangler til et næste bundt, 5B-1. Så med 9 - 4 * 2 = 1,

T = 9 = 4B1 2ere = 4 1/2 2ere = 5B-1 2ere.

'Forening' kan ikoniseres ved et kryds, der viser to retninger, vandret eller lodret, +, kaldet addition. Så handlingen 'foren 2 3ere og 4 5ere' kan ikoniseres som '2x3 + 4x5', hvilket giver 26 på en lommeregner, hvis de forenes som tiere, og 3B2 8ere, hvis de forenes vandret, og 5B1 5ere, hvis de forenes lodret

At trække væk og forene kombineres i en 'genopstaknings-formel' (Tarp, 2018),

8 = (8-2) + 2, eller T = (T-B) + B med uspecificerede tal, der siger, at T kan opdele i B, samt hvad der er tilbage, når B trækkes væk, T-B.

MC03. Bundttælling i ikoner

Målet er at bruge en tidslig tælleremse med ikon-bundter til at repræsentere rumlige eksempler på Mange, som derved bliver en intern forening af singler, bundter, bundt-bundter osv.

Som konkrete materialer tjener fingre, pinde og terninger.

• Først tæller vi ti fingre i 4'ere. Vi begynder i tiden med at hæve dem en efter en og begynder med lillefingeren.

0B1, 0B2, 0B3, 0B4 eller 1B0. Vi bevæger nu fingrene for at se forskellen mellem 4 1ere og 1 4er, kaldet et bundt, B.

Og så, 1B1, 1B2, 1B3, 1B4 eller 2B0. Vi bevæger igen fingrene for at se forskellen mellem 8 1ere, 1B4 og 2B0.

Og endelig, 2B1, 2B2.

Så i alt kan ti optælles i 4ere som 2 bundter og 2, skrevet kort som

T = 2B2 4ere eller T = 22 4ere, hvis enheden udelades.

Vi bemærker, at vi mangler 2 for at have 3 bundter, så vi kan også skrive *T* = 3B pånær2 = 3B-2 4ere.

Så med 'fleksibel bundttælling' har vi tre måder at tælle ti ud af 4'ere på: undervægt, normal og overvægt:

T = ti = 3B-2 = 2B2 = 1B6 4ere.

Vi tæller nu ti i 4'ere i rummet på et BBBrædt med et gummibånd, der viser 4-bundterne.

• Derefter tæller vi de ti fingre i 3'ere på samme måde, først i tid derefter i rum.

0B1, 0B2, 0B3 eller 1B0. Vi bevæger fingrene for at se forskellen mellem 3 1ere og 1 3er.

Og så, 1B1, 1B2, 1B3 eller 2B0. Vi bevæger fingrene igen for at se forskellen mellem 6 1ere, 1B3 og 2B0.

Og så, 2B1, 2B2, 2B3 eller 3B0. Vi bevæger fingrene igen for at se forskellen mellem 6 1ere, 1B6, 2B3 og 3B0.

Og endelig 3B1 eller 4B-2, da vi skal trække 2 væk fra 4B0 for at have 3B1.

Så med 'fleksibel bundttælling' har vi fire måder at optælle ti i 3'ere:

T = ti = 4B-2 = 3B1 = 2B4 = 1B7 3ere.

Men med bundtning i 3'er bliver 3 bundter til 1 bundt-af-bundter, 3B = 1BB = 1B ^ 2, hvilket tyder på, at potens skal være den første regneart:

T = ti = 3B1 = 1BB 0B 1 3ere eller T = 101 3ere, hvis enhederne udelades.

Vi tæller nu ti i 3'ere i rum på et BBBrædt med et gummibånd, der viser 3-bundterne.

Vi bemærker, at et bundt-af-bundter, BB, bliver et kvadrat.

• Til sidst tæller vi de ti fingre i 2'ere, altså parvis.

Vi begynder med at se, hvordan 5 fingre kan tælles i 2'ere i rummet.

T = 5 = 1B3 = 2B1 = 3B-1 2ere, og T = 5 = 1BB 0B 1 2ere = 101 2ere, hvis enhederne udelades.

Når vi lægger de to hænder sammen, ser vi, at ti kan tælles i 2'ere som

T = ti = 2BB 0B 2 = 1BBB 0BB 1B 0 2ere eller T = 1010 2ere, hvis enhederne udelades.

Med potens får vi et polynomium,

T = ti = 2*B^3 + 1*B 2s.

Vi tæller nu ti fingre i 2'ere, i tid:

0B1, 0B2 eller 1B0, 1B1, 1B2 eller 2B0 eller 1BB 0B 0 osv., indtil 1BBB 0BB 0B 1, 1BBB 0BB 1B 0.

Vi tæller nu ti i 2'ere i rum på et BBBrædt med et gummibånd, der viser 2-bundterne.

Ved hjælp af terninger ser vi, at en BBB er en terning.

MC04. Bundttælling i tiere

Målet er at bruge en tidslig tælleremse med ikon-bundter til at repræsentere rumlige eksempler på Mange, som derved bliver en intern forening af singler, bundter, bundt-bundter osv.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med en elastik over første række.

Handlingen er at inkludere både singler og bundter, når prikkerne tælles vandret i tid som

0B1, 0B2,..., 0B9, 0Bti eller 1B0 eller 10. Og så, efter at have flyttet elastikken op,

1B1, 1B2,..., 1B9, 1Bti eller 2B0 eller 20 osv., indtil

9B1, 9B2,..., 9B9, 9Bti eller tiB0 eller 1BB0B0 eller 100.

Igen ser vi, at et bundt-af-bundter er et kvadrat.

Bundter vi i tiere, kaldes et BundtBundt, BB eller B ^ 2, for hundrede, og et BundtBundtBundt, BBB eller B ^ 3 kaldes tusind, og BBBB = B ^ 4 kaldes ti tusind eller Wan på kinesisk.

Ligeledes kaldes BBBBBB = B ^ 6 for en million.

Vi begynder igen, men tæller nu, hvad der mangler for en fuld pakke mere:

1B-9, 1B-8,..., 1B-1, 1B0 eller 10. Og så, efter at have flyttet op ad elastikken,

2B-9, 2B-8,..., 2B-1, 2B0 eller 20 osv., indtil

1BB-9, 1BB-8,..., 1BB-1, 1BB0 eller 1BB0B0 eller 100.

1BB0	1BB1	1BB2	1BB3	1BB4	1BB5	1BB6	1BB7	1BB8	1BB9	~~1BB10~~
~~10B0~~	~~10B1~~	~~10B2~~	~~10B3~~	~~10B4~~	~~10B5~~	~~10B6~~	~~10B7~~	~~10B8~~	~~10B9~~	~~10B10~~
9B0	9B1	9B2	9B3	9B4	9B5	9B6	9B7	9B8	9B9	~~9B10~~
8B0	8B1	8B2	8B3	8B4	8B5	8B6	8B7	8B8	8B9	~~8B10~~
7B0	7B1	7B2	7B3	7B4	7B5	7B6	7B7	7B8	7B9	~~7B10~~
6B0	6B1	6B2	6B3	6B4	6B5	6B6	6B7	6B8	6B9	~~6B10~~
5B0	5B1	5B2	5B3	5B4	5B5	5B6	5B7	5B8	5B9	~~5B10~~
4B0	4B1	4B2	4B3	4B4	4B5	4B6	4B7	4B8	4B9	~~4B10~~
3B0	3B1	3B2	3B3	3B4	3B5	3B6	3B7	3B8	3B9	~~3B10~~
2B0	2B1	2B2	2B3	2B4	2B5	2B6	2B7	2B8	2B9	~~2B10~~
1B0	1B1	1B2	1B3	1B4	1B5	1B6	1B7	1B8	1B9	~~1B10~~
0B0	0B1	0B2	0B3	0B4	0B5	0B6	0B7	0B8	0B9	~~0B10~~

Med undervægt og overvægt kan vi nu praktisere 'fleksibel bundttælling' som f.eks.

T = 67 = 6B7 = 5B17 = 7B-3 tiere.

Fleksible bundtnumre kan lette standardberegninger, så vi ikke behøver mente eller at låne.

Overlæs	Underlæs	Overlæs	Overlæs
65 + 27	65 - 27	7 x 48	336 /7
6 *B* 5 + 2 *B* 7	6 *B* 5 - 2 *B* 7	7 x 4 *B* 8	33 *B* 6 /7
8 *B*12 9 *B* 2	4 *B*-2 3 *B* 8	28 *B* 56 33 *B* 6	28 *B* 56 /7 4 *B* 8
92	38	336	48

MC05. Omtælling i en anden enhed

Målet er at se, hvordan en lommeregner kan forudsige resultatet af at ændre en enhed til en anden enhed.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med et gummibånd og en lommeregner.

På et BBBrædt eller med fingrene ser vi, at i alt 2 3'ere kan omtælles som 1B2 4ere.

For at forudsige dette resultat på en lommeregner indtaster vi først '2*3/4' for at forudsige, hvor mange 4'ere der kan skubbes væk fra 2 3'ere. Svaret er '1.nogle'. For at finde det ubundtede 'nogle' trækker vi 1 4'ere væk fra 2 3'erne, forudsagt ved at indtaste '2x3-1x4', der giver svaret '2'. Så lommeregneren forudsiger, at resultatet er '1B2 4s' som forventet: T = 2 3s = 1B2 4s.

På denne måde kan vi se, at en total på et dusin kan omtælles i forskellige enheder som f.eks.

T = 12*1 = 6*2 = 4*3 = 3*4 = 2*6 = 1*12

Ved at markere den øverste højre prik på et BBBrædt ser vi, at mærkerne følger en bøjet kurve kaldet en hyperbel. Det sker også, når vi på en BB-firkant på papir omtæller 10 1'ere i 2'ere, 3'ere osv.

Omtælling af 6 2s til 4 3s viser, at øges stakkens bund fra 2 til 3 vil det reducere dens højde fra 6 til 4. Denne forbindelse mellem højden og bunden i en stak kaldes omvendt proportionalitet.

MC06. At tælle tiere i ikoner giver ligninger

Målet er at opleve, hvordan omtælling fra tiere til ikoner er et andet ord for en ligning, der selvfølgelig kan løses ved at omtælle.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med en elastik til at vise bundterne, terninger og en lommeregner.

At spørge "8 er hvor mange 2'ere" kan omformuleres til "8 er u 2ere" ved hjælp af bogstaver for uspecificerede eller ukendte tal. Dette kan så forkortes til en ligning, 8 = u*2, løst ved at omtælle 8 i 2ere som 8 = (8/2)*2, således at løsningen u = 8/2 findes, når det ukendte tal isoleres ved at flytte det kendte tal til modsatte side med modsat regnetegn. Denne metode bruges overalt:

u + 2 = 8	*u**2 = 8	*u*^8 = 2	2^*u* = 8
u = 8 – 2	*u* = 8/2	*u* = 8√2	*u* = log2(8)

MC07. Omtælling af ikoner i tiere giver rektangler og multiplikationstabeller

Målet er at omtælle ikon-stakke i tiere både i tid og rum for at få gangetabellerne.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med to lodrette gummibånd, et til venstre, der viser stakke i rummet, og et til højre, der viser en stak på 1'ere som en linje, der skal regnes med i tid.

Ved at acceptere at totaler også kan skrives med undervægt, kan vi tælle fra 1 til ti som 0B1, 0B2, 0B3, 0B4, 0B5, 1B-4, 1B-3, 1B-2, 1B-1, 1B0.

Så vi fokuserer kun på tabellerne for tallene fra 1 til 5.

• Først til venstre markerer vi stakken med 2'ere og tæller den i 2'ere som 1, 2, 3, 4 og 5 2'ere.

Derefter omtæller vi dem i tiere som 0B2, 0B4, 0B6, 0B8, 1B0.

Så til højre hopper vi med 2-trin og siger den samme rækkefølge.

Endelig lærer vi udenad vi ved at folde fingrene en efter en fem gange.

Ligeledes med 3 og 4 og 5 som bundtstørrelse.

Med tallene 6-9 placerer vi en ekstra lodret elastik efter 5.

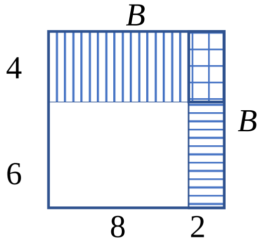
Med 6 eller B-4 som bundtstørrelse, tæller vi igen først stakken i 6'ere som 1, 2, 3, 4, 5 6s. Så omtæller vi i tiere. Først med underlæs som 1B-4, 2B-8, 3B-12, 4B-16, 5B-20. Derefter uden underlæs som 0B6, 1B2, 1B8, 2B4, 3B0. Og endelig som 6, 12, 18, 14, 30 at lære udenad.

Ligeledes med 7, 8 og 9 som bundtstørrelse.

• For at omtælle 6 8ere i tiere bruger vi to elastikker til at vise, at 6x8 = (B-4) x (B-2). Derefter får vi totalen ved at fjerne en 4xB stak vandret og en Bx2 stak lodret og derefter tilføje den øverste højre 4x2 stak, der blev fjernet to gange:

T = 6*8 = (B-4) * (B-2) = 10B – 4B – 2B + 4x2 = 4B + 8 = 4B8 = 48.

Her ser vi, at minus ganget med minus giver plus.

	T = 6 * 8	$T = \begin{pmatrix}1B-4\\1B-2\end{pmatrix}$	$T = \begin{pmatrix}2x-3\\4x-5\end{pmatrix}$
	= (B-4) * (B-2)	= 1BB – 2B – 4B + 8	= $8x^2$ – 10x – 12x + 15
	= BB – 2B – 4B + 8	= 10B – 6B + 8	= $8x^2$ – 22x + 15
	= 4B8	= 4B8 = 48	
	= 48		

• Nu omtæller vi 6 78'ere i tiere. På BBBrædt er den vandrette elastik på 6, og den lodrette elastik illustrerer 7B8. Så til venstre får vi 6 * 7B = 42B. Til højre får vi 6*8 = 48 = 4B8, så for at undgå et overlæs inkluderer vi de 4 bundter til venstre som 46B. Det samlede beløb er så 46B8 eller 468.

Det kan være hurtigere at skrive det på en linje med et overlæs:

T = 6 78s = 6*78 = 6x7B8 = 42B48 = 46B8 = 468.

• Nu omtæller vi 34 78'ere i tiere.

På BBBrædt illustrerer den vandrette elastik 3B4, og den lodrette illustrerer 7B8. Dette giver de fire dele 21BB, 24B, 28B og 3B2. Her forenes bundterne til 24 + 28 + 3, hvilket giver 55B eller 5BB5B. Så totalen er T = 26BB 5B 2 eller T = 2652.

Igen kan det være hurtigere at skrive det på en linje med overlæs og bruge FOIL (First, Outside, Inside, Last) metoden:

T = 34 78s = 34*78 = 3B4 * 7B8 = (3B + 4) * (7B + 8) = 21BB + 24B + 28B + 32 = 21BB + 55B + 2 = 26BB + 5B + 2 = 2652.

En hurtigere måde kan være at skrive tallene under hinanden. Gange ned giver BB'erne og de ubundtede, og kryds-gangning giver B'erne.

• Lang division kan også lettes ved hjælp af overlæs:

78 /6 = 7B8 /6 = 6B18 /6 = 1B3 = 13

For at udføre divisionen 2652 / 34 bemærker vi, at da 7*34 = 238 fås 265 = (265-238) + 238 = 27 + 238; og at da 8*34 = 272 fås 265 = (265-272) + 272 = -7 + 272, så

2652 / 34 = 265B 2 /34 = (238+27)B 2 /34 = 238B 272 /34 = 7B8 = 78, eller

2652 / 34 = 265B 2 /34 = (272-7)B2 /34 = 272B-68 /34 = 8B-2 = 7B8 = 78

MC08. Bundt-Bundter er kvadrater

Målet er at tælle de kvadrater, der forekommer som bundtbundter.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med to elastikker til at vise kvadraterne.

• Med 5 som bundtstørrelse indeholder 5*5-kvadratet 2 5'ere to gange og 1 5'ere, dvs. 2B5 eller 25.

Med 4 som bundtstørrelse kommer 4*4-kvadratet ved to gange at fjerne 1 5er fra 25 og derefter tilføje det øverste højre 1*1 hjørne fjernet to gange, så totalen er 15 +1 eller 16.

Med 3 som bundtstørrelse kommer 3*3 kvadratet ved to gange at fjerne 2 5'ere fra 25 og derefter tilføje det øverste højre 2*2-hjørne fjernet to gange, så totalen er 5 + 4 eller 9.

Med 2 som bundtstørrelse kommer 2*2 kvadratet ved tre gange at fjerne 3 5'ere fra 25 og derefter tilføje det øverste højre 3*3 hjørne fjernet tre gange, så totalen er -5 + 9 eller 4, som også kan ses direkte.

Med B-1 som bundtstørrelse kommer 9*9 kvadratet ved to gange at fjerne 1 bundt og derefter tilføje det øverste højre 1*1 hjørne fjernet to gange, så totalen er 8B1 eller 81.

Med B-2 som bundtstørrelse kommer 8*8 kvadratet ved to gange at fjerne 2 bundter og derefter tilføje det øverste højre 2*2 hjørne fjernet to gange, så totalen er 6B4 eller 64.

Med B-3 som bundtstørrelse kommer 7*7 kvadratet ved to gange at fjerne 3 bundter og derefter tilføje det øverste højre 3*3 hjørne fjernet to gange, så totalen er 4B9 eller 49.

Med B-4 som bundtstørrelse kommer 6*6 kvadratet ved to gange at fjerne 4 bundt og derefter tilføje det øverste højre 4*4 hjørne fjernet to gange, så totalen er 2B16 eller 3B6 eller 36.

Så de første 9 kvadrattal er 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 og 81.

Vi bemærker, at slutcifrene går igen i kvadrattal.

• Vi kan også finde kvadrattallene ved at tilføje i stedet for at fjerne:

Med 2 som bundtstørrelse indeholder kvadratet 2*2 en Total *T* = 2*2 = 4.

Med 3 som bundtstørrelse kommer 3*3-kvadratet fra at udvide 2*2-kvadratet lodret og vandret og derefter tilføje det øverste højre hjørne, så totalen er *T* = 3*3 = 2*2 + 2*2 + 1 = 9.

Med 4 som bundtstørrelse kommer 4*4-kvadratet fra at udvide 3*3-kvadratet lodret og vandret, og tilføj derefter det øverste højre hjørne, så totalen er *T* = 4*4 = 3*3 + 2*3 + 1 = 16.

Dette kan fortsættes indtil 9 * 9 kvadratet.

Her bemærker vi, at ændres en 3*3 med 1, bliver ændringerne 2*3, hvis vi ser bort fra det øverste højre hjørne. Ligeledes med de andre firkanter. Så tilsyneladende har vi en generel regel:

Ændres en n * n firkant med 1, er ændringen næsten 2*n, hvis vi ser bort far det øverste højre hjørne. Denne regel vender vi tilbage senere, når vi ser nærmere på ændringsformler og finder ud af, at ændringen af *x^2 er 2*x*.

MC09. Tre kvadratformler

Målet er at se på tre specielle kvadrat formler. Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med elastikker til at vise stakkene.

• For at omtælle en firkant som 7 7erebruger vi to elastikker til at vise, at 7*7 = (B-3) * (B-3). Vi får nu totalen ved at fjerne en vandret 3*B stak og en lodret B*3 stak, og ved at tilføje den øverste højre 3*3 stak, der blev fjernet to gange:

T = 7*7 = (B-3) * (B-3) = B*B – 3B – 3B + 3*3 = B^2 – 2*3B + 3^2.

Dette gælder for alle tal, så vi har den første kvadratformel:

(B-n*)* * (B-n*)* = *B^2 – 2**n**B* + n^2.

• For nu at omtælle kvadratet 7 7ere som 7*7 = (5+2) * (5+2), bruger vi fire elastikker til at se, at totalen er fire stakke:

T = (5+2) * (5+2) = 5*5 + 5*2 + 2*5 + 2*2 = 5^2 + 2*5 + 2^2

Dette gælder for alle tal, så vi har nu den anden kvadratformel:

(B+n) * (B+n) = B^2 + 2*n*B + n^2.

• For nu at omtælle stakken 7 3ere som 7*3 = (5+2) * (5-2), bruger vi fire elastikker til at se fire stakke. For at reducere 7 3ere til 5 3ere trækker vi 2 3ere væk og drejer den for at udvide 5 3ere til firkanten 5 5ere med 2 2ere trukket væk i øverste højre hjørne:

T = (5+2) * (5-2) = 5*5 – 5*2 + 2*5 – 2*2 = 5^2 – 2^2.

Dette gælder for alle tal, så vi har den tredje kvadratformel:

(B+n) * (B-n) = B^2 – n^2.

• Vi bemærker, at (B-1) * (B+1) = B^2 – 1 = B^2 næsten, hvis vi ser bort fra det øverste højre hjørne.

Med 1/B = n bliver dette

(1-n) * (1+n) = 1^2 = 1, næsten, hvis vi ser bort fra hjørnet n^ 2 = (1/B)^2 = (1/10)^2 = 1/100 = 0,01

Så 1-n = 1/(1+n) næsten, og 1+n = 1/(1-n) næsten, eller

Så 1/1,1 = 0,9 næsten, og 1/0,9 = 1,1 næsten.

MC10. At omtælle stakke som kvadrater giver kvadratrødder til at løse kvadratligninger

Målet er at opleve, hvordan en stak kan omtælles for at passe mellem to kvadrater; og hvordan et kvadrat altid indeholder to mindre kvadrater og to ens stakke, der kan løse kvadratligninger.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt. Først bruger vi to bånd til at vise rektanglet og to til at vise kvadratet. Derefter bruger vi to bånd til at vise de to kvadrater og de to stakke.

• Ønskes en stak omdannet til et kvadrat, spørger vi: "Hvordan ændres 6 3ere til et BB-kvadrat?"

Vi ser, at omtælling af 6 3'ere i 4'ere og 5'ere får det til at passe mellem en 4*4 og en 5*5 firkant, og at det er tættere på 4*4.

Her er overskuddet 6*3 - 4*4 = 2 = 2*1, så 1 skal lægges til 4'erne som 1 = (1/4)*4 = 1/4 4ere = 0,25.

Et gæt ville så være, at 6 3'ere kan omtælles som et 4.25 * 4.25 kvadrat. I så fald siger vi, at 4.25 er kvadratroden af 6*3, ikoniseret som en halv stak, √ (6*3). Lidt mindre, da vi har brug for noget til øverste højre hjørne. Og en lommeregner viser, at kvadratroden er 4.243.

Med hensyn til 8 3'ere ser vi, at det er tættere på 5*5. Her mangler vi 5*5 - 8*3 = 1 = 2*1/2, så 1/2 skal trækkes fra 5 som 1/2 = (1/2/5)*5 = 0,1 5er.

Et gæt ville så være, at 6 3'erne kan omtælles som en 4.9 * 4.9 firkant, så 4.9 kan være tæt på kvadratroden af 6*3. Lidt mindre, da vi igen har brug for lidt til øverste højre hjørne. En lommeregner viser, at kvadratroden er 4,90.

• På et BBBrædt ønsker vi at opdele et kvadrat i mindre firkanter og ser, at med B = 7 opdeles (B + 3) kvadratet i et B*B kvadrat og et 3*3 kvadrat og to 3*B rektangler:

(B+3) * (B+3) = B*B + 3*3 + 2 * (3*B) eller (B+3)^2 = B^2 + 6B + 9

Med B = 7 får vi B ^ 2 + 6B + 9 = 100 eller B ^ 2 + 6B - 91 = 0, en såkaldt 'kvadratisk ligning'.

• Ved at vende denne proces om kan vi måske løse kvadratisk B ^ 2 + 6B - 91 = 0, med B ukendt.

6 = (6/2)*2 = 3*2, så på en (B+3)*(B+3) BBBrædt bruger vi to elastikker til at vise 3*3-kvadratet i øverste højre hjørne og B*B-kvadratet i nederste venstre hjørne samt de to 3*B-rektangler, der kombineres til det store kvadrat (B+3)^2:

(B+3)^2 = B^2 + 6*B + 9

For at inkludere -91 omskriver vi nu 9 = -91 + 100, så

(B+3)^2 = B^2 + 6*B + 100 – 91 + 100, eller med B^2 + 6*B – 91 = 0,

(B+3)^2 = 100 = 10^2, så

B + 3 = 10 eller B + 3 = -10, så

B = 7 eller B = -13

Vi var heldige, da nogle kvadratligninger ikke kan løses som B^2 + 6B + 10 = 0, hvor 9 bliver til 10-1, så at (B+3)^2 = B^2 + 6*B + 10 -1 bliver (B+3)^2 = -1, der ikke er muligt.

• Nu vil vi løse den kvadratiske ligning B^2 - 6B +5 = 0

Da 6 = (6/2)*2 = 3*2, bruger vi på et BBBrædt to elastikker til at vise 3*3-kvadratet i øverste højre hjørne og (B-3)*(B-3)-kvadratet i nederste venstre hjørne samt de to 3*B-stakke, der kombineres til det store kvadrat B^2: B^2 = (B-3)^2 + 6*B + 9.

På BBBrædt ser vi, at (B-3)^2 kvadratet er tilbage, hvis vi fra B^2 kvadratet trækker en 3*B stak væk to gange og derefter tilføjer 3^2 kvadratet, der blev fjernet to gange:

(B-3)^2 = B^2 – 6*B + 9

For at inkludere 5 deler vi nu 9 = 5+4, så

(B-3)^2 = B^2 – 6*B + 5 + 4, eller med B^2 – 6*B + 5 = 0,

(B-3)^2 = 4 = 2^2, så

B-3 = 2 eller B-3 = -2, så

B = 5 eller B = 1

Igen er vi heldige, da B^2 – 6B + 10 = 0 ikke kan løses, hvor 9 bliver til 10-1, så

(B-3)^2 = B^2 + 6*B + 10 -1 bliver (B-3)^2 = -1, der ikke er muligt.

• For at tilføje kvadrater viser et BBBrædt, at tilføjelse af kvadraterne 7*7 og 3*3 langs diagonalen giver et 10*10 kvadrat bortset fra to 3*7 stakke. I stedet kunne vi omdanne 3*3 kvadratet til to *u**7 stakke, hvor u*7*2 = 3*3, eller u*14 = 9 = (9/14)*14, så *u* = 9/14.

Et gæt ville så være, at kvadraterne 7*7 og 3*3 tilføjes som en (7+9/14) * (7+9/14) eller 7.643 * 7.643 kvadrat, hvilket giver 58.4133, som bliver det ønskede 49+9 = 58, hvis vi fjerner 9/14*9/14 kvadratet, der blev tilføjet to gange, 58.4133 – 0.4133 = 58.

Med roden finder vi det nøjagtige svar, √58 = 7,62, som viser sig at være længden af diagonalen i 3*7-stakken, som vi kan se ved at skære fire eksempler på denne stak ud på papir.

Den første stak placeres øverst til venstre på BBBrædt, den næste vendes og placeres i den øverste ende, den tredje vendes igen, før den placeres i enden, og ligeledes den fjerde. Vi ser nu, at diagonalerne danner et kvadrat, der er et fuldt 10*10 kvadrat, hvor vi 4 gange trækker et halvt kvadrat væk, i alt 2 stakke. Når vi fjerner papirstakkene, ser vi, at dette også er tilfældet, når vi tilføjer 3*3 og 7*7 kvadraterne langs diagonalen.

Således gætter vi på, at i en stak er dens diagonals kvadrat summen af kvadraterne på dens sider. Dette kaldes Pythagoras-reglen opkaldt efter en græsk filosof.

MC11. Optælling i fysiske enheder giver per-tal

Målet er at opleve, hvordan omtælling eller dobbelttælling i to fysiske enheder skaber per-tal, der bygger bro mellem de to for at besvare spørgsmål som "hvis 3 kg koster 4 $, koster 15 kg ?$" og "?kg koster 12 $".

En fysisk total T kan tælles to gange både som 3 kg og som 4 $, T = 3 kg = 4 $, hvilket giver to per-tal, 3 kg / 4 $ og 4 $ / 3 kg (prisen).

De to enheder linkes derefter ved at omtælle i per-tallet.

Så 15 kg omtælles i 3ere som 15kg = (15/3) * 3kg = (15/3) * 4 $ = 20 $.

Ligeledes 12$ = (12/4)*4$ = (12/4)*3kg = 9 kg.

Alternativt kan enhederne omtælles:

$ = ($/kg)*kg = (4/3)*15 = 20; og kg = (kg/$)*$ = (3/4)*12 = 9

MC12. Omtælling i samme enhed giver brøker

Målet er at opleve, hvordan per-tal bliver til brøker, når de omtælles i samme enhed.

Som konkret materiale tjener et BBBrædt med to parallelle elastikker for at vise helheden og delen.

Hvis en helhed indeholder en del, har de den samme enhed. I dette tilfælde bliver per-tal til en brøkdel uden enheder. Alligevel kan vi bruge enhederne 'p' og 'h' til delen og helheden.

At få brøkdelen 3/5 af 20 $ betyder således at få 3p / 5h af en 20 $ helhed. Omtælling i per-tallet giver således 20h = (20/5)*5h = (20/5)*3p = 12p, eller 12$ af 20$.

At få brøkdelen 3/5 af 100 betyder således at få 3p/5h af en 100 helhed. Omtælling i per-tallet giver således 100h = (100/5)*5h = (100/5)*3p = 60p, eller 60 af 100, skrevet som 60%.

At spørge "20 $ er hvilken procentdel af 80 $" betyder at spørge om brøkdelen 20/80 af 100. Eller vi kan introducere en ny enhed 80$ = 100% for at se, at 20$ = (20/80)*80$ = (20/80)*100% = 40%.

For at tilføje 10% til 200$ introducerer vi per-tallet 200$/100%. Efter tilføjelsen er totalen

T = 100% + 10% = 110% = (110/100)*100% = (110/100)*200$ = 220$.

Så at tilføje 10% betyder at gange med 110%, og at tilføje 10% 5 gange betyder at gange med 110% ^ 5 = 161.1%, hvilket giver 50% plus 11.1% yderligere, også kaldet sammensat rente.

MC13. Omtælling af staksiderne giver trigonometri før geometri

Målet er at opleve, hvordan per-tal i en stak med en diagonal fører til trigonometri.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt på papir og en vinkelmåler.

• På et BBBrædt markerer vi en 5 * 10 stak med højde 5 og bund 10 og omtæller højden i bunden:

højde = (højde/bund) * bund = tangent Vinkel * bund, forkortet til

h = (*h* / b) * b = tan A * b = tan *A b*ere,

Dette giver formlen tangent A = højde / bund, eller tan A = *h* / b *eller tan A = 5/10 i vores tilfælde.*

En vinkelmåler viser, at vinklen *A* er lidt over 25 grader. Når vi tester dette, får vi tan 25 = 0,466. Den omvendte tan-knap 'tan^-1' giver det præcise resultat, tan^-1(0,5) = 26,6 grader.

Ved at bruge ordene 'ud' og 'op' i stedet for 'bund' og 'højde' får vi diagonalens hældningsformel:

tan *A* = op / ud.

• Ordet 'tangent' bruges, da højden vil være en tangent i en cirkel med centrum i A og med bunden som radius. Dette giver en formel for omkredsen, da en cirkel indeholder mange retvinklede trekanter, ud fra midten. I en cirkel med radius 1 omtælles h i r som h = (h / 1) * 1 = tan A.

En halvcirkel er 180 grader, der opdeles i 100 små dele som 180 = (180/100) * 100 = 1,8 100ere = 100 1,8ere. Med A som 1,8 grader er cirklen og tangenten, h, næsten identiske. Så halvdelen af omkredsen, kaldet π, er

π = 100 ∗ h = 100 * tan 1,8 = 100 * tan (180/100) = 3,1426

Dette giver en formel for tallet π:

π = tan (180/n*)* * n, for n *tilstrækkelig stor.*

Vi ser også, at i en cirkel med radius *r er omkredsen 2**π*r, og arealet er π*r^2, eller π/4* *d^2, hvor d* er cirklens diameter.

Så en d-cirkel optager næsten 80% af pladsen inde i den omgivende d-firkant.

• I en 3 * 4 stak er diagonalen 5. Hvis vi omtæller højden og bunden i diagonalen, får vi per-tallene sinus og cosinus:

højde = (højde/diagonal) * diagonal = sinus Vinkel * diagonal, forkortet til

h = (h / d) * d = sin A * d = sin A dere,

Dette giver formlen sin A = højde / diagonal, eller sin A = h / d eller sin A = 3/5 i vores tilfælde.

Ligeledes cos A = bund / diagonal, eller sin *A = b* / d *eller cos* A = *4/5 i vores tilfælde.*

MC14. Vandret og lodret forening giver calculus og proportionalitet

Målet er at opleve, hvordan totaler kan forenes vandret og lodret når de er talt og genoptalt.

Som konkret materiale tjener et BBBrædt med elastikker samt terninger.

• Vi spørger "Med T1 = 2 3ere og T2 = 4 5ere, hvad er T1 + T2, når de forenes vandret som 8ere?" Vi ser, at vandret forening betyder at forene arealer, hvor gange går forud for plus. Dette kaldes integralregning. Omtællingsformlen forudsiger resultatet.

T1 + T2 = 2 3ere + 4 5ere = ((2*3+4*5)/8)*8 = (24 + 2)/8 8ere = 3 2/8 8ere

Vi stiller nu det omvendte spørgsmål "Hvis T1 = 2 3ere og T2 forenes vandret som *T* = 4 7ere, hvad er så T2?" Vi finder svaret ved at fjerne den oprindelige stak og omtælle resten i 4ere. Så nu går minus forud for division, hvilket er naturligt som omvendt integration, også kaldet differentialregning. Omtællingsformlen forudsiger resultatet.

T1 + T2 = 2 3ere + T2 = 4*7, så

T2 = ((4*7 – T1)/4)*4 = (4*7 – 2*3)/4 4ere = (20+2)/4 4ere = 5 2/4 4ere

• Vi spørger "Med T1 = 2 3ere og T2 = 4 5ere, hvad er T1 + T2, når de forenes lodret som 5ere?" Vi ser, at for at forenes lodret skal enhederne gøres ens, så med T1 = 2 3s = 1B1 5ere, T1+T2 = 5B1 5ere, som forudsagt af omtællingsformlen:

T1 + T2 = 2 3ere + 4 5ere = ((2*3+4*5)/5)*5 = (25 + 1)/5 5ere = 5 1/5 5ere

Vi stiller nu det omvendte spørgsmål: "Hvis T1 = 2 3ere og T2 som nogle 5ere forenestil *T* = 4 5ere, hvad er T2?" Vi finder svaret ved at fjerne den oprindelige stak og omtælle resten i 5ere. Så igen går minus forud for division som i differentialregning. Omtællingsformlen forudsiger resultatet:

T1 + T2 = 2 3ere + T2 = 4 * 5, så

T2 = ((4*5 – T1)/5)*5 = (4*5 – 2*3)/5 5ere = (20+2)/4 4ere = 5 2/4 4ere.

Når vi skriver T1 + T2 = T, får vi T2 = T - T1 = ΔT = ΔT / 4 4ere ved hjælp af det græske bogstav delta, der angiver en forskel. Her kaldes per-tallet ΔT/4 en differenskvotient.

• For at løse ligningen 2 + 3*x = 14 skal enhederne medtages som 2*1 + 3*x = 14*1, eller der kan anvendes en skjult parentes: 2 + (3*x) = 14 = (14-2) + 2 efter opdeling.

Så 3*x = 14-2, der omtælles til (14-2)/3 *3, hvilket giver løsningen x = (14-2) /3 eller x = 4.

MC15. Plus og minus af etcifrede tal

Målet er at opleve, hvordan etcifrede tal kan lægges sammen og trækkes fra.

Som konkret materiale tjener et BBBrædt med elastikker samt terninger.

På et BBBrædt ser vi, at '7-5 = 2' da 5 trukket væk fra 7 efterlader 2. Og at '5-7 = -2', da vi har brug for 2 for at kunne trække 7 væk fra 5, så resultatet giver '0B-2'.

På et BBBrædt ser vi, at forenet lodret giver T = 3+5 = 2B2 3ere = 2B-2 5ere, som begge kan omtælles som 8 1ere. Ligeledes ser vi, at 6+8 = 2B2 6ere = 2B-2 8ere', som begge kan omtælles som 1B4 tiere eller 14.

MC16. Calculus plusser per-tal

Målet er at opleve, hvordan per-tal (og brøker) først skal ganges til styktal, før de kan forenes.

Som konkrete materialer tjener et BBBrædt med gummibånd.

Vi spørger "2 kg 3 $ / kg + 4 kg 5 $ / kg = 6 kg af hvad?" Vi ser, at styktallene 2 og 4 plusser direkte, mens per-tallene 3 og 5 plusses som arealer, da de først skal opganges til styktal, hvilket skaber arealer. Her er per-tallene stykkevis konstante. Senere spørger vi "2 sekunder af 4m / s stigende konstant til 5m / s giver hvor mange meter?". Dette fører til at finde arealet i en 'lokalt konstant' (kontinuerlig) situation, der definerer lokal konstans ved specielle tal kaldet epsilon og delta.

Vi stiller nu det omvendte spørgsmål "2 kg 3 $ / kg + 4 kg af hvad = 6 kg 5 $ / kg?" Vi ser, at styktallene 6 og 2 kan trækkes direkte fra, mens per-tallene 5 og 3 må fratrækkes som arealer, da de først skal opganges til styktal og dermed blive arealer. Senere, i en 'lokalt konstant' situation, kaldes dette differentialregning.

MC17. Forening af uspecificerede bogstav-tal

Målet er at opleve, hvordan bogstavtal kun kan lægges sammen med fælles enheder.

I bogstav-tallet *T* = 3ab er gangetegnet usynligt, og bogstaverne står for uspecificerede tal. Da enhver faktor kan være en enhed, kan T ses som 3 ab'ere, eller som (3a) b'ere eller som (3b) a'ere. For at undgå at blive forvirret af 'ere udelader vi det, så T = 3ab = 3 * ab = 3a * b eller 3b * a.

Da totaler har brug for en fælles enhed for at forenes, skal denne først findes:

*T = 3ab + 4ac = 3b * a + 4c * a* = (3b + 4c) * a

T = 2ab^2 + 4bc = *ab * 2b + 2c * 2b =* (ab+2c*) * 2b*

MC18. Algebra-skemaet

Målet er at opleve, hvordan et 'Algebra skema' viser de fire måder at forene og opdele i ens og uens styk-tal og per-tal.

Omtælles ti fingre i 3ere fås T = 1BundtBundt 1 3ere = 1*B^2 + 0*B + 1, hvilket eksemplificerer en generel bundtformel T = a*x^2 + b*x + c, kaldet et polynomium, der viser de fire måder at forene tal på: addition, multiplikation, gentagen multiplikation eller potens og stak-addition eller integration.

Medtager vi enhederne ser vi, at der kun kan være fire måder at forene tal på: addition og multiplikation forener uens og ens styk-tal, og integration og potens forener uens og ens per-tal. Omvendt opdeler subtraktion og division i uens og ens styk-tal, og differentialregning og rod eller logaritme opdeler i uens og ens per-tal.

Vi kan kalde denne smukke enkelhed et 'algebra-skema' i overensstemmelse med den arabiske betydning af ordet algebra, at genforene. Skemaet viser, at ligninger løses ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

Regnearter forener/ opdeler Totaler i	Uens	Ens
Styk-tal m, s, kg, $	$T = a + n$ $T – n = a$	$T = a * n$ $T/n = a$
Per-tal m/s, $/100$ = %	$T = \int f\, dx$ $dT/dx = f$	$T = a^b$ $b\sqrt{T} = a$ $loga(T) = b$

Giv de unge deres egen skole

Kronik Information 13. november 2002

Alle vil i gymnasiet – jamen, så lad dem dog, og lav gymnasiet om. Helst, mens der stadig er lærere

Der lægges nu op til ændringer i folkeskolen og gymnasiet. Mange kokke står om bordet med hver deres ønsketænkning. Men hvad med i stedet at se på de nøgne facts?

Det er et faktum at gennemsnitsalderen for gymnasielærere er langt over 50 år. Samt at der er en alt for lav tilgang af nye gymnasielærere inden for hårde fag som matematik og naturvidenskab, bl.a. fordi der er en alt for lav tilgang til matematikbaserede uddannelser inden for naturvidenskab og teknologi. Disse to fakta vil bevirke at gymnasiet bryder sammen inden for det næste tiår på grund af lærermangel inden for de hårde fag.

Og det er et faktum, at ungdommen mangler sin egen skole. Først to-tre år på en barneskole, folkeskolen, så to-tre år på en universitetsforskole, gymnasiet.

Gymnasiet vedkender sig at være studieforberedende. Men navnet folkeskole slører for dens umulige opgave, at uddanne både børn og unge med én og samme læreruddannelse. I et forsøg på at tjene to herrer på samme tid har folkeskolen sat sig mellem to stole, hvor den er mere barneskole end ungdomsskole.

At børn og unge lærer forskelligt kan ses ved at besøge skolen på et tidspunkt, hvor eleverne sætter deres egne læringsdagsorden, nemlig i frikvarteret. Tredje klasse løber rundt på skolen, råber og skubber til hinanden. For som andre pattedyrunger lærer også menneskebørn ved at mærke verden.

Ottende klasse derimod sidder stille og roligt i klasseværelset og udveksler fortællinger med hinanden og med mobiltelefonen. De kom ud af puberteten og mødte op i skolen spændte på hvilke nye fortællere og nye fortællinger den havde om deres nyopdagende verden.

Men skolen kan kun tilbyde genbrug af barneskolens fortællere, og disse kan kun bede de unge have tålmodighed i to-tre år endnu før de kan påbegynde en ungdomsuddannelse. Men i mellemtiden kan de jo passende forberede sig på den kommende afslutningseksamen fra folkeskolen.

Senere møder de unge spændte op i gymnasiet, men modtages her af universitetsuddannede forskere, der kun kan fortælle om deres eget fag, og som hele tiden bruger fremmedord. Så efter i tre år at have hørt på hvordan »bublibub« er et eksempel på »bablibab« er det vel intet under, at det sidste, de unge ønsker at blive er gymnasielærer.

Kort sagt, de to største problemer i folkeskolen og gymnasiet er, at ungdommen mangler sin egen skole, og at gymnasiet snart forsvinder på grund af lærermangel.

Løsningen er til gengæld snublende nær. Vi kunne jo skele til udlandet og indrette to skoler og to læreruddannelser, én for børn og én for de unge.

Vi kunne lade den nuværende folkeskole stoppe efter 7. klasse, og ændre navnet til grundskole. Ordet folkeskole havde en dyb mening for hundrede år siden, da det var vigtigt at signalere, at nu blev byens borgerdydsskoler og landets almueskoler samlet til én skole, folkets skole. Men i dag er ordet direkte misvisende, eftersom det jo ikke er folket, der går i folkeskolen.

I udlandet undrer man sig da også når man hører at danske børn går i »the people's school«, at lærerne er udannet på et »seminarium«, og at skolen slutter med tre år på et »gymnasium«.

Ordet »people« leder tanken hen på en socialistisk étpartistat. Og på engelsk betyder seminarium præsteskole, og gymnasium betyder gymnastiksal. Det er derfor ikke underligt at udenlandske tilhørere bliver forvandlet til store spørgsmålstegn når de for deres indre blik ser det danske uddannelsessystem fremstå som geledder af glade børn der først marcherer ti år i takt under kommando af præster, og siden slapper af med tre års gymnastik. Så hvad med at opfinde nogle tidssvarende globaliseringsvenlige betegnelser?

Ungdommen kan få sin egen ungdomsskole ved at samle 8., 9., 1.g og 2.g til en fireårig dansk »hej-skole« efter amerikansk mønster. 3.g kan overføres til universitetsniveauet og blive til et fireårigt college, eller til et toårigt lokalt junior-college, der også omfatter i teknisk og merkantil erhvervsuddannelse.

Det vil være klogt at gå i gang nu, mens de aldrende gymnasielærere endnu er til rådighed som lærere i hejskolen, som uddannere af lærere til ungdomsskolen, og som lektorer på junior college. For om ti år er det for sent.

Fordelene ved at omorganisere folkeskolen og gymnasiet til en grundskole og en ungdomsskole er mange.

Opdelingen respekterer at børn og unge lærer forskelligt, og derfor også skal undervises forskelligt.

Ungdomsskolen kan nemt tiltrække nye lærere. Især hvis man dropper den nuværende dille med projektarbejde. Projektarbejde var yderst relevant for 30 år siden i industrisamfundets sidste fase. Men i dag er informationssamfundet godt i gang, og her er det »storytelling«, der tæller. Vi har huller i hovedet for at få mad til kroppen og fortællinger til hjernen. Og veltillavet mad og spændende fortællinger glider automatisk ned, så både kroppen og forstanden undgår at blive forkrøblet.

Udfordringen til informationssamfundets lærere hedder »storytelling«, dvs. at kunne oversætte deres fag til fortællinger der er spiselige for en ungdom, der lærer gennem sladderlæring: »Fortæl mig noget jeg ikke ved, om noget jeg ved«.

Endvidere undgår skolen at udvikle skoletræthed, for de unge får nye lærere og nye fortællinger fra første dag i ungdomsskolen. Og allerede som 18-årige kan de unge gå videre med det der interesserer dem, det kan være praktiske erhverv på et lokalt college, eller en profession på et lokalt eller et regionalt college, f.eks. en uddannelse til lærere for børn eller for unge.

Eller til ingeniør. For storytelling løser også problemet med flugten fra naturvidenskab. Naturvidenskab har gemmen århundreder udviklet sig gennem lag på lag af abstraktioner.

Men i dag fortælles naturvidenskaben i omvendt historisk rækkefølge, så et abstrakt begreb forklares som eksempel på et endnu mere abstrakt begreb, der historisk blev opfundet senere. Således fremstiller matematikfaget en funktion som et eksempel på en mængderelation, til trods for at funktionen stammer fra omkring 1750, og mængden fra omkring 1900. Intet under at publikum udvandrer, når filmen vises bagfra.

Men matematikfaget kunne anmodes om at respektere den historiske rækkefølge og praktisere storytelling. Matematikken kunne forklare det abstrakte ud fra det konkrete, f.eks. ved at genbruge de oprindelige talemåder og sige, at en funktion er et navn for et regnestykke med et ukendte tal, som f.eks. 3+x.

Hvis bublibub-matematik erstattes med regne-matematik vender eleverne glade tilbage til faget. For som de siger: »Det er sjovt når man kan forstå det og finde ud af det!«.

Vi kunne naturligvis også forsøge at reformere de nuværende skoleformer: Hvis vi laver gymnasiet om i 2005 og indfører projektarbejde, så bliver eleverne så glade for gymnasiet at de alle vil være gymnasielærere, især i de hårde fag. Nuvel, lad os et øjeblik tro på det. Så er den første nye begejstrede årgang færdig i 2008, og efter et par fjumreår rundt i verden og i uddannelses-systemet påbegynder de en gymnasielæreruddannelse i 2012 og bliver måske færdig i 2018, hvorefter de er klar på markedet i 2020.

I mellemtiden har det været 2010, og lad os lige prøve at være lidt optimistiske mht. hvordan verden ser ud i 2010. I 2005 indføres projektgymnasiet, der vil får en stor del af de nuværende gymnasielærere til at fremskynde deres pension så de forlader skolen samtidig med det gode gamle gymnasium i 2008.

I 2010 står tre fjerdedele af matematiklærerjob ubesat. Halvdelen af matematiklærerne er gået på pension, og halvdelen af resten er søgt over i de private gymnasier, der skyder op som paddehatte i de store byer, og hvor matematiklærerens løn er blevet tredoblet.

Nogle gymnasier forsøger at holde på deres lærere og tilbyder tredobbelt løn ved at tvinge de øvrige lærere til at øge deres undervisningsbyrde med 50 procent, hvilket bevirker massive strejker overalt på de offentlige gymnasier.

Tilgangen til ingeniørstuderende falder drastisk, da hovedleverandørerne til disse, provinsgymnasierne, nu ikke længere kan levere studerende.

Desperat iværksættes efteruddannelseskurser i matematik for folkeskolelærer og humanister, men stort set alle dumper til eksamen. Så forældrene opgiver efterhånden det offentlige gymnasium, og tager et stort lån i parcelhuset for at kunne sende børnene på privat kostskole i København, det eneste sted de kan modtage undervisning i matematik. Men lærerne her underviser stadig i bublibub-matematik, så ingen studenter ønsker at gå videre af den vej.

Så i 2014 må Danmark atter erklæres fallit. I 1814 var det valutaen, nu er det uddannelsessystemet. Vi må så anmode om at blive sat under administration af svenskerne. Og i løbet af de 20 år det tager svenskerne at opbygge et nyt uddannelsessystem, synker Danmark længere og længere ned mod U-landsstatus.

Nå så slemt går det vel ikke. Nej sikkert ikke, men tør vi løbe risikoen? Er det ikke bedre at forebygge end at helbrede? Så kære politikere, hvad med at fejre folkeskolen og gymnasiets 100-års jubilæer ved at takke for en god tid og sende dem på museum. Og lad så ungdommen få den skole, den har ventet så længe på. På forhånd tak.

Drop matematik og genindfør regning

Kronik Berlingske 3.1 2004

Matematismens pris. De dårlige danske resultater i naturfag i PISA-undersøgelsen skyldes det danske matematikfag. Hvor ’mathematics’ i angelsaksiske skoler betyder konkret matematik eller regning, betyder matematik her abstrakt matematik - som ydermere har vendt sin historiske udvikling på hovedet og er blevet til ’meta-matik’, der er fyldt med ’matematisme’, dvs. matematik som ikke holder i virkeligheden. Som løsning foreslås en anglificering, så også den danske matematik fortolkes som regning.

Skal nedturen på PISA-skalaen vendes til en optur, må der ske en anglificering af den danske matematik, så matematikken bliver metamatik-fri og matematisme-fri.

Igen har OECD med sin PISA-undersøgelse afsløret, at det står sløjt til med de tre centrale skolefag læsning, regning og naturfag. Altså med de tre fag, som man først og fremmest går i skole for at lære, da de ikke kan læres i de sammenhænge, man ellers færdes i, hjemmet, vennekredsen, sportsforeninger, osv. I læsning falder vi fra plads 16 til plads 19, i matematik fra plads 12 til 15. Men den store katastrofe er naturfag, hvor vi falder fra plads 22 til plads 31. Hvad er problemet med naturfag?

Vi ser straks Finland som det store forbillede, da Finland indtager plads 1, 2 og 1. Men vi bør også se nærmere på Canada, som indtager plads 3, 7 og 11. For så vil vi hurtigt indse, at den store synder i naturfagskatastrofen hverken er elever eller lærere, men faget matematik.

Kernen i naturfag er det faktum, at vi kan forudsige naturens opførsel ved at regne på den. Vi behøver altså ikke at bygge mange storebæltsbroer for at se, hvilken der holder. Vi kan på forhånd regne ud, hvordan broen skal konstrueres, for at den ikke styrter sammen. Kort sagt, naturfaget bygger sin styrke på, at det kan benytte regnefagets forudsigelseskraft.

Det var netop, hvad der skete i 1600-tallet, da Brahe, Kepler og Newton tvang biblioteket til at respektere laboratoriet og frafalde påstanden om, at planeterne bevæger sig rundt om Jorden.

De tre herrer indførte en ny standard for at skabe viden: Videnskab er kontrollerbare udsagn baseret på troværdige data. Brahe brugte sit liv på at indsamle troværdige data i form af observationer af planeternes bevægelse. På denne baggrund kunne Kepler slutte, at planeterne bevæger sig rundt om Solen. Og på denne baggrund kunne Newton opstille en generel teori: Planeterne falder mod Solen trukket af samme kraft, som får æbler og måner til at falde til Jorden, en tyngdekraft der kan sættes på tal og formel. Og som derfor gennem beregning kan forudsige udfaldet af fremtidige fald i laboratoriet.

Sådan tvang regnefagets forudsigelseskraft biblioteket til at erstatte tro med viden. Dette førte til 1700-tallets oplysningstid og til dennes opgør med de to formynderiske herrer: herremanden og Vorherre. Samt til installering af to demokratier: i USA og i Frankrig.

Så regnefaget skabte grundlaget for demokratiet. Derfor vogter den demokratiske angloamerikanske skole over sit regnefag, mathematics. Fysikfaget støttes ved, at en del af regnefaget kaldes 'applied mathematics'. Dvs. eleverne lærer at regne på naturen både i fysik og i matematik.

I disse lande betyder ordet 'mathematics' konkret regning; her betyder matematik abstrakt regning, hvilket de andre kalder algebra.

Derovre er matematik populært, fordi eleverne kan se nytten af at kunne regne overalt. Her vender eleverne ryggen til matematik, fordi de ikke kan se dens abstrakte begreber brugt nogen steder.

Derovre siger lærerne, at matematik handler om tal og beregning. Her siger lærerne, at matematik handler om logik og beviser med henvisning til universitetets definition af matematik: Matematik er hvad matematikere laver.

Derovre lærer de matematik ved at regne på den økonomiske og fysiske omverden. Her skal vi først lære matematikken, før vi kan anvende den, for »vi kan jo ikke anvende matematikken, før vi har lært den, vel?«.

Herhjemme ser vi verden som anvender af matematik. Derovre ser de verden som skaber af matematik.

Det gjorde vi også engang. Indtil 1960 opdelte vi matematikfaget i to dele, konkret regning og abstrakt matematik. Men med indførelsen af den nye matematik i 1960erne forsvandt regnefaget, som nu blev opfattet som anvendt matematik.

Den amerikanske matematikhistoriker Morris Kline giver i bogen 'Hvorfor kan Jørgen ikke regne' en rammende karikatur af den nye bevismatematiks besynderligheder. Læreren spørger: »Hvorfor er 2+3 = 3+2?« Eleverne svarer: »Fordi begge er lig 5«, hvortil læreren svarer: »Nej, det er fordi den kommutative lov gælder for addition i mængden af naturlige tal«.

USA gik med sloganet 'back to basics' hurtigt bort fra mængdematematikken. Her i landet findes den stadig lige under overfladen overalt i uddannelsessystemet.

Man kan undre sig over logikken i at fremstille mængdebegrebet som matematikkens grundlag, når det først blev opfundet omkring år 1900, dvs. ca. 200 år efter, at matematikken havde opdaget den sidste regningsart, differentialregning.

Når matematik holder op med at respektere sin historiske rækkefølge og vendes på hovedet, ophører den med at være matematik og bliver i stedet til 'matematik på hovedet', 'meta-matik' eller 'dræber-matematik'. Meta-matik fordi den fremstiller matematikken som nedsteget oppe fra en metafysisk oververden, hvor den i virkeligheden er opstået nede fra en fysisk omverden. Dræber-matematik fordi den abstrakte matematik ikke kan anvendes til noget uden for klasseværelset, og indenfor kan den kun anvendes til at dræbe fagets relevans og elevernes interesse.

Det er denne dræbende meta-matik, som har meget uheldige konsekvenser for matematikken og katastrofale konsekvenser for naturfaget i ungdomsuddannelserne. Den vender tingene på hovedet ved at kræve, at man først skal forstå et regnestykke, før man må regne det ud. Og forståelsen skal komme oppefra, et regnestykke skal forstås som værende et eksempel på en funktion.

Så før man regner, skal den korrekte definition på en funktion kunne gengives: »En funktion er et eksempel på en mængderelation, hvorom det gælder, at den til ethvert element i den ene mængde knytter et og kun et element i den anden mængde«. Eleverne hører dette som »Bublibub er et eksempel på bablibab«, for hvordan i alverden skal man kunne forstå noget abstrakt ud fra noget endnu mere abstrakt? Så helt naturligt beder eleverne om en ægte forklaring, som forklarer det ukendte ved noget kendt.

Men de stakkels lærere kan kun gentage, hvad de allerede har sagt. For ligesom der hører mange eksempler til én abstraktion, hører der kun én abstraktion til eksemplerne, når tingene vendes på hovedet. Så det eneste lærerne kan gøre, er at tale langsommere eller råbe højere. Denne ekko-undervisning tvinger eleverne til at vende ryggen til matematikken og fravælge matematikbaserede uddannelser med en række uheldige resultater til følge: Vore ingeniørskoler må fylde studiepladserne op med udenlandske studerede; gymnasiet vil bryde sammen inden ti år på grund af lærermangel inden for matematik og fysik, da halvdelen af de nuværende lærere snart går på pension. Og da alt for få læser matematik, hvoraf de færreste kunne tænke sig at blive gymnasielærer.

Men værre endnu: Denne på-hovedet-vendte meta-matik kan ikke forhindre, at matematikken bliver forurenet med 'matematisme'. Matematisme er en isme, altså noget som nogen tror på, men som ikke holder i virkeligheden.

Forskellen på matematik og matematisme kan illustreres ved de to regnestykker 2+3=5 og 2En Stjerner. 3=6.

Plusstykker er matematisme, da der findes utallige eksempler på, at 2+3 ikke er 5, f.eks. 2 uger + 3 dage = 17 dage, 2 meter + 3 centimeter = 203 centimeter, osv.

Plusstykker er nemlig altid enhedsafhængige. En lære som kostede USA dyrt, da to Mars-sonder smadredes, fordi man ukritisk plussede centimeter og tommer. Og som nu også koster Danmark dyrt i form af et voksende tab af international prestige og af regnetalenter.

Gangestykker er derimod matematik, fordi de er enhedsuafhængige ved altid at have enheden indbygget i sig, da 1*3 altid kan opfattes som enheden '3ere'. Så 2*3 kan som 2 3ere altid optælles som 6 1ere, dvs. 2*3 = 6 *1.

Skal nedturen på PISA-skalaen vendes til en optur, må der ske en anglificering af den danske matematik, så matematikken bliver metamatik-fri og matematisme-fri. Dette gøres lettest ved at vende tilbage til den gamle betegnelse 'regning'. Derfor: Drop matematikken og genindfør regning, for eleverne elsker at lære om forholdsregning, trekantsregning, vækstregning, sandsynlighedsregning, bogstavregning, pertalsregning (brøkregning, red.) osv. Og så vil eleverne få den forudsigelseskraft tilbage, som skaber og udvikler både naturfaget og demokratiet.

Foucault og matematiksvaghed

Kronikforslag Jyllands-Posten 1.2.2009

'Skal du i gymnasiet?' 'Nej, min lærer siger, jeg er for matematiksvag.' En egenskab der åbenbart deles af mange, for centraladministrationen har måttet sænke bestågrænsen i matematik fra det internationale niveau på 60% korrekt besvarelse til 20% i folkeskolen og 40% i gymnasiet. Og regnes kun hver femte opgave korrekt, er det vel naturligt at fælde dommen 'matematiksvag' som en identitet, eleven skal bære på resten af livet?

Eller er det modsat sådan, at eleven er påtvunget en falsk identitet af en institution, der hævder at være objektiv, men som ved eftersyn viser sig at udøve skjult formynderi med henblik på at udskille en servil elite til centraladministrationens embeder? Det ville franskmanden Michel Foucault i hvert fald mene.

Som professor i tankesystemer, også kaldet diskurser eller discipliner, påviste Foucault, hvordan discipliner disciplinerer, både sig selv og sine objekter.

Disciplinens selvdisciplin sker ved at udøve diskurspleje gennem begrebstvang, så diskursen kun udtaler sig om bestemte begreber, og tier om andre. Diskursplejen sikres institutionelt gennem universiteter og skoler, altså de institutioner, der skaber og formidler discipliner.

I skolen vogtes diskursen af lærebøger, som eleverne forventes at følge nøje og gengive ordret til eksamen. På universitetet udøves diskursplejen ved kun at tildele forskningsmulighed til de, der er villige til at skrive inden for diskursen, og ved kun acceptere afhandlinger, der kan forsvares inden for diskursen. Dvs. kun reproduktion og kommentering af den herskende diskurs tillades.

Disciplinens objekter disciplineres ved at påtvinge dem diskursens begreber som identitet i form af domme, der ikke kan appelleres, fordi diskursen som religioner omfatter både den lovgivende, udøvende og dømmende magt. Diskursen indespærrer herved individet i et identitetsfængsel, men tilbyder samtidig hjælp til at komme ud, forudsat at individet accepterer diskursens dom og anvisninger. Foucault kalder dette pastoralmagt: 'Du er ufrelst, men frygt ikke, thi vi de frelste skal nok hjælpe dig; du skal blot gøre tre ting: du skal angre din ufrelsthed, du skal komme til vores frelserinstitution og der blive lakaj af vores frelserdiskurs. Gør du ikke det, er du selv skyld i din fortabelse.'

Foucault påviser, hvordan humanvidenskaber til stadighed skaber nye begreber, der straks installerer en ny anormalitet hos mennesker. Begrebet 'dannet' installerer således identiteten 'udannet' samt en pastoral dannelsesinstitution med et tilhørende frelseløfte: 'Du er udannet, men frygt ikke, thi vi de dannede skal nok frelse dig; du skal blot gøre tre ting osv.

Med deres ekspertstatus påtvinger humanvidenskabernes vidensmagt skyldføles hos de dømte, hvorved diskursens disciplinering bliver til selv-disciplinering, en meget effektiv kontrolform.

At diskursernes sandhedskrav er falske, påviser Foucault med hvad han kalder begrebsarkæologi, der afslører forskellige perioders begrebstvang. F.eks. var det først muligt at gøre mennesket til grundled i en diskurs, efter den moderne periode afløste Oplysningstiden, hvor mennesket var beskriver, men aldrig det beskrevne. Men med dissektion af syge døde mennesker opstår en diskurs om mennesket, der udvikler sig til også at omfatte syge levende mennesker, hvilket førte til psykiatrien, psykologien og de øvrige humanvidenskaber. Som altid vil være pseudovidenskaber, fordi de tvinger deres objekt, mennesket, til at assimilere sig til deres identitetsdomme, hvor ægte videnskab modsat akkommoderer sig til sine objekter.

'Mængde' er den herskende matematikdiskurs centralbegreb, hvorfra øvrige begreber defineres som eksempler. Tal er eksempler på forskellige talmængder. Regnearter er relationer mellem mængdepar og enkeltmængder, som til hvert talpar tilknytter et nyt tal, beregningsresultatet. Et regnestykke er et eksempel på et talnavn, hvor tal som 8 har mange forskellige talnavne: 8 = 6+2 = 9-1 = 4*2 = 16/2 osv. En ligning er et eksempel på en relation mellem to mængder af talnavne. Målinger er eksempler på funktioner, der igen defineres som eksempler på relationer mellem to talmængder. Opsparing hhv. uden og med rente er eksempel på hhv. en lineær og en eksponentiel funktion. Osv.

Begrebsarkæologi viser hurtigt, at begreber som eksempler på abstraktioner stammer fra omkring år 1900, hvor mængdebegrebet blev opfundet. I Oplysningstiden definerede matematikken sine begreber modsat, som abstraktioner fra eksempler, altså som en naturvidenskab. En funktion defineres således som et navn for et regnestykke, der indeholder et variabelt tal, dvs. 3+x i modsætning til 3+5.

Den herskende matematikdiskurs bliver således pastoral ved at undertrykke sit alternativ, matematik som naturvidenskab. Så måske er identiteten 'matematiksvag' ikke natur, men en konstruktion installeret af en pastoral diskurs? Derfor spørgsmålet: Hvordan ser matematik ud opbygget som en naturvidenskab til udforskning af det naturlig faktum mange?

Vi omgås mange ved tælling og regning. Der er tre måder at tælle på. 1.ordens tælling danner ikoner, der indeholder det antal streger, ikonet beskriver: 4 streger i 4-ikonet osv. Efter 9 bruges 2.ordens tælling i form af bundtning og stakning, hvilket måske giver 3 4-bundter og 2 ubundtede, der kan skrives som 3.2 4ere. Eller 3.ordens tælling, hvor der bundtes og stakkes i tiere, hvilket omtales som 3ti2 og derfor burde skrives som 3.2 tiere. Et naturligt tal er altså et decimaltal med en enhed, hvor decimaltegnet adskiller bundter og ubundtede.

Mægdediskursen bruger dog skrivemåden 32, som kaldes naturlig, til trods for at den er præcist det modsatte, da enheden er fjernet og decimaltegnet fejlplaceret. Desuden overspringes 1.ordens og 2.ordens tælling, til trods for at tallet ti som det eneste tal med eget navn men uden egen ikon bliver en kognitiv bombe, der installerer matematiksvaghed allerede i første klasse.

Eksempelvis indføres 10 som efterfølger til 9 til trods for, at ved optælling i 7ere vil 10 være efterfølger til 6 og efterfølgeren til 9 vil være 13. 10 betyder nemlig 1 bundt og 0 ubundtede, så med 7-bundtning tælles: 5, 6, bundt, bundt og 1, bundt og 2 osv., eller 5, 6, 10, 11, 12. Hvilket i øvrigt viser, at man aldrig bruger bundtstørrelsens ikon.

Mængdediskursen anerkender kun én måde at lægge samen på: 2ti7+ 3ti5 = 5ti12 = 6ti2. Herved skjules det faktum, at stakke som 3 4ere og 2 5ere kan sammenlægges på to måder, ovenpå eller ved siden af.

Ovenpå forudsætter ens enheder, dvs. enheden 4er skal veksles til 5er eller modsat. At skifte enhed kaldes teknisk proportionalitet, og udskydes til omkring 5. klasse, til trods for at det kan læres i første klasse. Men 3 4ere og 2 5ere kan også sammenlægges ved siden af hinanden som 9ere. Teknisk kaldes dette integration, der forbeholdes en lille elite i slutningen af gymnasiet til trods for at det kan indlæres i første klasse.

'Matematiksvag' er altså en falsk identitet påtvunget af en pastoral matematikdiskurs, som skjuler sit naturlige alternativ, matematik som naturvidenskab; både på skoleniveau og på universitetsniveau, hvor en afhandling om '1digit Mathematics' er blevet afvist, fordi den ikke holder sig inden for den herskende diskurs.

Matematiksvaghed er særlig udbredt i Danmark, fordi vi stadig benytter det Humboldtske dannelsessystem opfundet i Preussen for 200 år siden for at hindre demokrati og oplysning i at brede sig fra Frankrig, hjemsted for det andet demokrati installeret af Oplysningstiden. Det første demokrati i USA har som modstykke til den Humboldtske dannelse udviklet en demokratisk oplysningsskole, hvor så mange som muligt oplyses så meget som muligt.

I 2004 påviste OECD i sin undersøgelse af danske universiteter, at disse er utidssvarende. Vi bør derfor bede OECD om at lede en skolingskommission, som kan globalisere den danske primære, sekundære og tertiære skoling fra bund til top. Kun herved kan Humboldts dannelse ændres til demokratisk oplysning, hvilket samtidig vil ændre matematiksvage elever til matematikstærke.

Matematikmodel, forenkling eller forudsigelse

Fagblad for gymnasielærere i matematik, februar 2011

Kontingens dekonstruerer ortodoksi, dvs. afdækker skjulte forskelle, som gør en forskel.

Traditionen påstår, at matematikmodeller anvender matematik til forenklet virkelighedsbeskrivelse. Historien og dagligdagen siger noget andet: Virkeligheden skaber matematik som en model, der beskriver og forudsiger tals og formers adfærd.

Såfremt de ikke skrives sjusket, er tallene ikoner af forskellige grader af mange: Der er fire streger i ikonen 4, fem i ikonen 5 osv.

Tallet T = 32 = 3.2 tiere forudsiger, at totalen T med ti-bundtning giver 3 bundter og 2 ubundtede.

Regningsarter er også ikoner: 6-3 viser, hvordan 3 trækkes væk fra 6. 6/3 viser, hvordan 6 optælles i 3ere ved at bortfeje 3ere. 3x5 viser at 3 5ere kan løftes op til en rektangulær stak med højden 3 og bredden 5. 3+5 viser de to måder at plusse på, 'ovenpå' som 8 1ere, eller 'ved siden af' som 4 2ere.

Regnestykket 3+5 = 8 forudsiger, at videretælling fra 3 5 gange giver 8.

Regnestykket 3*5 = 15 forudsiger, at 3 5ere kan omtælles til 1 tier og 5 1ere.

Regnestykket 3^5 = 243 forudsiger, at 5 3-doblinger giver en 243-dobling.

Regnestykket ∫x^2dx = x^3/3 forudsiger, at opsummering af arealstrimlerne x^2*dx giver arealformlen x^3/3.

Regnestykket 8-5 = 3 forudsiger, at tilbagetælling fra 8 5 gange giver 3.

Regnestykket 15/3 = 5 forudsiger, at 15 optalt i 3ere giver 5 3bundter.

Regnestykket 3√125 = 5 forudsiger, at en 125-dobling kan opdeles i 3 5-doblinger.

Regnestykket log5(125) = 3 forudsiger, at en 125-dobling kan opnås ved at 5-doble 3 gange.

Regnestykket dy/dx = 2x, hvor y = x^2, forudsiger, at tilvækstforholdet mellem y og x giver formlen x^2 for tilpas små tilvækster.

Formlen T = (T/b)*b bruges ved enhedsskift (proportionalitet). Den forudsiger, at T 1ere kan omtælles som T/b b'ere.

Formlen T = a*b forudsiger, at T 1ere kan omtælles som a b'ere, hvor tallet a kaldes per-tallet. Med a = 3kr/5kg optælles krone-tal i 3ere og kilo-tal i 5ere: 12 kr kan omtælles som 12kr = (12/3)*3kr = (12/3)*5kg = 20 kg, og modsat kan 30kg omtælles som 30kg = (30/5)*5kg = (30/5)*3kr = 18kr.

Plusvækst-formlen T = b+a*x forudsiger slut-tallet T, hvis start-tallet b plusses med a x gange.

Gangevækst-formlen T = b*a^x forudsiger slut-tallet T, hvis start-tallet b ganges med a x gange.

Som ved ord-beskrivelse har også tal-beskrivelse genrerne fakta, fiktion og fidus.

Fakta er 'DaSå' beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare og beregner det beregnelige:

'DA prisen er 4 kr/kg, SÅ koster 6 kg 6*4 = 24 kr'.

DaSå beregninger kan også kaldes FritFalds-beregninger: 'DA accelerationen er 9.8 m/s^2, SÅ vil hastighedstilvæksten på 5 sekunder være 5*9.8 = 49 m/s'. Eller Rum-beregninger: 'DA rummet har dimensionerne 3x4x5, SÅ er rumfanget V = 3*4*5 = 60'.

Fakta-beregninger kontrolberegnes: T = 3 kg á 4 kr/kg = 3*4 kr = 15 kr. Hov regnefejl, T = 12 kr. Et eksempel på en regnefejl er den, som fik marssonden Mars Climate Orbiter til at falde ned, og dermed kostede milliarder af dollars: 2 cm + 3 tommer = 5 cm

Fiktion er 'HvisSå' beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare og beregner det uberegnelige:

'HVIS indkomsten er 4 mio$/år, SÅ vil 6 års indkomst være 6*4 = 24 mio$'.

HvisSå beregninger kan også kaldes Affalds-beregninger: 'HVIS affaldsmængden er 9.8 kg/dag, SÅ vil arbejdsugens affald være 5*9.8 = 49 kg'. Eller Rate-beregninger: 'HVIS vækstraten er 3% pr. år, SÅ vil den samlede vækstrate efter 5 år være 15.9%, da 103%^5 = 115,9%'.

Fiktions-beregninger scenarieberegnes: Indkomsten skønnes at ville ligge mellem 4kr/dag og 5kr/dag, så 3 dages indkomst vil ligge mellem 3*4 = 12 kr og 3*5 = 15 kr.

Fidus er 'HvadSå' beregninger, som kvantificerer ikke-kvantificerbare kvaliteter:

'HVIS konsekvensen K = 'brækket ben' sættes til 2 mio.$, og HVIS sandsynligheden S sættes til 30%, SÅ vil risikoen være R = K*S = 2*0.3 = 0.6 mio.$. Og HVADSÅ? Hvem siger, at et brækket ben koster 2 mio. kr.? Og hvem siger, at sandsynligheden for at brække et ben overhovedet kan måles?'

HvadSå beregninger kan også kaldes Dødsfalds-beregninger: 'HVIS omkostningen ved en gravplads er 10 kr/dag, og omkostningen ved en hospitalsplads er 10.000 kr/dag, SÅ er det billigere at have folk liggende på kirkegården end på hospitalet. Og HVADSÅ? Betyder det, at hastighedsgrænsen så skal sættes op til 200 km/time for at spare penge?' Eller Risiko-beregninger: 'HVIS vi kan øge sandsynligheden for dødsfald og mindske sandsynligheden for kvæstelse, SÅ vil risikoen ved skolevejen kunne nedsættes. Og HVADSÅ? Betyder det at vi skal nedlægge fodgængerfeltet?' Fidus-beregninger afvises og henvises fra kvantitativ ital-sættelse i tal-sproget til kvalitativ itale-sættelse i tale-sproget.

Fysik-modeller er fakta-modeler, som forudsiger enkeltfænomener, f.eks. en projektilbane. Økonomi-modeller kan være både fiktions- og fup-modeller, som påstår, de kan forudsige enkelfænomener med statistikkens gennemsnit uden at medtage spredningen. En tidsserie som '–1,+1,-1,+1' osv. vil føre til en økonomisk model, der forudsiger næste hændelse som 0 uden at tage hensyn til, at den faktisk vil være –1 eller +1.

Forskellen på ital- og itale-sættelse kan illustreres af 'blyants-paradokset': Anbragt mellem en lineal og en ordbog kan en blyant ved at udpege to tal på linealen falsificere falsk ital-sættelse (som 'den er 20 km lang'), men den kan ikke falsificere falsk itale-sættelse (som 'dette er en neglerenser') ved oplag i ordbogen. Dvs. ital-sættelse kan bruges til at producere naturlig korrekthed (forskning), medens itale-sættelse kun kan producere politisk korrekthed, dvs. fortolkning, der præsenteret som forskning bliver forførelse.

Opbygget som modeller med rødder i og med evne til at forudsige fænomenet mange, kan alle lære matematik. Hvilket er uheldigt, hvis faget skal forbeholdes mandarinbørnene for at sikre, at skolen alene reproducerer videns-adelen (Bourdieu).

Kontingensforskning i matematik

Fagblad for gymnasielærere i matematik, 2013

Kontingensforskning opdager forskelle, som afslører skjult formynderi, der fremstiler vedtægt som natur. Metoden består af skepsis over for herskende talemåder, diskurser: Er diskursens korrekthed baseret på natur eller på vedtægt - og da, hvis vedtægt? Og af 'grounded' dekonstruktion: Hvordan konstrueres et alternativ, rodfæstet i natur i stedet for i vedtægt? Den teoretiske baggrund hentes i republikkens modtænkning til enevældens formynderi, dels fra amerikansk Grounded Theory, dels fra fransk poststrukturalisme. Den opdagede forskel gør ofte en forskel for læringen. Derfor er kontingensforskning ikke velset i skoleformer, som foretrækker dannelse af eliten frem for oplysning af alle. Inden for matematikundervisning har kontingensforskning afdækket skjult formynderi både inden for matematik og inden for undervisning. Eksempler findes på MATHeCADEMY.net og på Mellemskolen.net.

Inden for matematik har kontingensforskning afdækket forskellen på mate-matik, mate-matisme, som indeholder tvivlsomme udsagn og meta-matik, som indeholder tvivlsomme definitioner.

Matematisme er en betegnelse for matematik, som er sandt i biblioteket, men ikke i laboratoriet, som f.eks. '2+3 = 5', hvortil der findes utallige modeksempler i laboratoriet: 2uger + 3dage = 17 dage, 2m+3cm = 203cm osv. Derimod er ´2*3 = 6' matematik, da 2 3ere også kan optælles som 6 1ere.

Meta-matik er en betegnelse matematik, som er vendt på hovedet ved at definere begreber 'oppefra' som eksempler på abstraktioner, hvor matematik historisk er opstået 'nedefra' med begreber abstraheret fra eksempler. Eksempelvis defineres en funktion oppefra som et eksempel på en mængderelation, og nedefra som regnestykker, der indeholder faste og variable tal.

Matematikkens to hovedområder, geometri og algebra, har rødder i praksis. Geometri betyder jordmåling på græsk, og algebra betyder genforening på arabisk, hvor arabertallene viser tre af de fire foreningsteknikker, plus, gange og potens: 234 = 2*10^2 + 3*10 + 4. Dvs. geometri og algebra vokser ud af overlevelses-spørgsmålet 'Hvordan deler vi jorden og det, den producerer?' Kort sagt: matematik er en naturvidenskab, der udforsker det naturlige faktum Mange og dets forekomst i rum og i tid.

Men også geometri og algebra indeholder fællestræk, hvis navngivning tilføjer faget nye lag af abstraktioner. Omkring år1800 opstod abstraktionen 'mængde', som har den egenskab, at alle matematikkens begreber kan defineres som eksempler på mængder. Dette skabte meta-matikken i form af en mængde-matematik, der ikke induceres nedefra, men deduceres oppefra. Og som derved bliver selv-refererende, så faget ikke mere behøver omverdensreference.

Troede man da, indtil Russell påviste, at selvreference strander på det klassiske løgner-paradoks 'denne sætning er usand', som er sand, hvis den er usand, og modsat. Som selvreference valgte Russell mængden af mængder, der ikke er element i sig selv. Og som netop har den genskab, at den er element i sig selv hvis og kun hvis, den ikke er: Hvis $M = \{A \mid A \notin A\}$, så er $M \in M \Leftrightarrow M \notin M$.

Russell løste paradokset med en typeteori, som skelner mellem abstraktioner og eksempler. Men som medførte, at brøker ikke kan betragtes som tal. Dette kunne meta-matikken ikke acceptere, og indførte i stedet en ny mængdelære, der ophæver forskellen mellem abstraktioner og eksempler. Herved bevares muligheden for selvreference, men samtidig ændres mate-matik til 'meta-matisme', som er en betegnelse for en sammenblanding af meta-matik og mate-matisme.

Opdagelsen af forskellen på matematik og matematisme rejser spørgsmålet: Er 'matematikundervisning' undervisning i matematik eller i metamatisme?

Metamatik-undervisning forekom tidligere på matematik C på HF, hvor begreberne lineær og eksponentiel funktion blev defineret som eksempler på begrebet funktion, der blev defineret som et eksempel på en mængderelation. Dette førte til så lave karakterer ved skriftlig og mundtlig eksamen, at der var planer om at afskaffe faget som obligatorisk fællesfag ved reformen i 2005. Kontingensforskning viste imidlertid, at læringsproblemerne forsvandt ved at erstatte metamatik med matematik: Formlerne y = b+a*x og y = b*a^x kan også fremstilles som abstraktioner nedefra fra vækst med konstant tilvækst eller med konstant vækstprocent, hvilket også kan kaldes PLUS-vækst og GANGE-vækst. Ligeledes påvistes, at begreber, der defineres oppefra som eksempler på abstraktioner, har meningsformen 'Bublibub er et eksempel på Bablibab'. En sådan kan læres udenad, men afvises af unge, som efterspørger mening og autenticitet i konstruktion af deres selvidentitet i et postmoderne informationssamfund.

Som metode brugte kontingensforskningen begrebsarkæologi, der søger begrebers historiske rødder. Denne viste, at hvor mængdebegrebet stammer fra ca. 1870, stammer funktionsbegrebet fra omkring 1750, hvorfor både differential- og integralregning blev udviklet uden noget funktionsbegreb, men i stedet skabte dette, da disse regningsarter netop regner, ikke på tal, men på regnestykker bestående af både faste og variable tal, som da senere kaldes for funktioner. Undersøgelsens konklusion var altså, at funktionsbegrebet bør fjerens fra både C og B-niveauet. Ved reformen i 2005 blev det dog kun fjernet fra C-niveauet, som til gengæld forblev et obligatorisk fag på HF. Desværre er det bibeholdt på B-niveauet med det resultat, at hver tredje dreng dumper til eksamen.

Matematisme-undervisning findes ved plusning af brøker, hvor faget påstår, at '1/2 + 2/3 = 7/6' er en universel sandhed, til trods for at 1/2 af 2 flasker + 2/3 af 3 flasker er 3/5 af 5 flasker, og naturligvis aldrig kan give 7 flasker ud af 6. Matematisme undgås ved at medtage enheder ved plusning. F.eks. mistede USA to Mars-sonder, inden man opdagede, at nogle underleverandører angav tal i cm og andre i tommer.

Brøker har rod i 'per-tal': 3kr/5kg = 3/5 kr/kg. Og brøkregning har rod i opsummering af per-tal som f.eks. i blandingsregning: '4kg á 5 kr/kg + 6 kg á 7 kr/kg er totalt 10 kg á ? kr/kg', et svar som findes som arealet under per-tals kurven, dvs. ved integration. Indført som plusning af per-tal bliver både brøkregning og integralregning tilgængelig for alle, og bliver oven i købet muligt på C-niveauet med en billig grafregner.

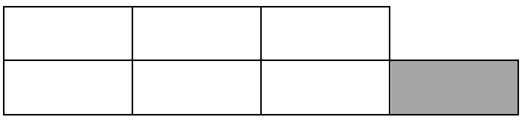
Plusning af per-tal fuldender algebraens grundprojekt, opsamling af enkelttal til totaler og opdeling af totaler i enkelttal: Konstante og variable styktal opsummeres med plus og gange, og variable og konstante per-tal opsummeres med integration og potens.

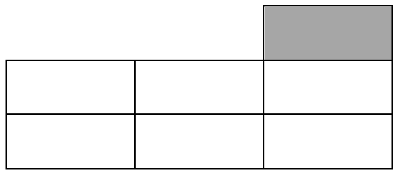
Matematik som naturvidenskaben om Mange

De forskellige grader af Mange 'ital-sættes' ved tælling, eller ved regning, som er hurtigere. 1.ordens tælling indtil ti omdanner pinde til ikoner, hvor der er fem pinde i fem-ikonet 5 osv. 2.ordens tælling, ikon-tælling, optæller totalen T i ikon-bundter, f.eks. T = 3 5ere. 3.ordens tælling, ti-tælling, optæller totalen i ti-bundter.

Traditionel undervisning omfatter kun 3.ordens ti-tælling, hvilket skjuler de to andre optællingsformer, talsymboler som ikoner og ikon-tælling, som derved bliver eksempler på kontingens og skjult formynderi.

Lad os gå på opdagelse med ikon-tælling. Optælling af 7 1ere i 3ere sker ved at bundte og stakke i 3ere, hvilket resulterer i 2 3-bundter og 1 ubundtet. Dette kan skrives som T = 2 3ere + 1, eller som T = 2.1 3ere eller 2 1/3 3ere, afhængigt af, om den ubundtede anbringes ved siden af stakken med 3-bundter som en stak af 1-bundter, eller optælles som 1/3 3er og anbringes oven på stakken af 3-bundter.


T = 2.1 3ere


T = 2 1/3 3ere

Naturlige tal er således decimaltal forsynet med enheder, altså 3.2 tiere i stedet for blot 32. Decimaltal kommer altså før brøktal, som blot er en anden skrivemåde for et decimaltal: 2/7 = 0.2 7ere. Denne definition løser Russells paradoks ved at gøre brøker til tal uden at indføre en mængdelære, som ikke skelner mellem begreber og abstraktioner.

Efter optælling følger sammentælling, plusning. Et ti-bundt kan kun plusses oven-på, hvorimod et ikon-bundt kan plusses både oven-på og ved-siden, dvs. både lodret og vandret.

Ved vandret plusning vil 2 3ere og 2 4ere give 2 7ere. Og 3 2ere og 1 4er vil give 1.4 6ere. Ved lodret plusning skal enhederne være ens. Dvs. 3 2erne skal omtælles til 1.2 4ere; eller 1 4er skal omtælles til 2 2ere. Så summen bliver 2.2 4ere eller 5 2ere.

Med ikon-bundter bliver vandret plusning rødder for integration, og lodret plusning rødder for proportionalitet, som også kan kaldes enhedsskift.

Regningsarterne forudsiger optælling: Plus forudsiger opsamling af uens enkelttal: 2 kr og 3 kr og 4 kr giver totalt T kr. Forudsigelse: $T = 2+3+4$.

Gange forudsiger opsamling af ens enkelttal: 2kr +2kr +2kr +2kr +2kr = 5 gange 2kr = T. Forudsigelse: $T = 5*2$.

Potens forudsiger opsamling af ens per-tal: 5 gange 2% er totalt T%. Forudsigelse: $1+T = 102\%^5$.

Integration forudsiger opsamling af forskellige per-tal: 2kg á 7kr/kg + 3kg á 8kr/kg er totalt T kr. Forudsigelse: $T = 7*2 + 8*3 = \Sigma$ kr/kg * kg = $\int p*dx$.

Alle regningsarter har omvendte regningsarter, som forudsiger opdeling af en total i enkelttal, dvs. forudsiger løsningen ved tilbageregning (ligningsløsning): $8 = 2+x$, $8 = 2*x$, $8 = 2^x$, $8 = x^2$ og $x^2 = \int p*dx$.

Optælling af totalen T = 6 2ere i 3ere sker ved at borttage 3ere og kan forudsiges af formlen T = (T/3)*3, eller med uspecificerede tal: T = (T/b)*b. Denne enhedsskift-formel findes overalt i faget, f.eks. ved proportionalitet, ved trigonometri a = (a/c)*c = sinA*c, og ved differntialregning: dy = (dy/dx)*dx = y'*dx.

Kontingensforskning i undervisning

Inden for undervisning har kontingensforskning afdækket forskellen mellem linje- og blokopdeling.

Blokopdelt undervisning anser unge for myndige og udstyret med talenter, som skolen skal afdække og udvikle gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsskemaer med fagblokke, som man ønsker at prøve kræfter med; og med hyppige skriftlige prøver undervejs, som alle kan tages om. Hvert halvår kan flere gode fagblokke tilvælges og golde fagblokke fravælges. Blokopdelte skoler for unge stammer fra den Nordamerikanske republikker, og er efterhånden blevet international standard uden for Europa.

Europa fastholder enevældens skoleform med linjeopdelt undervisning, hvor unge anses for umyndige med behov for formynderi via en påtvunget flerårlig fagkombination med kun én eksamen, som ikke kan tages om. Den linjeopdelte skoleform blev skabt af den preussiske enevælde omkring 1800 med tre formål: befolkningen skal holdes uoplyst, så den ikke forlanger demokrati som i Frankrig; nationalfølelsen skal vækkes, så det tyske 'folk' kan bekæmpe det franske 'folk' og dets demokrati; og folkets elite skal udsorteres og dannes til en ny 'videns-adel', som kan erstatte den gamle jord-adel, der ikke formåede at stoppe demokratiet i at brede sig fra Frankrig.

Kontingensforskningens teoretiske baggrund

Kontingensforskningens rod er republikkens skepsis over for formynderi, der præsentere vedtægter som natur. Antikkens Grækenland havde en formynderi-debat mellem de vidende, sofisterene, og de bedre-vidende, filo-sofisterne eller filosofferne. Sofisterne hævdede, at for at praktisere demokrati, må folket være oplyst om forskellen mellem natur og vedtægt for at undgå at formynderi af vedtægter præsenteret som natur. Filosofferne påstod, at vedtægt ikke fandtes, da alt fysisk er eksempler på metafysiske former, som kun kan ses af filosoffer uddannet på Platons akademi, og som derfor bør være folkets formyndere.

Det græske demokrati var finansieret af sølvminer, og forsvandt med sølvet. Platons akademier overlevede, indtil den kristen kirke omdannede dem til klostre, som senere igen blev omdannet til akademier efter reformationen.

Den næste skepsis mod formynderi kom fra Brahe, Kepler og Newton. Brahe bragte autoriteten tilbage til laboratoriet ved at udarbejde tabeller for planeternes bevægelse mellem stjernerne. Brahes tabeller dannede grundlag for Keplers hypoteser, som dog kun kunne validere ved opsendelse af nye planeter. Gennembruddet kom med Newton, som i stedet brugte faldende æbler til at validere sin naturvidenskab: Månen bevæger sig ikke mellem stjernerne, den falder mod jorden ligesom æblet; styret, ikke af en uberegnelig metafysisk vilje, som kirken hævdede, men af sin egen vilje, tyngdekraften, som er beregnelig via en formel.

Newtons opdagelse skabte Opysningstiden: Når faldene æbler adlyder egen vilje og ikke en formynders, så kan mennesker også følge egen vilje og erstatte kirkens og kongen dobbeltformynderi med demokrati. To demokratier blev installeret, et i USA, som stadig har sit første republik; og et i Frankrig, som nu har sin femte republik, gang på gang væltet af de tyske naboer.

I den amerikanske republik er forskning baseret på pragmatisme, som er skeptisk over for filosofi; og som har overført den naturvidenskabelige metode til sociologi som Grounded Theory, hvor kategorier rodfæstes i observationer, og kategoriudsagn valideres gennem deducerede forudsigelser.

Modsat den amerikanske ser den franske republik sig truet af ydre og af indre kræfter. Dette har ført til post-strukturalisme, en fransk udgave af sofisternes advarsel mod formynderi gennem vedtægter præsenteret som natur.

Derrida advarer således mod skjult formynderi i vores mest fundamentale institution, ordet. Ord, som ikke etiketterer, men installerer det benævnte, bør dekonstrueres.

Lyotard bruger betegnelsen postmoderne til at advare mod sætninger, der påstår at bygge deres korrekthed på natur i stedet for vedtægt.

Foucault bruger betegnelsen pastoral magt til at advare mod discipliner, dvs. talemåder, diskurser, om mennesket, som hævder at udtrykke naturlig korrekthed. I stedet virker discipliner disciplinerende, dels på sig selv, så man kun kan forske på disciplinen i stedet for på omverdenen; dels på sit grundled, mennesket, som disciplinerne indespærrer i et identitetsfængsel, hvoraf det kun kan undslippe gennem diskursens frelser-institution: kirken, skolen, sygehuset, fængslet, barakken mm.

Endelig påviser Bourdieu hvordan overgangen fra industrisamfund til informationssamfund skaber en ny kapitalform, videnskapital, hvorom der kæmpes lige så indædt som om den økonomiske kapital. Igen er der udbyttere og udbyttede. Men denne gang er udbytterne en ny videns-adel, en mandarin-klasse, som besætter stillingerne i statens centraladministration, og som infiltrerer de politiske partier for at beskytte enevældens linjeopdelte skoler, som sikrer, at kun mandarinbørn klarer sig godt i skolen og dermed får de gode offentlige embeder. Og som især beskytter matematikfaget, da dette er mest effektivt til at udsortere mandarinbørn.

Hvordan arbejder en kontingensforsker?

EU's linjeopdelte universitet har bevaret klostrets arkitektur og arbejdsmåde. Forskerne sidder i celler på lange gange og arbejder som kommentatorer, der kommenterer kommentarer til gangens diskurs. Republikkens blokopdelte universitet forsker i omverdenen, ofte gennem aktionsforskning, som støtter lokale forandringsagenter med at indføre ændringer.

I EU findes kontingensforskning som etnografisk provokationsforskning, der provokerer 'demokratiske' systemer ved at påvise skjult formynderi gennem vedtægter præsentere som natur. Dels på makroplan, som f.eks. blokopdelte skoler som alternativ til linjeopdelte. Dels på mikroplan med alternative begreber, metoder, viden som alternativ til den herskende diskurs.

Personligt er min disputats 'Matematik som naturvidenskaben om Mange' publiceret på MATHeCADEMY.net. Den blev afvist på danske universiteter, hvor personer ikke behøver at have udarbejdet hverken en phd-afhandling eller en disputatser for at blive professorer, der så kan udføre diskurspleje og afvise disputatser uden for den herskende diskurs.

Jeg fortsætter derfor mit arbejde som etnograf i feltet med at afdække kontingens, som afsløre skjult formynderi gennem vedtægter præsenter som natur.

Aktuelt har jeg tre anbefalinger til matematikundervisningen i den danske sekundære skole:

1) Kontingensforskning reddede C-niveauet ved at anbefale funktionsbegrebets fjernelse, red B-niveauet på samme måde.

2) Gør matematik til et skriftligt fag som i resten af verden. Mundtlig matematik er mandarinfremmende og kønsdiskriminerende.

3) Blokopdel matematikken i kvartalsblokke med månedlige skriftlige prøver; og med blokke som er kompatibel med den internationale standard, så unge kan få godskrevet deres blokke ved ophold i udlandet.

Generelt understreger kontingensforskning sofisternes pointe: Demokrati forudsætter, at folket oplyses om forskellen mellem natur og vedtægt, så det kan undgå enevælde i form af skjult formynderi, hvor vedtægter præsenteres som natur. Derfor bør enevældens linjeopdelte skolesystem omstilles til republikkens blokopdelte skoleform fra bund til top efter anbefalinger fra en OECD-ledet vidensformidlingskommission.

Drenge - ingeniører eller bistandsslaver

Kronikforslag Jyllands-Posten 28.1.2013

Skal drenge gøres til bistandsklienter i Europas linjeopdelte embedsuddannelser? Eller skal drenge gøres til ingeniører som i Nordamerikas blokopdelte talentskoler? Svaret kommer måske snart med en syvende europæisk borgerkrig.

Europas to kriser, budgetkrisen og finanskrisen, skygger desværre for to andre kriser. En affolkningskrise, hvor de alt for mange år i de linjeopdelte embedsuddannelser sænker Europas befolkningstilvækst til halvandet barn per familie - et udryddelsestempo, som vil halvere befolkningen to gange per hundrede år, og som end ikke gaskamre kan hamle op med. Samt en risiko for, at de to køn inddrages i en syvende europæisk borgerkrig - som dog løser de andre kriser, hvis den afværges.

Europas velstand er opbygget på sølv, slaver og velfærd, men udviklingen blev afbrudt af seks borgerkrige.

Antikkens velstand kom fra østens floddale, hvis agerbrug brugte floder til kunstvanding. Europa blev også velstående, for vi havde noget, de manglede i lavlandet, nemlig sølv i bjergene. Derfor kunne sølv byttes til silke og peber fra Indien med araberne som veltilfredse mellemhandlere.

De første sølvminer lå uden for Athen. De finansierede den græske kultur i hundrede år, indtil de var tømt. Herefter erobrede romerne Spanien og brugte spansk sølv til at opbygge et imperium, som udløste den første europæiske borgerkrig mellem syd og nord. Nord vandt militært, men blev dog erobret af sydens religion.

Nordeuropa brugte kun det spanske sølv til smykker, så de utilfredse arabiske mellemhandlere erobrede selv de spanske sølvminer. Fraværet af sølv sænkede en mørk middelalder over Europa, indtil nye sølvminer blev fundet, denne gang i en tysk bjergdal, som gav anledning til navnene daler og dollar.

Sølvet blev fragtet til Italien, som genoptog den lukrative byttehandel med Indien. Den nye velstand finansierede den italienske renæssance, samt den anden europæiske borgerkrig mellem det katolske syd og det protestantiske nord. Resultatet blev uafgjort, og medførte en tværgående deling af Europa.

Italien gik dog bankerot, da Portugal fandt en søvej til Indien rundt om Afrika og dermed undgik de dyre arabiske mellemhandlere. Spanien forsøgte at finde en vestlig søvej til Indien. Her fandt de Vestindien, men hverken silke eller peber. Til gengæld var der rigeligt med sølv, bl.a. i sølvlandet, kaldet Argentina på spansk.

Som øboere var englænderne gode til at sejle og kunne derfor let bestjæle de langsomme spanske sølvflåder. Men vejen til Indien måtte foregå på åbent hav. Indtil englænderne opdagede, at sølv også kunne byttes til det langt billigere bomuld. Og at bomuld også kunne gro i de nordamerikanske kolonier, som Spanien ikke ønskede, da der ikke var sølv. Herved kunne England spare den lange sørejse til Indien, og erstatte sølv med byttehandel i form af trekantshandel: Bomuld blev sejlet til England og afleveret til fabrikker, hvis maskiner kunne producere både billigt bomuldstøj og billige våben, som blev sejlet til Afrika og byttet med arbejdskraft, der som slaver blev byttet med bomuld i Nordamerika.

Efter den religiøse opdeling af Europa forblev sydens økonomien baseret på agerbrug. Mod nord blev kirkens jord overdraget til privat drift. Og klostrene blev omformet til universiteter, hvor naturvidenskaben kunne erstatte altre med laboratorier til at udforske naturens kræfter og udnytte disse til industriel produktion. Samtidig oparbejdede den protestantiske arbejdsmoral en økonomisk kapital, som alle med tiden fik andel igennem demokratiets velfærdsstat, der opretholder beskæftigelsen ved at supplere den private efterspørgsel med en offentlig. Desværre er det også velfærdsstatens offentlige sektor med dens utal af embeder, bemandet af især piger, som har skabt budgetkrisen og har lagt kimen til den syvende europæiske borgerkrig.

Men undervejs til velfærdsstaten blev der udkæmpet flere borgerkrige mellem enevælde og demokrati. Den tredje europæiske borgerkrig vandt enevælden, de tre næste vandt demokratiet. Der opstod efter naturvidenskaben viste, at naturen adlyder, ikke biblen, men en formelsamling: Naturen adlyder ikke Herrens uberegnelige vilje, som sker på jorden som i himlen. Naturen følger sin egen beregnelige vilje. Hvorfor kan mennesker så ikke også følge deres egenvilje, og oplyse sig, så kirkens og kejserne dobbeltformynderi kan erstatte med demokratisk afstemning. To republikker blev installeret, én i Nordamerika, og én i Frankrig.

Nordamerika har stadig sin første republik. Frankrig har sin femte, gentagne gange væltet af den tyske enevælde. I første omgang blev de tyske lejesoldater stoppet af de franske frivillige, som kæmpede for frihed, lighed og broderskab. Og Frankrig besatte i stedet Tyskland.

Som modtræk opfandt Preussen dannelsesskolen til at mobilisere sin befolkning. Dannelsen skulle holde befolkningen uoplyst, så den ikke forlangte demokrati. I stedet skulle dannelsen indpode nationalisme i befolkningen, så den ser sig som et folk, som kan sende sine drenge ud til at bekæmpe andre folk, især det franske med dets demokrati. Endelig skal dannelsen udsortere befolkningens elite, så statens embeder kan besættes med en ny videns-adel til erstatning for den gamle blods-adel.

Nationalismen hjalp enevælden til at besejre demokratiet i første omgang. Men hundrede år senere vandt demokratiet i to europæiske borgerkrige. Også den fjerde europæiske borgerkrig, kaldet den amerikanske, vandt demokratiet. Efter sin løsrivelse fra England opbyggede USA sin egen industri i nordstaterne. Så både syd og nord havde brug for arbejdskraft. I nord som lønarbejdere, der som forbrugere kunne efterspørge industriens produktion. Mod syd som slaver aflønnet med mad og husly for at holde omkostningerne nede.

Så industri og demokrati har vundet over agerbrug og enevælde. Men kun tilsyneladende, for enevældens embedssystem består, og er stadigt voksede i den moderne velfærdsstat.

Da velfærdsstaten byggede på industri, var der brug for drenge som industriarbejdere. Men i en vidensøkonomi skal også drengene have andel i videnskapitalen.

Det får drengene også i Nordamerikas republikker, som bruger blokopdelte skoler til at afdække og udvikle den unges individuelle talent gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke, hvor alle unge får ros, enten for at klare sig godt, eller for at give fagblokken en chance.

Men det får drengene ikke i Europas linjeopdelte embedsuddannelser, hvis skoler er indrettet som koncentrationslejre, hvor drenge påtvinges dagligt samvær og samarbejde med jævnaldrende piger, til trods for at pigerne mentalt er to år ældre. Denne tvangslæring får drengene til at forlade skolen, så der nu er dobbelt så mange piger som drenge på de universitetsforberedende gymnasier. Og fravælge de linjer, som skulle forberede drengene på erhverv, som i stigende grad flytter til østens lavere lønomkostninger.

Europas fire kriser skyldes altså Europas linjeopdelte embedsuddannelser, som uddanner pigerne til embeder i en offentlig sektor, der nu er blevet større, end budgettet kan bære. Og som udstøder drengene, der kunne få job i en national industriøkonomi, men som i en globaliseret vidensøkonomi uddannes til bistandsslaver.

Men drenge vil ikke være slaver, de vil uddannes til 22årige ingeniører, som kan få de vellønnede vidensjob, der fjerner underskuddet på det offentlige budget, og som skaber et kapitalgrundlag for den finansielle sektor. Og for den trebarns-familie, en til mor og til far og til staten, der sikrer, at velfærdsstaten kan bestå og reproducere sig.

Bevisgale matematiklærere på afveje

Kronik Jyllands-Posten 2.3.2015

Væksten i dansk økonomi kommer, når drengene får lov til at udfolde deres regnetalent. Derfor må beviser væk fra matematikundervisningen.

Drenge elsker at regne. Og med en tidssvarende regneundervisning ville hver anden dreng være ingeniør som 22-årig. Og dermed skabe den vækst, som politikerne så inderligt ønsker.

Men drengenes regnetalent kvæles af bevisgale matematiklærere, som byder velkommen til gymnasiet med spørgsmålet: »Hvad er vigtigst i matematik?«

»At regne rigtigt vel.«

»Nej. Det vigtigste er beviser. Og jeg vil nu bevise, at I ikke kan regne rigtigt. Hvad er en over to plus to over tre?« En elev siger: »Ja, en og to er tre, og to og tre er fem, så svaret må være tre over fem.«

»Nej!« triumferer læreren. »Brøker kan først adderes, når deres nævner er ens. Derfor skal brøken en over to først forlænges til tre over seks; og brøken to over tre skal forlænges til fire over seks. Nu har begge brøker nævneren seks, og de kan derfor adderes til brøken syv over seks!«

»Jamen, ét æble blandt to frugter plus to æbler blandt tre frugter er da tre æbler blandt fem frugter, og kan da aldrig give syv æbler blandt seks frugter?«

Gør som resten af verden, afskaf mundtlig eksamen i matematik.

Hvortil læreren overbærende bemærker: »Kære klasse, som jeg netop har bevist, har folkeskolen ikke formået at lære jeg brøkregning, så før vi går i gang med matematikkens smukke beviser, er jeg åbenbart nødt til at give jer et kursus i brøker, som vi her kalder rationale tal.«

Senere tager læreren så fat på geometrien: »Kender I Pythagoras læresætning?« »Ja, den har vi allerede regnet mange stykker med.« »Men kan I også bevise den?« Det kan klassen ikke, og ser i øvrigt ingen grund til at bevise en læresætning, som har overlevet flere tusinde år uden at blive modbevist.

»Desværre bygger beviset på multiplikation af parenteser, og det har folkeskolen heller ikke lært jer, så derfor tager vi først et kursus i grundlæggende algebra.«

Sådan forløber de næste år, indtil læreren afslutter sin undervisning med at give et bevis for fagets diamant, integralregningens hovedsætning, som siger, at summen af mange små tilvækster giver en stor tilvækst, der kan beregnes som forskellen mellem sluttal og bgyndelsestal. En banalitet, som kun bevisgale matematiklærere kan finde på at bevise.

Så oprinder eksamensdagen. Den skriftlige eksamen går godt ved hjælp af de nye formelregnere, som kan løse ligninger. Den mundtlige eksamen ender ofte i en katastrofe, især hvis man trækker et dræberbevis.

Det går godt, så længe eleverne kan holde sig til det, de har læst op i forberedelsestiden. Herefter går de ofte i stå til trods for byger af ledende spørgsmål fra læreren. Til sidst får de så en lille beståkarakter, for man dumper jo så nødigt elever til en mundtlig eksamen.

For at komme ind på universitet må de unge så tage faget en gang til på gymnasial supplering, hvor jeg nu underviser efter afsluttet gymnasiekarriere. Og hvor mange ændrer deres dumpekarakter til en topkarakter, når de bliver eksamineret i den projektmatematik, som loven kræver.

Bevismatematikken blev nemlig forbudt ved gymnasiereformen i 2005. Nu skulle de unge i stedet udvikle matematikkompetencer ved at få indsigtsbaseret handleparathed. Så nu skulle vægten flyttes fra beviser til begrebsforståelse og løsning af problemer fra virkeligheden.

Men matematiklærerne fortsatte bare med deres bevismatematik. De er nemlig ikke lærere, men kandidater med en halv forskeruddannelse fra universiteter, som har indoktrineret dem med, at matematik uden beviser er utænkeligt. Og som undlader at oplyse dem om, at beviser er en blot hundrede år gammel mode i et fag med flere tusinde år på bagen.

I antikkens Grækenland var matematik en fælles betegnelse for viden om himlen, om lyd, om former og om tal. Senere blev læren om himlen og lyd til astronomi og musik. Tilbage blev kun to fag, som i dag kaldes geometri og algebra. Geometri betyder jordmåling på græsk, og da jord kan opdeles i trekanter, handler geometri hovedsageligt om disse. Regning kaldes i dag algebra, som på arabisk betyder at genforene.

Europas romertal var gode til at tælle med, men umulige at gange sammen. Så regnekunsten stod i stampe, indtil araberne kom med arabertal og med algebraens teknikker til at genforene tal.

Tal kan forenes til en total på fire forskellige måder, da der findes fire forskellige typer tal: ens og uens styktal og pertal. Uens styktal som 3 kr. og 5 kr. forenes med plus, ens styktal som 3 kr. fem gange forenes med gange. Ens procenttal som 3 pct. fem gange forenes med potensopløftning, og uens pertal som 3 kr./kg og 5 kr./kg forenes via deres arealer, også kaldet integration. Omvendt kan en total opdeles i enkelttal af de modsatte regningsarter: minus, division, rod og logaritme samt differentiation.

Så matematikkens indhold, geometriens trekantsregning og algebraens genforeningsregning, er såre let at lære, men også såre let at gøre uforståelig ved at indføre uforståelige fremmedord og kræve beviser for alt. Og ved at vende matematikken på hovedet, så den i stedet for at beskrive sin omverden beskriver sig selv ved at fremstille sine begreber som eksempler på mængder. F.eks.

omdøbes regnestykker til funktioner, der præsenteres som et eksempel på en mængderelation, der til hvert element i én mængde knytter netop ét element i den anden mængde.

Med mangelfuld læreruddannelse kunne danske matematiklærere søge inspiration på svenske gymnasier. Der er jo ikke særlig langt derover. Men nej tak. Danske matematiklærere ønsker ikke at se en veltilrettelagt regneundervisning, hvor læreren først gennemgår en ny regneformel, hvorefter klassen opbygger regnerutine ved at regne lærebogens mange opgaver af forskellig sværhedsgrad.

Ej heller må en svensk kollega overvære en dansk matematiktime, hvor læreren forsøger at få et fåtal med til gennemføre et bevis for en ny formel. Og hvor lærebogen er fuld af tekst, men mangler træningsopgaver, så resten af klassen i stedet må tilbringe tiden på Facebook.

Danske matematiklærere gør alt for at undgå en dialog. »Hvorfor den megen lærersnak? Hvorfor ikke bruge timen til at eleverne kan opbygge regnerutine?« »Af hensyn til mundtlig eksamen.« »Det må være din spøg, der er da ingen lande, der har mundtlig eksamen i et regnefag som matematik?« »Jo, Danmark har.«

Så kære politikere. Væksten i dansk økonomi kommer, når drengene får lov til at udfolde deres regnetalent. Derfor må beviser væk fra matematikundervisningen. Det nytter ikke at lave loven om, det blev den i 2005 uden effekt.

Løsningen er ellers såre enkel. Gør som resten af verden, afskaf mundtlig eksamen i matematik. Og tving universiteterne til at lave en samlet læreruddannelse for børn og for unge efter den model, som har givet Finland så stor succes i internationale undersøgelser.

Og tving udkantskommunerne til at vende afvandringen ved at indføre en fuld Ontario-model, så folkeskolens 7.-10. klasse omdannes til en nordamerikansk highschool til afprøvning og udvikling af den unges individuelle talent gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af teoretisk og praktisk art. Og med direkte adgang til ingeniørskolerne. Uden om gymnasiet, hvor bevisgalskaben hurtigt får ethvert regnetalent til at visne.

Invitation til en matematikduel

Debatindlæg i Jyllands-Posten 26.3.2015

Mængdematematikken lever videre i bedste velgående i den danske skole og læreruddannelse til stor skade for både elever og lærere.

Mange tak til Jørgen Steensgaard for reaktion (4/3) på min kronik (2/3) om, hvordan bevisgale matematiklærere kvæler drenges regnetalent. JS' modargumenter er så velskrevne, at de kan danne grundlag for en interessant matematikduel mellem to modsatte fagopfattelser. Udsagnet, at den virkelige verden ikke er en forudsætning, men kun tjener til illustration af matematikken, viser, at JS er tilhænger af mængdematematikken.

Ifølge denne er matematikkens grundlag en række selvindlysende påstande, som kaldes aksiomer. Ud fra disse kan man med logikkens hjælp udlede matematikkens love, f.eks. Euklids geometri. Så matematik skal læres for at skærpe logisk tækning. At matematik også kan anvendes, er underordnet. Og det siger sig selv, at man naturligvis skal lære matematikken, før andre fag kan anvende den.

Den "nye matematik"

For 50 år siden skabte denne mængdematematik den såkaldte "nye matematik", hvis fallit beskrives i den amerikanske matematikprofessor Morris Klines bog "Hvorfor kan Jørgen ikke regne?". Bl.a. med følgende dialog mellem en far og hans otteårige søn: »Hvad er 5+3?« »5+3 er det samme som 3+5 ifølge den kommutative lov«.

Tilsvarende beskriver Kline i sin store matematikhistorie på side 399, hvordan beviskravet i Euklids geometri hæmmede udviklingen af matematik i knap 2.000 år. Først i Oplysningstiden skiftede man over til at opfatte matematik på linje med fysik som en naturvidenskab om fænomenet mange. Herefter udviklede faget sig eksplosivt. Indtil det igen blev fastfrosset af opfindelsen af mængdebegrebet. Dette skabte den drøm, at mængder kan omdanne matematik til en selvrefererende eksakt videnskab med veldefinerede begreber og velbeviste udsagn.

Skader elever og lærere

Ironisk nok var et af de første beviser et bevis for, at denne drøm ikke kan opfyldes. Alligevel lever mængdematematikken videre i bedste velgående i den danske skole og læreruddannelse til stor skade for både elever og lærere.

Den logik, som faget bryster sig af, har samme form som i Holbergs "Erasmus Montanus": »En sten kan ikke flyve, morlille kan ikke flyve; ergo er morlille en sten!« Alle lærebøger hævder således hårdnakket, at 1 over 2 og 2 over 3 giver 7 over 6; til trods for at 1 æble af 2 frugter og 2 æbler af 3 frugter naturligvis giver 3 æbler af 5 frugter og umuligt kan give 7 æbler af 6 frugter. Pointen er, at man ikke kan lægge tal sammen uden enheder. Man skal naturligvis først spørge: Det halve af hvad? Medmindre man underviser i mængdematematik.

Det, som skolen kalder matematik, burde i stedet kaldes "metamatisme", en sammenblanding af "meta-matik" og "matema-tisme". Matema-tisme er sand i klasseværelset, men ikke udenfor, som eksemplet med sammenlægning af brøker. Meta-matik vender faget på hovedet ved at præsentere sine begreber som eksempler oppefra i stedet for som abstraktioner nedefra. Volapyk En "formel" var oprindelig et navn for et regnestykke, hvor bogstaver står for uspecificerede tal. I mængdematematikken præsenteres en formel som et eksempel på en funktion, som igen præsenteres som et eksempel på en mængderelation, der til hvert element i én mængde knytter netop ét element i en anden mængde. Hvilket de unge hører som »bublibub er et eksempel på bablibab«, altså volapyk, som kun få orker at lære udenad.

Forhåbentlig kan JS overtale sit tidligere universitet til at lægge lokale til en matematikduel. Gymnasiets matematiklærerforening tør det næppe, da den har travlt med at skjule, at landets matematiklærere spolerer de unges studiedrømme ved stadig at eksaminere dem i beviser, selv om det blev forbudt for 10 år siden. Man kunne spørge ministeriet, hvornår det vil pålægge lærerne at overholde landets love. Så de unge kan forlange ny eksamination på en af de skoler, som vil certificere sig ved at følge loven.

Sådan består alle matematik B

Debatindlæg i bladet Gymnasieskolen 09.10.2015

Dumpeprocenten er høj på matematik B. Alarmerende høj, fordi niveauet omfatter de to regnearter, som er grundlag for naturvidenskab og teknik: integral- og differentialregning, internationalt kaldet calculus. Den internationale beståkarakter er 7 svarende til 70 procent korrekt besvarelse. Her i landet er den sænket til 02 for at få flere igennem, og karakteren 7 gives allerede ved 56 procent korrekt besvarelse. Både ministerium og Matematiklærerforeningen burde derfor efterlyse ideer til at sænke dumpeprocenten.

Internationalt er der udbredt interesse for mine forskningsartikler om calculus, hvori jeg viser, hvordan fagområdet bliver forenklet, ved at vende tilbage til dets oprindelige opgave: at forene og opdele stykkevis og lokalt konstante per-tal. Regnestykket 2 kg a 3 kr./kg plus 4 kg a 5 kr./kg giver (2+4) kg, men ikke a (3+5) kr./kg, for per-tal forenes med calculus.

Desværre afviste både ministerium og forening min fremsendte artikel Med per-tal består alle matematik B, som i stedet blev publiceret på MATHeCADEMY.net. Ligeledes var der larmende tavshed, efter at jeg i kronikken Bevisgale matematiklærere på afveje i Jyllands-Posten den 2.3.2015 påviste, hvordan bevisgalskab kvæler elevernes regnetalent, og hvordan stort set alle matematiklærere nægter at omstille deres bevismatematik til den projektmatematik, som loven har krævet siden 2005.

Det er uhyre enkelt at få alle igennem matematik B. Men det synes, som om både ministeriet og den faglige forening har skjulte grunde til at opretholde en høj dumpeprocent, siden begge afviser en åben dialog om, hvordan den kan sænkes. Den franske sociolog Pierre Bourdieu kalder en sådan undervisning symbolsk vold med henblik på at bevare vidensadelens privilegier.

Nytænk begyndermatematikken

Debatforslag Jyllands-Posten 17.5.2016

'Kop-tælling og om-tælling' kan være et af næste års Rethink-svar: "Sådan nytænker Aarhus begyndermatematikken."

Med kop-tælling kan 7 pinde optælles med både overlæs og underlæs: Som '1 3er og 4' med 1 pind inden for bundt-koppen og med et overlæs på 4 pinde udenfor; som '2 3erer og 1´, eller som '3 3ere pånær 2' med 3 pinde indenfor og et underlæs på 2 lånte pinde udenfor.

Med kop-tælling oplever børn at optælle en total ved at bundte; og at om-tælle ved at flytte bundter ud eller ind.

Børn ser nu en total på 26 som 2 pinde indenfor og 6 uden for bundt-koppen; eller som 1 indenfor og 16 udenfor, eller som 3 indenfor og en gæld på 4 røde pinde udenfor.

Nu vil 23 plus 48 give 6 indenfor og 11 udenfor, som ved om-tælling giver 7 indenfor og 1 udenfor, altså 71. Og 43 minus 17 giver 3 indenfor på nær 4 udenfor, som ved om-tælling giver 2 indenfor og 6 udenfor, altså 26.

Nu vil 3 gange 27 give 6 indenfor og 21 udenfor, som ved om-tælling giver 8 indenfor og 1 udenfor, altså 81. Tilsvarende kan vi om-tælle 92 til 8 indenfor og 12 udenfor, som ved division med 4 giver 2 indenfor og 3 udenfor, altså 23.

Tabeller lettes ved pånær-regning: Da 4 er 5 pånær 1, vil 3 gange 4 give 15 pånær 3, altså 12. Og da 7 er 10 pånær 3, vil 6 gange 7 give 60 pånær 18, altså 42.

Vi om-tæller fra kroner til euro, eller fra kg til kr: Med 7 kr per 5 kg findes prisen for 30 kg ved at om-tælle 30 til 5ere, for så mange gange har vi 7 kr. Om-tælling kaldes også proportionalitet, et af matematikkens hovedområder. Børn kan derfor ikke komme i gang tidligt nok med at om-tælle.

Om-tælling kan gøres med pinde, og en lommeregner kan forudsige resultatet. Vi bundter ved at fjerne på to forskellige måder. Regnestykket '7-3 = 4' forudsiger, at hvis vi fra 7 fjerner 3, er der 4 tilbage. Og '7/3 = 2.noget' forudsiger, at fra 7 kan 3 fjernes 2 gange. Endelig forudsiger regnestykkerne '7-1*3 = 4' og '7-2*3 = 1' og '7-3*3 = -2' resultatet af at optælle 7 i hhv. 1, 2 eller 3 3-bundter.

Kop-tælling og om-tælling er selvforklarende, men man kan også hente inspiration i folderen 'KopTælling og OmTælling' på MATHeCADEMY.net.

Stop folkeskolen efter 7. klasse

Debatindlæg i Jyllands-Posten 18.5.2016

Skal karaktergennemsnittet til gymnasiet være 2, 4 eller 7? For de unge bør vel have et fagligt grundlag, så de senere kan tage en videregående uddannelse?

Ministeriets hjemmeside viser, at karaktererne gives for at regne 16 pct., 33 pct. eller 50 pct. rigtigt til folkeskolens afgangsprøve i problemregning. Og at den internationale bestågrænse på 70 pct. rigtige giver den næsthøjeste karakter 10.

Men hvordan kan man gennemføre gymnasiet, hvis man kun kan regne hvert sjette, tredje eller andet stykke rigtigt?

Det kan man, fordi vi som et af de sidste lande fastholder mundtlige eksamener, hvor lærerne med byger af ledende spørgsmål sikrer, at man får karakteren 2 for blot at møde op. Og fordi det under fyringstrussel er forbudt lærerne at give gennemsnitskarakter for periodens faglige præstationer; karakteren må alene afspejle det faglige niveau i ugen op til karakteren, hvor alle møder frem med hånden i vejret.

Sverige er anderledes ærlig omkring karaktererne. Disse viser, at hver fjerde 15-årig ikke kan deltage i samfundslivet på grund af manglende matematikviden, hvilket har udløst den særdeles kritiske OECD-rapport ”Improving Schools in Sweden”.

I stedet for at skjule manglende viden i utroværdige beståkarakterer burde vi som Sverige nedsætte en OECD-ledet skolekommission.

Den vil sikkert hurtigt anbefale, at vi globaliserer vores to nationale ungdomsuddannelser, først de tre år i folkeskolens tvangsklasse, derefter de tre år på en af de mange gymnasiale tvangslinjer.

For alle unge har et talent, som dog hurtigt visner, når de tvinges til at følge deres årgang i stedet for at vælge efter nysgerrighed. Og overvægten af piger i gymnasiet viser tydeligt, at drenge lider under, at de er to år bagefter i modenhed.

Så stop folkeskolen efter 7. klasse. Omdan de gymnasiale uddannelser til en fireårig highschool med lærere, som kun underviser i deres hovedfag. Og som byder den unge indenfor med: »Velkommen, inden i dig bor der et talent, som det er vores fælles opgave at afdække og udvikle gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke af praktisk eller teoretisk art.

Hvad har du lyst til at afprøve det næste halvår? Går det godt, siger vi flot arbejde, du har talent, du skal vist have flere blokke. Hvis ikke, siger vi flot forsøg, du har mod til at prøve kræfter med noget ukendt, du kan nu afprøve andre blokke.«

Så alle forlader de halvårlige klasser med ros. Og lyst til som 18-årige at prøve kræfter med de tertiære uddannelser, hvor talentet især kan udfoldes.

Fra matematismus til matematik

Kronikforslag Jyllands-Posten den 8.5.2016 og Information 19.5.2016

’I gymnasiet skal alle lære matematik på niveau B’. Et naturligt ønske til en reform af skolens måske vigtigste fag, talsproget. Men helt urealistisk, lyder det fra fagets skriftkloge, fra formanden for underviserne, og fra undervisernes undervisere, professorerne. Og de har ganske ret. For de underviser nemlig ikke i matematik, men i ’matematismus’, der gør matematikken så svær, at den bliver en effektiv eksklusionsteknik til at beskytte undervisernes vidensmonopol.

Matematik er nemlig ikke svært, tværtimod, for man skal jo ikke lære at ’matematikke’, men at regne: Trekantsregning, brøkregning, bogstavregning, osv. På græsk betyder matematik ’mestring’ og antikkens pythagoræere valgte ordet som en fælles betegnelse for deres fire mestringsområder: Astronomi, musik, geometri og aritmetik. Efter at astronomi og musik er brudt ud, dækker fællesbetegnelsen nu kun geometri, der på græsk betyder at måle jord; og algebra, der på arabisk betyder at genforene tal.

Tallet 345 er en kort skrivemåde for totalen T = 3*10^2 + 4*10 + 5*1. Vi ser, at et tal er et regnestykke, en formel, som indeholder algebraens fire regnearter til forening af tal: Plus forener forskellige tal, gange forener ens plustal, potens forener ens gangetal, og integralregning forener arealblokke.

Fordelen ved formler er, at formler forudsiger: plus-formlen 2+3 forudsiger resultatet af at videretælle 3 gange fra 2; gangeformlen 2*3 forudsiger resultatet af 3 gange at plusse med 2; og potens-formlen 2^3 forudsiger resultatet af 3 gange at gange med 2.

At genforene betyder, at man også kan gøre det modsatte, at opdele en forenet total i dele. Her forudsiges resultatet af de modsatte regnearter minus, division, rod og logaritme samt differentialregning.

Opdelingsregning kaldes også tilbageregning eller ligningsløsning.

Ligningen x+3 = 5 opdeler totalen 5 i 3 og et ukendt tal x, der plusset med 3 giver 5, og som forudsiges af minusformlen x = 5-3.

Ligningen x*3 = 5 opdeler totalen 5 i 3 ens tal, som forudsiges af divisionsformlen x = 5/3.

Ligningen x^3 = 5 opdeler totalen 5 i 3 ens gangetal, som forudsiges af rodformlen x = 3√5.

Ligningen 3^x = 5 opdeler totalen 5 i et antal ens gange3-tal, som forudsiges af logaritmeformlen x = log3(5).

Vi ser, at en ligning let løses ved at flytte et tal til modsat side med modsat regnetegn.

Den sidste af de fire foreningsregnearter, gange&plus-regning, integralregning på latin, forener arealblokke for at kunne plusse per-tal: Med 2 kg á 3 kr/kg plus 4 kg á 5 kr/kg kan styk-tallene 2 og 4 plusses direkte til 6 kg. Derimod skal per-tallene 3 og 5 først opganges til kronetal, før de kan plusses. Da gangning skaber arealer, plusses per-tal altså ved at finde arealet under per-tals kurven i et koordinatsystem, der koordinerer algebra og geometri.

Hvis per-tals kurven er konstant, er der kun er ét areal at udregne. Hvis per-tals kurven stiger, skal man plusse mange små arealstrimler. En uoverskuelig opgave, med mindre strimlerne kan skrives som tilvækster: Tallene 2, 5, 9, 6 giver tilvækst-tallene (5-2), (9-5) og (6-9), der plusset giver 6-2, altså sluttal minus starttal, da alle mellemtal bliver både lagt til og trukket fra.

Under en y-kurve vil en x-tilvækst give arealstrimlen y gange med x-tilvæksten, som så omskrives til en F-tilvækst. Summen af de mange arealstrimler kan da udregnes som én enkelt tilvækst i F mellem de to endepunkter. Så forening med gange&plus-regning har også sin modsatte regneart, opdeling med minus&dele-regning, også kaldet tilvækstregning eller differentialregning på latin.

Foruden regnearter til at forene og opdele, omfatter algebraen også regning med uspecificerede tal og formler, såkaldte pladsholdere. Hvor regnestykket 3+5 kan udregnes straks, kan regnestykket 3+x først udregnes, når vi specificerer det tal, x er pladsholder for.

Tilsvarende kan formlen y = 3+x indtegnes direkte i et koordinatsystem; hvorimod formlen y = f(x) først kan indtegnes, når vi specificerer den formel, som f(x) er pladsholder for. f(x) betyder således en uspecificeret formel med x som uspecificeret tal. Følgelig er det meningsløst at skrive f(2), da 2 er et specificeret tal.

Men det er blot en af mange måder, hvorpå matematik omskabes til matematisme og matematsimus.

Matematisme er matematik, som er korrekt inde i klassen, men ikke udenfor, som f.eks. brøkregning: I klassen giver 1 over 2 plus 2 over 3 resultatet 7 over 6. Men udenfor vil 1 æble blandt 2 frugter plus 2 æbler blandt 3 frugter give 3 æbler blandt 6 frugter, og kan aldrig give 7 æbler blandt 6 frugter. Så i matematismus står det sidste s står for sludder; og u står for udefinerede begreber.

Et begreb er normalt en betegnelse, en abstraktion, for en fælles egenskab ved forskellige eksempler: Begrebet 'bord' er en fælles betegnelse for plader med fire ben; begrebet 'formel' er en fælles betegnelse for regnestykker, og begrebet funktion en fælles betegnelse for formler med et uspecificeret tal.

Men i stedet for at definere begreber nedefra som abstraktioner fra eksempler, definerer matematismen sine begreber oppefra som eksempler på abstraktioner. Alt skal defineres som eksempler på begrebet 'mængde', så begrebet funktion defineres nu som et eksempel på en mængderelation, hvor førstekomponent-identitet medfører andenkomponent-identitet.

Samtidig forbydes alle forklarende talemåder som at plusse, per-tal, gange&plus-regning, formler, mm. Algebra må ikke betyde genforening. Og censuren stopper straks artikler, der anbefaler at respektere den naturlige rækkefølge ved at undervise i integralregning før dennes omvendte regneart.

Filosoffen Russell påviste, at mængdebegrebets selvreference gør faget ligeså meningsløst som løgnerparadokset 'Denne sætning er usand', altså en sætning, der er sand, hvis den er usand, og modsat.

Men matematismen er ligeglad, for udefineret sludder af typen 'bublibub er et eksempel på bablibab' er en effektiv måde at ekskludere normalt tænkende unge, så vidensmonopolet kan opretholdes. Og meningsløsheden sikrer, at underviserne ikke kan forklare faget, men blot anbefale, at det læres udenad. Hvilket passer fint for dem, der hjemmefra ved, at vejen til et embede går over at udføre ordrer uden at spekulere over indholdet.

Matematismussens vidensmonopol brydes ved at afskaffe den mundtlige eksamen, der blot måler viljen til at lære det uforståelige udenad som generalprøve på en ansættelsessamtale til et offentligt embede. Svenskerne ryster på hovedet over, at vi gør regnefaget matematik til et snakkefag; og spørger 'Mangler I ikke ingeniører?'

Jo, det gør vi, men det er nu slut. For med matematik B for alle kan den mundtlige eksamen i matematismus erstattes af to skriftlige eksamener i algebra og geometri. Og når udefineret sludder erstattes af meningsfuld genforening af ens og forskellige styk-tal og per-tal, vil hver anden dreng være ingeniør som 22årig uanset social, etnisk eller national baggrund.

Så med matematik B for alle, og uden mundtlig eksamen, kan skatten sænkes og velfærden udbygges på samme tid.

Naturen drukner i meta-matisme

Debatforslag Politiken 2.9.2016

En hoppende bold viser naturens tre bestanddele: stof, hvori der bor kræfter, der pumper bevægelse ind eller ud af bolden, når bevægelsen og kraften har samme eller modsat retning. Til sidst ligger bolden stille, for undervejs overfører sammenstød bevægelse til små bolde: molekyler i jorden og i luften. Bevægelse forsvinder ikke, den overføres, men øger sin uorden: Energien bevares, entropien øges. Liv på jorden skyldes energigennemstrømning med lav entropi fra solen og høj entropi til rummet; med mindre skydannelser omdanner spildenergien til global opvarmning.

Naturen styres af formler, hvor formellæren betegnes matematik, pythagoræernes fællesbetegnelse for deres fire vidensområder. Med musik og stjerner som selvstændige områder burde matematik i dag blot være en etikette for geometri og algebra, der begge er naturvidenskaber: geometri er et græsk ord for jordmåling, og algebra er et arabisk ord for genforening af tal. Hvad matematik da også er i de Nordamerikanske republikkers blokopdelte talentudviklende oplysningsskoler, men ikke i Europas linjeopdelte embedsrettede dannelsesskoler.

Her førte opfindelsen af begrebet mængde til skabelsen af et selvstændigt fag, mængde-matematik, som dog burde hedde 'meta-matisme', en blanding af 'meta-matik' og 'mate-matisme'.

Meta-matik definerer begreber, ikke som abstraktioner fra eksempler, som de historisk opstod, men som eksempler på abstraktionen mængde, dvs. ved meningsløs selvreference: Med udgangspunkt i antikkens løgnerparadoks 'denne sætning er usand' påviste Russell, at netop hvis den ikke tilhører, vil en mængde tilhøre mængden af mængder, der ikke tilhører sig selv.

Mate-matisme er udsagn, som er sande i klassen, men sjældent udenfor, som fx addition af tal uden enheder. I klassen er 1/2 + 2/3 = 7/6, men udenfor er det 3/5, da 1 æble blandt 2 frugter + 2 blandt 3 giver 3 blandt 5, og umuligt kan give 7 blandt 6.

Det er meta-matisme, som får lærere og professorer til at påstå, at alle umuligt kan lære matematik B, fordi calculus er for svær, til trods for at man blot skal ombytte differential- og integralregning.

Vore to sprog, talesproget og talsproget, indgår i et sproghus med tre etager. Nederst virkeligheden, så sproget, så meta-sproget, grammatikken. Men hvor talesproget underviser i sprog før metasprog, gør talsproget det modsatte.

Hold op med det; gør som republikkerne, opdel matematik i algebra og geometri, og undervis i formellære i stedet for i den meta-matisme, som kvæler både regnetalent og naturen.

Katolsk matematik, og protestantisk

Kronikforslag Jyllands-Posten 14.10.2016

Matematik er svært, men uden vil det moderne samfund bryde sammen; derfor skal matematik have tilført flere midler, amen. Sådan lyder morgenbønnen på landets kloster-universiteter.

Intet kunne være mere forkert. For matematik findes nemlig ikke. Matematik er en skal, en etikette for et indhold. På græsk betyder matematik 'det vi ved noget om'. Antikkens pythagoræere valgte ordet som en fælles betegnelse for deres fire vidensområder: stjerner, lyd, former og antal.

Med astronomi og musik som selvstændige fag er matematik nu en fælles betegnelse for algebra og geometri, der på græsk betyder at måle jord opdelt i trekanter, som igen opdeles i rette trekanter. Her måles sider og vinkler med en lineal og en vinkelmåler, og procent-tabeller beregner sammenhængen mellem dem.

På arabisk betyder algebra at genforene tal. Så matematik er ligesom fysik en naturvidenskab. Fysik beskriver stof og kræfter og bevægelse. Matematik beskriver det fysiske faktum Mange.

Algebra giver svaret på 'hvor mange' ved at tælle og regne. En optalt total på 456 ser ud som et tal, men er i virkeligheden et regnestykke med tre forskellige optællinger, hvilket ses af enhederne: 4 hundreder og 5 tiere og 6 enere. Eller mere korrekt: Totalen er 4 bundter af bundter og 5 bundter og 6 u-bundtede, anbragt som tre blokke ved siden af hinanden. Vi tæller nemlig ved at bundte. Normalt bundtes i tiere, med enkelte undtagelser. Otte-ti hedder således fire tyvere på fransk og firsindstyve på dansk.

Så tal indeholder algebraens fire forenings-måder: Plus, gange, gentaget gange samt blok-regning. Eller med de officielle navne: Addition, multiplikation, potens samt integration.

Det modsatte af forening er opdeling, som forudsiges af de modsatte regnearter: minus, dele, faktorfinde og faktor-tælle samt modsat blok-regning. Eller med de officielle navne: Subtraktion, division, rod og logaritme samt differentiation.

Børn undervises i plus, minus, gange og division. De unge undervises i gentaget gange og i rod og logaritme. På gymnasiets B-niveau undervises så i blok-regning og modsat blok-regning, men desværre i omvendt rækkefølge. Denne ombytning har gjort blok-regning så svær, at bestågrænsen er sænket til 30% korrekt besvarelse for at mindske antallet af dumpere.

Men heldigvis kræver den nye gymnasiereform, at alle skal have matematik B, og dermed alle fire regnearter til forening. Hvilket også nemt kan lade sig gøre. Man skal blot respektere rækkefølgen og undervise i blok-regning før modsat blok-regning, altså i integration før differentiation.

Matematik bliver let, hvis skolen accepterer, at matematik ikke er en aktivitet, men blot en fælles betegnelse for to aktiviteter, at forene mange og at måle jord. Hvilket jo også fremgår af ordene selv: man kan forene og måle, man kan ikke matematikke. Matematik er ikke et handle-ord.

Men det accepteres ikke af kloster-universiteterne, som hævder at have monopol på matematik: Der findes kun én mate-matik, vores mængde-matik, som vi alene har kontakt med og kan formidle.

Problemet er blot, at mængde-matik har vendt matematikken meningsløs ved at vende den på hovedet. Begreber er normalt abstraktioner, dvs. navne, der skelner mellem forskellige typer eksempler. Ordet 'funktion' blev således indført for at skelne mellem de to regnestykker '2+3' og '2+ måske 3', som man da skriver '2+x', hvor x så er pladsholder for et ukendt tal. Men i stedet for at præsentere begrebet som en abstraktion fra eksempler, præsenterer mængde-matikken det som et eksempel på en overliggende abstraktion: en funktion er et eksempel på en mængde-relation hvor første-komponent-identitet medfører anden-komponent-identitet. Hvilket eleverne hører som 'bublibub er et eksempel på bablibab' altså noget, som skal læres udenad, men som de fleste afviser som nonsens. Hvad det desværre også er. For filosoffen Russell har påvist, at mængder medfører selvreference, hvorved faget fanges i det klassiske løgner-paradoks: Sætningen 'Denne sætning er usand' refererer til sig selv. Hvis den er sand, ja så er den usand. Og hvis den er usand, er det jo usandt, at den er usand, altså må den være sand. Selvreference leder altså til selvmodsigelse og meningsløshed.

Men det generer ikke mængde-matikken, som i stedet ophæver forskellen på abstraktioner og eksempler. Og dermed bliver et meningsløst sprog, som ikke skelner mellem det abstrakte og det konkrete, mellem ordet æble og de saftige æbler, ordet benævner, og som kan spises, hvad ordet ikke kan.

At mængde-matikken alligevel fastholdes skyldes, at vores kloster-universiteter viderefører traditionen fra Platons akademi.

I antikkens Grækenland mente sofisterne, at et demokrati må oplyse sin befolkningen om forskellen på natur og vedtægt for at undgå skjult formynderi i form af vedtægt præsenteret som natur. Modsat anså filosofferne vedtægt som illusion, da alt fysisk er eksempler på metafysiske former, som kun er tilgængelig for filosoffer uddannet på Platons akademi, hvorfor filosoffer bør være formyndere.

Den kristne kirke videreførte akademierne i form af klostre, der siden blev til universiteter. Dog uden at slippe klostrets form og virkemåde, hvor munke sidder i celler på lange gange og skriver kommentarer til fagets dogmer. Og med undtagelse af naturvidenskab, er forskning stadig klosterets skolastik, hvor man opponerer på den herskende ortodoksi. Og hvor en person bliver professor, hvis tre eksisterende professorer peger på vedkommende. Så mængde-matikkens selvreference passer som fod i hose til de selvrefererende kloster-universiteter.

Heldigvis er reformationen på vej, så næste år kan vi forhåbentlig fejre to reformationer. Det er så 500 år siden, Luther gjorde op med den katolske ortodoksi, som hævdede, at kun kirken kunne formidle kontakten til det Egentlige gennem sine otte sakramenter. Luther sagde, at den enkelte selv kan etablere kontakten og kun har behov for en kirke med to sakramenter, dåb til velkomst og nadver til syndsforladelse.

Som katolicismen har også mængde-matikken otte sakramenter, kaldet kompetencer. I modsætning hertil behøver den protestantiske matematik, mange-matikken, kun to sakramenter i mødet med Mange: at tælle og at regne.

Protestantisk mange-matik kan læres på MATHeCADEMY.net, som på den netop afholdte verdenskonference i Hamborg havde succes med blok-tal og med '1kop & 5 pinde' metoden til at kurere matematik-ulyst. Med koppen til bundter kan 5 pinde 'koptælles' i 2ere som 1kop3 eller som 2kop1. Så en total består altid af to tal, et antal bundtede indenfor og et antal ikke-bundtede udenfor. Og man kan altid omtælle ved at flytte en pind ind eller ud af koppen.

Divisionsproblemer forsvinder ved at bruge koptælling og omtælling: Skal 336 divideres med 7, koptælles 336 til 33kop6, der omtælles til 28kop56, altså 28 bundter indenfor og 56 u-bundtede udenfor. Der delt med 7 giver 4 indenfor og 8 udenfor, altså 48.

Blok-tal medfører nye læringsmuligheder i førskolen: 2 3ere og 4 5ere kan forenes lodret eller vandret. Lodret skal begge omtælles til en fælles enhed, hvilket kaldes proportionalitet. Vandret fås et antal 8ere ved at sidestille blokkene, altså ved integration.

Så regeringen kan roligt gennemføre gymnasiereformen og vende det døve øre til de ortodokse kloster-universiteters klagen over, at mængde-matikken trues af sammenbrud. Alle lærer let matematik, når reformationen har erstattet den katolske mængde-matik med den protestantiske mange-matik, der respekterer fagets indhold, algebra og geometri, tælling og regning og jordmåling.

Matematik, banalitet eller ondskab

Kronikforslag Politiken december 2016

Matematik er gennemsyret af ondskab lige fra første til sidste klasse i den 12årige skole, som vi trygt overlader vore børn og unge til - i den tro, at skolen forbereder dem til at mestre deres omverden og dens to sprog, talesproget og talsproget. Som skolen så kalder dansk og matematik.

Underligt, for man mestrer jo sin omverden gennem handlinger, ved at læse og skrive og ved at tælle og regne, så hvorfor skal man så lære at ’danske’ og ’matematikke’?

Matematikkens ondskab begynder således allerede med navnet. Og ved at påstå, at tælling og regning er anvendelser af matematik, der som sådan naturligvis først skal læres, før den kan anvendes. Og som desværre er så svær at lære, at den kræver en ekstra indsats, hvilket derfor mislykkes for stadig flere.

Samtidig skjuler matematikken sin oprindelse: Antikkens græske pythagoræere brugte ordet som en fælles betegnelse for deres fire vidensområder: Musik, stjerner, former og antal; de samme fire områder, som efter anbefaling af den græske filosof Platon indgik i antikkens og middelalderens grunduddannelse, quadrivium.

Så efter at musik og astronomi er brudt ud, er matematik i dag blot en fælles betegnelse for de to tilbageværende områder, geometri, der på græsk betyder jord-måling, og algebra, der på arabisk betyder at genforene tal. Hvilket igen skjules ved at påstå, at algebra i stedet betyder at søge mønstre.

Algebraen fulgte med, da vi i Renæssancen erstattede romertal som CCXXXIV med arabertallet 234 = 2 ti-tiere og 3 tiere og 4 enere = 2*10*10 + 3*10 + 4*1. Her ses algebraens fire måder til at forene tal. Plus forener forskellige tal som fx 3+4. Gange forener ens plustal som fx 3*4 = 3+3+3+3, potens forener ens gangetal som fx 3^4 = 3*3*3*3; og de tre talblokke 200, 30 og 4 forenes af side-plusning, også kaldet gange-plus regning eller integration, det latinske ord for at forene.

Og blokke er netop, hvad børn bringer med til skolen. Spørger man en treårig ”Hvor gammel bliver du næste gang?” er svaret ”fire” med fire fingre fremvist. Hvis man så fremviser fire fingre holdt sammen to og to, kommer protesten prompte: ”Nej, det er ikke fire, der er to toere!”

Så børn kommer i skole med todimensionale blok-tal, hvor alle tal har enheder. Hvilket svarer fint til legoblokke, der netop kan stables som fx 1, 2, 3 eller flere 4ere; og som netop forener geometri og algebra ved deres form og antal knopper. Og derfor er yderst velegnede som grundlag for en undervisning, der forbinder udgangspunktet, børns bloktal, med slutmålet, algebraens genforening af bloktal illustreret med geometriske figurer.

Men skolen negligerer dette og underviser i stedet i endimensionale linje-tal beliggende på en tallinje med hvert deres navn; og hvor systematikken først bliver synlig sidst i tyverne, hvorfor mange børn tæller over, og siger ’ti-og-tyve’ i stedet for ’tredive’. Hvilket så bruges til at stille diagnosen ’diskalkuli’. Og institutionalisere en tilsvarende diskalkuli-behandling af barnet understøttet af en voksende diskalkuli-forskning med tilhørende diskalkuli-industri.

Ondskaben ligger i, at det er skolen selv, der installerer diskaluli i barnet ved at undervise i linje-tal i stedet for blok-tal; altså ved at undervise i nutidens todimensionale arabertal, som både samfund og børn bruger, som om de var fortidens endimensionale romertal.

Begge talsystemer tæller ved at bundte.

Romertallene bruger lineær bundtning: I en række pinde bundtes 5 enere til et V, 2 V’er til et X, 5 X’er til et L, 2 L’er til et C osv. Så et romertal forbliver en endimensional streng med bogstaverne I, V, X, L, C mm.

Arabertallene bruger rektangulær bundtning: I en række pinde bundtes tolv enere til 1 ti-bundt og 2 ubundtede, der så skrives som 12. Bundterne kan så stakkes til en blok af fx 4 10ere, indtil et 10bundt af 10ere skaber en ny blok med enheden ti-ti eller hundrede, der så igen stakkes i en blok, indtil 10 af dem skaber enheden ti-ti-ti eller tusind, osv.

Så hvor romertal aldrig har enheder, har arabertallene altid enheder, netop som i børns eget talsystem.

Men skolen underviser kun i tal uden enheder. Og skelner ikke mellem 2*3 = 6, der altid er sandt fordi 2 3re kan omtælles til 6 1ere; og 2+3 = 5, som kun er sandt, hvis de udeladte enheder er ens: 2 dage + 3 dage er ganske rigtigt 5 dage, men 2 uger + 3 dage er til gengæld 17 dage, og 2 dage + 3 uger er 23 dage. Matematik uden enheder burde kaldes ’matematisme’, altså noget der er sandt indenfor, men sjælden uden for et klasseværelse.

Matematikkens ondskab begynder således med at negligere børns eget arabiske talsystem og påtvinge dem et romersk talsystem. Og den fortsætter med at tvinge børn til at plusse uden først at tælle. Og ved at påtvinge børn de fire regnearter i rækkefølgen plus, minus, gange og dividere, hvor den sidste fremstilles som så svær, at den udløser nye diskalkuli-diagnoser.

Det er nemlig den modsatte rækkefølge, der er den naturlige. Vi tæller ved at bundte, så 7 pinde optælles i 3ere ved at fjerne 3ere mange gange, hvilket er division. Forudsagt af en lommeregner som ’7/3 = 2.noget’. De 2 3ere kan så stakkes, hvilket er gange. Som derefter fjernes for at se, om der er ubundtede tilbage, hvilket er minus. Forudsagt af en lommeregner som ’7 – 2*3 = 1’. Så lommeregnerens forudsigelse holder stik: 7 = 2.1 3ere. Hvilket viser, at naturlige tal er decimaltal med enheder, hvor decimaltegnet adskiller bundter og ubundtede. I modsætning til skolen, som skriver 5.6 tiere som 56, altså uden enhed og med fejlplaceret decimaltegn, som så oven i købet kaldes et naturligt tal. En effektiv måde til at udmelde endnu flere diagnoser.

Så optælling omfatter de tre regnearter division, gange og minus. Og i den rækkefølge. Efter optælling er det naturligt at lære omtælling, tilbagetælling og dobbelttælling for at skifte enhed, eller for at skabe eller fjerne et overlæs, som kan opstå ved fratælling og sammentælling.

Således kan 7 optælles både med og uden overlæs som hhv. 1.4 og 2.1 3ere

Spørgsmålet ’2 3ere er hvor mange 4ere?’ kan besvares med manuel omtælling, eller ved at bede lommeregneren om en forudsigelse: 2*3/4 = 1.noget og 2*3-1*4 = 2, så 2 3ere = 1.2 4ere.

Omtælling til tiere klares direkte med gangning: 3 8ere = 3*8 = 24 = 2.4 tiere.

Tilbagetælling fra tiere fører til ligningsløsning: Spørgsmålet ’5 tiere er hvor mange 4ere?’ bliver til ligningen 50 = 4*x. Løsningen fås ved at optælle 50 i 4ere, x = 50/4. Så en ligning er blot et andet ord for en tilbagetælling, der sker ved at bruge den modsatte regneart, altså ved at flytte tal til den modsatte side med modsat regnetegn. Naturligt og let forståeligt.

Men igen fortiet af skolen, der i stedet udskyder ligninger til senere klassetrin. Her præsenteres ligninger så som åbne udsagn, der udtrykker ækvivalens mellem to tal-navne, og som lærerne lærer at løse med en abstrakt neutraliseringsmetode.

Dobbelttælling i forskellige farver fører direkte til fagets vigtigste tal, 'per-tal': Hvis 3 røde svarer til 4 blå, hvad svarer 5 røde så til? Eller senere: Hvis 3 kg koster 4 kr, hvad koster da 5 kg. Svaret fås ved benytte per-tallet 4kr/3kg til at omtælle kilo-tallet 5 i 3ere, 5/3, så mange gange betales 4 kr.

At skifte enhed er matematikkens ene hovedområde. Men skolen vil ikke anerkende ord som omtælling, tilbagetælling, dobbelttælling eller per-tal. I stedet bruges ordet 'proportionalitet', som igen udskydes til senere klassetrin og fremstilles så svært, at der igen kan uddeles nye diagnoser.

Hvorfor må børn ikke lære de forskellige tælleformer allerede i førskolen, hvor de af egen drift optæller gang på gang? Hvorfor skjuler skolen de store fordele ved at tælle før man plusser? Og totaler skal jo optælles, før de kan plusses?

Desuden er plus ikke veldefineret: Skal blokke 'stak-plusses' oven på hinanden, eller 'side-plusses' ved siden af hinanden, også kaldet integration, det latinske ord for at forene?

Stak-plusning foregår let ved at omtælle til en fælles enhed. Men skolen insisterer på at bruge den såkaldte mente-metode, der igen skaber diagnoser.

Samtidig arbejder skolen kun med totaler optalt i tiere. Derfor er det unødvendigt at skifte enhed og at lave side-plusning, som ellers er fagets andet hovedområde, og derfor vigtigere end stakplusning. Og som kan læres allerede i førskolen ved at stille legoblokke ved siden af hinanden og spørge '3 2ere plus 5 4ere er hvor mange 6ere?' Alligevel udskyder skolen det til de sidste skoleår med den påstand, at kun de allerdygtigste kan lære side-plusning.

Tilsvarende med 'modsat side-plusning', også kaldet differentiation, som modsat spørger '3 2ere plus hvor mange 4ere giver 7 6ere'. Her fjernes først de 3 2ere med et minus. Så optælles resten i 4ere ved division. Så i modsat side-plusning kommer minus før division. Naturligvis, for i sideplusning kommer gange før plus.

Men skolen anerkender ikke ordene side-plusning og modsat side-plusning, ej heler gange-plus regning og minus-divisions regning. I stedet indføres de latinske betegnelser integralregning og differentialregning. Og begge udskydes til det gymnasiale niveau under navnet calculus. Og ikke nok med det, de præsenteres i modsat rækkefølge, altså modsat side-plusning før side-plusning.

Hvilket gør begge svært forståelige med høj dumpeprocent på gymnasiets B-niveau til følge. Og det er netop situationen ved den kommende gymnasiereform. Folketinget ønsker, at alle skal lære ligefrem og omvendt side-plusning, men både underviserne og deres undervisere, professorerne, protestere højlydt: Det kan ikke lade sig gøre!

Selvfølgelig kan det det, man skal bare undervise i det, der er i verden, side-plusning og omvendt side-plusning, og i den rækkefølge, altså integration før differentiation. Så enkelt kan calculus gøres tilgængelig for alle.

Så hvis skolen lod børn og unge møde fænomenet Mange, som det naturligt optræder i verden, dvs. som bloktal, der optælles, omtælles, tilbagetælles, dobbelttælles, stak- og side-plusses frem og tilbage, så vil alle lære alt.

Men så kan matematik ikke mere bruges til eksklusion, der jo netop er skolens vigtigste opgave ifølge sociologen Bourdieu: Vi troede, at vi afskaffede adelen med dens privileger, men i stedet for en blod-adel har vi fået en videns-adel, der beskytter sit monopol på nutidens vigtigste kapital-form, videnskapitalen, ved at bruge skolen til at udøve symbolsk vold.

Talesproget kan ikke anvendes, da det læres før skolen. Men det kan talsproget, som så gøres utilgængeligt for alle på nær videns-adelens egne børn. Altså samme teknik, som mandarinklassen 37 brugte, da de gjorde det kinesiske alfabet så svært, at kun deres gene børn kunne bestå statens embedseksamener.

Men hvorfor underviser lærere i ond matematik? På grund af ondskabens banalitet, som Arendt beskriver i sin bog om Eichmann i Jerusalem. Det Arendt peger på er den lurende ondskab, der ligger gemt i blindt at følge ordrer i institutioner - som ellers netop er skabt for at sikre, at det gode sker.

Skal du beholde dit job, må du adlyde ordrer, 'conform or die'. Der findes nemlig ikke konkurrerende institutioner som på det private arbejdsmarked, hvor 'compete or die' sikrer styring ud fra brugernes behov.

Sammen med skeptisk postmoderne tænkning henter Arendt sin inspiration fra forrige århundrede store filosof, Heidegger. Der pointerer, at hin enkeltes eksistentielle potentiale realiseres gennem autentiske forhold til de omgivne ting. For at sikre dette, må man hele tiden spørge til tingenes væsen for at undgå, at eksistens skjules af institutionaliseret essens.

Som institution bør matematikundervisningen derfor hele tiden spørge, om den formidler et autentisk billede af sin genstand, det fysiske faktum Mange. Eller om den som institution er fanget i det, sociologen Baumann kalder en mål-middel forveksling, hvor det oprindelige mål bliver et underordnet middel til et nyt mål: institutionens selvopholdelse.

Matematikundervisning kunne være oplysning og ramme om børns og unges møde med fagets fysiske rod, Mange. I stedet er den blevet et forsøg på at kurere selvskabte mangeldiagnoser.

At omgås Mange er enkelt og banalt, så hvorfor drukne matematikkens banalitet i ondskab? Sansning, erfaring og sund fornuft er den onde matematiks værste fjende. Eksistens før essens, også i skolens matematikundervisning. Som i stedet burde efterleve den internationale PISA-hensigt: At udstyre befolkningen med viden og færdigheder til realisering af individuelle potentialer.

Så drop dog den onde matematik. Lad barnet udvikle sit eksisterende talsprog gennem guidede læringsmøder med fagets kilde, Mange. Fjern de onde lærebøger om linjetal og plusning uden optælling. Brug klodser og spillekort til at illustrere bloktal og aktiviteter som optælling, omtælling, tilbagetælling og dobbelttælling efterfulgt af ligefrem og modsat stak- og sideplusning. Og ombyt differential- og integralregningen i gymnasiet, så alle unge lærer at side-plusse frem og tilbage.

Igen har Luther ret: Kontakt kan etableres individuelt uden om en institutionaliseret formidler.

Drop dog munkematematikken og dens mundtlige eksamen

Kronikforslag Jyllands-Posten den 17.7.2019

Matematik er svært, åbenbart, for i folkeskolen er bestå-grænsen sænket til 16% korrekt besvarelse, og i gymnasiet til 21%. Skal kun hvert sjette eller femte stykke regnes for at bestå, så må matematik da være meget svært.

Tidligere hed faget regning, og da lærte alle stort set alt, så hvad er der sket? Hvorfor har matematikken overtaget regnefaget og gjort det uforståeligt?

Svaret findes på universitet. Et universitet udforsker sin omverden. På nær matematikken, den udforsker kun sig selv. Her lever middelalderens kloster videre i bedste velgående. Her er lange gange med celler hvor 'munkematematikere' sidder og kommenterer hinandens skrifter, som hentes på biblioteket for enden af gangen.

Dagligt holdes der forelæsning for skarer af håbefulde unge, hvoraf mange falder fra eller dumper til den efterfølgende eksamen. Over indgangen står nemlig stadig 'Mange er kaldet, men få er udvalgt (Matthæus 22,14)' og det agter munkematematikken så sandelig at efterleve.

Man har derfor opfundet begrebet 'mængde', så matematikken kan defineres indefra. Herved undgår man nemlig at fortælle, at matematik er opstået udefra. Antikkens grækere brugte ordet som en fælles betegnelse for deres fire naturvidenskaber om mange i rum og tid: geometri, musik, astronomi og algebra. Hvilket også fremgår direkte af ordene: På arabisk betyder algebra at genforene antal, og på græsk betyder geometri at måle jord.

Med reference udadtil er matematik let at lære. Derfor kom mængdebegrebet som en gave fra himlen. Nu kunne munkematematikken leve op til kravet om få udvalgte ved at lytte til Piet Hein:

”Vil du med rette ha ry som lærd, så tag det lette og gør det svært.” For nu kunne matematikken præsenteres med reference til sig selv, i stedet for til optælling og jordmåling.

Og det bekymrer ikke, at filosoffen Russell påviste, at selvreference fører til selvmodsigelse som i det klassiske løgnerparadoks ”Denne sætning er usand”, der er usand, hvis den er sand; og sand hvis den er usand.

Så i dag begynder gymnasiematematikken typisk med at repetere folkeskolens brøkregning. Her tvinges de unge til at lære, at en halv plus to tredjedele giver syv sjettedele. Til trods for at alle kan se, at 1 halvdel af 2 æbler plus 2 tredjedele af 3 æbler giver 3 femtedele af 5 æbler, og aldrig vil kunne give 7 ud af 6 æbler. Sådan ændres matematik til ’matematisme’, der er sandt indenfor klassen, men sjældent udenfor. Og som begrænser mængden af udvalgte. Hvortil også omdøbning er et effektivt middel.

Fx omdøbes ordet ’regnestykke’ til ordet ’funktion’. Der så defineres som en delmængde af at mængdeprodukt, hvor en forskrift til hvert element i den ene mængde knytter ét og kun ét element i den anden mængde.

Oversat til dansk: Et måleinstrument kan kun give ét og ikke to måltal, men dette måltal kan godt komme igen senere. Temperaturen kan godt være 12 både morgen og aften, men måleren kan ikke vise både 12 og 14 samtidigt.

Altså en ren banalitet, men latiniseret i en grad, så den kun kan læres udenad. Hvad lærerne da også forlanger, at de unge skal gøre til den mundtlige eksamen i matematik. For her optræder en udefrakommende censor fra en anden skole.

Censor kan være flink, men kan også udføre inkvisition for at påse, om munkematematikkens forskrifter nøje overholdes. Den mundtlige eksamen tvinger derfor læreren til at undervise lige efter bogen. Og gentage bogen når de unge efterspørger en forklaring, som de kan forstå. For netop den ordrette gengivelse af bogen vil sikre den gode karakter.

En gymnasierektor gav engang en ærlig beskrivelse af den mundtlige eksamen: ”Med en venlig censor kan en lærer med byger af ledende spørgsmål eksaminere selv en stol til at bestå, forudsat at stolen holder sin mund.” De ledende spørgsmål sikrer nemlig, at stort set ingen dumper til en mundtlig eksamen. Hvilket dog skjules, ved at indberetningerne brændes efter få års opbevaring i skolens kælder uden at være indsendt i kopi til ministeriet.

Resten af verden står uforstående over for, at Danmark har mundtlig eksamen i matematik: ”Matematik er da er regnefag, ikke er snakkefag?”

Men vi fastholder troligt den mundtlige eksamen. For munkematematikken kræver, at de unge skal kunne bevise de formler, de bruger. Til trods for at ingen endnu har fundet eksempler, der kunne modbevise formlerne.

Der går mange undervisningstimer tabt med den gentagne demonstration af, at stort set ingen forstår munkematematikkens latiniserede beviser. Det stjæler så tiden fra, at de unge kan opbygge regnerutiner. Til gengæld fastholder den mundtlige eksamen munkematematikkens jerngreb om skolen, så alle må tro, at matematik virkelig er så svært, at det kræver mange timer. Og helst også flere timer, hvis bestå-grænsen skal løftes fra 21% til det internationale niveau på 70% korrekt besvarelse.

Sandheden er præcis modsat. Matematik er såre simpelt. Algebra betyder som sagt at genforene tal. I verden er der fire slags tal: konstante og variable styk-tal og ’per-tal’, som forenes på fire forskellige måder.

Plus og gange forener variable og konstante styktal, og læres i folkeskolen sammen med de omvendte regnearter minus og division. Potens og integralregning forener konstante og variable per-tal, og læres i gymnasiet på henholdsvis C- og B-niveauet sammen med deres omvendte regnearter, rod og logaritme og differentialregning.

For at skjule denne enkelhed har munkematematikken bandlyst ordet per-tal. Dette til trods for at per-tal findes overalt i omverdenen og i naturvidenskaberne, som kroner per kilogram, som meter per sekund, som kroner per euro, som væg-længde per gulv-længde i trekanter. Og som brøker og procent, hvis enhederne er ens: 3 kroner per 5 kroner er 3/5, og 3 kroner per 100 kroner er 3%.

Det er utroligt let at regne med per-tal. Koster det 4 kroner at købe 3 kg, er pertallet 4kr/3kg. Skal man i stedet købe 15 kg, optælles 15 blot i 3ere, så mange gange betales 4 kroner.

Det er også let at sammenlægge per-tal: Skal man blande 2 kg á 3kr/kg med 4 kg á 5 kr/kg, kan styk-tallene plusses direkte til 6, men per-tallene skal først opganges til krone-tal før de plusses. Men gangning giver arealer, så per-tal plusses altså som arealer, hvilket kaldes integralregning.

Og konstante per-tal plusses let ved gentaget gangning: 200 kroner plus 7 år á 5% giver 200 ganget med 105% syv gange.

B-niveauet arbejder så med variable per-tal: En bold falder med voksende meter/sekund-tal, så hvor mange meter tilbagelægges på tre sekunder? Også her skal per-tallet opganges til meter-tal, hvilket igen giver arealer. Der er nu mange små arealer at plusse, men det klares let. For kan arealet skrives som en tilvækst, kan man udnytte, at mange små tilvækster tilsammen giver én stor tilvækst, der så kan beregnes som differensen mellem slut-tal og begyndelses-tal, og som derfor kaldes differentialregning.

Siden gymnasiereformen i 2005 har det flere gange været diskuteret, om den nye regneteknologi kunne gøre matematik B tilgængeligt for flere unge. For ti år siden skrev jeg således artiklen 'Med per-tal består alle matematik B'. Det var her, jeg opdagede, at per-tal er bandlyst, da de afslører matematikkens enkelhed. Matematiklærerne nægtede at optage artiklen i deres blad, og den måtte ikke uddeles ved de afholdte møder om matematik B. Den blev derfor indlagt på MATHeCADEMY.net sammen med gratis materiale til regne- og projektmatematik. Her findes også mit bidrag om per-tal til den internationale konference om læseplaner, der blev afholdt i november i Japan.

Den lave bestå-grænse viser, at kun få kan bestå eksamen i munkematematik, hvis man kalder mange ved at gøre dens B-niveau obligatorisk.

Det er derfor på tide at erstatte munkematematik med regnematematik. Og forbyde bevismatematik til den mundtlige eksamen, så denne i stedet kan bruges til at fremlægge projekter i anvendelse af matematik; herunder projekter i organisationsanalyse, der bruges overalt til at optimere samfundets forskellige processer.

Og på tide at ansætte professorer i undervisning i regnematematik.

Da grammatikken invaderede matematikken

Kronikforslag Jyllands-Posten den 4.8.2019

"There is something rotten in the state of Denmark", sagde Hamlet for tusind år siden. Desværre døde han, inden han nåede at ordne det, så problemet er her stadig.

Danmark har ellers skabt verdens dyreste skolesystem, så de unge kan konkurrere internationalt inden for fremtidens fire STEM-fag: Science, Technology, Engineering og Mathematics.

Man kunne derfor forvente, at efter 12 år i verdens dyreste skole vil den danske ungdom ligge langt over de 70%, som er den internationale bestå-grænse i matematik. Men desværre, den danske bestå-grænse er i stedet halveret fra 40% til 20% på 15 år.

Et besøg i en tilfældig afgangsklasse vil hurtigt afsløre, at årsagen: Verdens dyreste skole slås med fire hovedproblemer, der noget overdrevet er: læreren har ryggen til eleverne, der stort set alle er piger, hvoraf kun få er aktive, og hvoraf ingen er gravide.

Drengene er fraværende. I den daglige undervisning fordi de er to år bagud i modenhed. Men også tit fysisk. For alle ved jo, at terminskarakteren kun må afspejle aktiviteten ugen forinden. Hvor alle så møder op, punktligt og med hånden i vejret, så nådes-karakteren 02 kan fordobles.

Og alle ved jo, at man ikke bliver bortvist fra en skole, der finansieres med statslige persontilskud. Og som derfor har ansat inspektører til at fastholde drengene. Hvilket ikke er særlig svært. For skolerne konkurrerer på festkultur, og de færreste drenge har noget imod, at de som kompensation for manglende læring og opmærksomhed fra pigerne kan få lov til at drikke sig til en studentereksamen.

Pigerne er inaktive. De fleste sidder med hovedet på armen, eller med armene over kors. Nogle stirrer ned, sandsynligvis på deres mobiltelefon. De fleste ser opgivende ud. De har sikkert affundet sig med den manglende forståelse. For de ved, at det næsten er umuligt at dumpe til en mundtlig eksamen. Her er censor nemlig en lærer fra en anden skole, som har de samme forståelses-problemer. Og læreren har altid byger af ledende spørgsmål klar, hver gang man går i stå til eksamen.

Kun den yderste pige på første række har en blyant i hånden. Men blyanten er løftet fra papiret. Og ansigtsudtrykket viser tydeligt, at hun forgæves bestræber sig på at forstå, hvad læreren gennemgår - med ryggen til klassen.

For læreren har hele sin opmærksomhed vendt mod tavlen. Lærerne lærer ganske vidst, at de altid skal have ansigtet vendt mod klassen, som de skal forsøge at aktivere. Men læreren ved også, at det, der tæller til den mundtlige eksamen, er at eleverne kan gengive lærebogen ordret. Derfor anvender læreren tit en ordret gengivelse af bogen i sin undervisning. Også når de unge stiller standardspørgsmålet: ”Vi kan se, at du følger bogen. Men er du venlig at forklare os den, så vi kan forstå den?” Der sker så ofte det, at læreren endnu engang gentager, hvad der står i bogen. Og derved reelt vender ryggen til klassen og henviser til den del af lærebogen, der allerede er skrevet ned på tavlen.

Og det er læreren helt rolig ved. Vel vidende, at alle elever kan hjælpes igennem den mundtlige eksamen med tilpas mange ledende spørgsmål. Og at bestå-grænsen til den skriftlige eksamen sænkes, indtil tilpas mange kan bestå.

Siden Napoleonstiden har Europa brugt et embedsrettet, linjeopdelt skolesystem med alders-stavnsbånd og tvangsklasser med ti veldokumenterede plager: klassestøj og mobning og fravær, bundkarakterer og snyd og druk, privatskoler og vikarer og drengeproletarisering grundet forsinket modenhed. Samt endelig en europæisk befolkningsnedgang med en halveringstid på 50 år, da hvert par kun afleverer 1½barn, der så afleverer 1 barn i næste generation. Modsat holder Nordamerika sin befolkning konstant med 2,1 barn per par. For her har skolerne som formål at afdække og udvikle den unges individuelle talent gennem selvvalgte boglige eller praktiske halvårshold fra syvende klasse. I stedet for at drukne de unges identitetsarbejde i årgangstvang.

Men hvorfor er det så særlig slemt med matematik? Fordi den mistede sin jordforbindelse, da den blev invaderet af sin grammatik for ca. 50 år siden. Antikkens grækere brugte ordet matematik som en fælles betegnelse for deres fire videnskaber om Mange i rum og tid: geometri, musik, astronomi og algebra. Derfor bestod faget længe af algebra og geometri. Og dengang lærte næsten alle at regne med tal og bogstaver, samt tegne og måle på figurer. I dag lærer kun få at ’matematikke’.

Ligheden mellem vores to sprog, tale-sproget og tal-sproget, var dengang bevaret. Begge bruger sætninger med grundled, udsagnsled og prædikat: bordet er rødt, totalen er 3 4ere. Og begge har et metasprog, en grammatik, der beskriver sproget, der beskriver verden.

Modersmål og regning lærtes gennem kommunikation om verden, altså igennem itale- og ital-sættelse af ting og hændelser. Først efter at sproget var lært, begyndte man at tale om sproget med grammatik og matematik.

Fremmedsprog fungerede modsat. Her blev sproget lært sammen med sin grammatik. Eleverne blev derfor gode til at læse og skrive, men ikke til at samtale. Derfor kom der en sprog-revolution: Fremmedsprog skal nu læres som modersmålet, ved naturmetoden gennem kommunikation og dialog med andre om verden. Altså, sprog skal læres før sin grammatik, ikke med, og da slet ikke efter sin grammatik.

Revolutionen inden for tal-sproget gik i modsat retning. Regning skulle nu læres efter sin grammatik, der blev defineret ud fra et såkaldt mængde-begreb. Og som derved blev fremstillet som eksempler på abstraktioner i stedet for som abstraktioner fra sproglige eksempler.

Et 'regnestykke' blev således omdøbt til en 'funktion', der blev defineret som et eksempel på en mængderelation, hvor førstekomponent-identitet medfører andenkomponent-identitet. Hvilket vist kan kaldes en latinisering af den banalitet, at en beregning selvfølgelig kun giver ét resultat.

Indlært som et fremmedsprog, og efter sin grammatik, bliver tal-sproget abstrakt og svært - hvad fagets lave bestå-grænser da også vidner om.

Indlært gennem kommunikation vil derimod afsløre fagets enkelhed, så alle kan lære alt. Geometri er græsk og betyder jordmåling. Algebra er arabisk og betyder at genforene tal. Og er skabt af fagets fire basale forenings-spørgsmål: Hvad er totalen af 1kr og 2kr? Hvad er totalen af 3kr 4 gange? Hvad er totalen af 5% 6 gange? Hvad er totalen af 7kg á 8kr/kg og 9kg á 10kr/kg?

Her kan styktallene 7 og 9 plusses direkte, mens per-tallene 8 og 10 først skal opganges til krone-tal, hvilket giver arealer.

Hertil kommer de omvendte opdelings-spørgsmål som fx: 60kr er totalen af 5kr hvor mange gange?

Heraf ses, at der findes fire typer tal i verden: konstante og variable styk-tal og per-tal, der forenes af hhv. gange, plus, potens og areal-regning, også kaldet integralregning.

Desværre har gymnasiematematikken forbudt ordet per-tal, skønt den netop handler om konstante og variable per-tal, som påvist i mit bidrag til den internationale læseplanskonference i Japan i november.

Skal bestå-grænsen op på internationalt niveau, skal matematik præsenteres som et tal-sprog med tilhørende kvantitativ litteratur, regnemodeller, både naturvidenskabens faktiske og socialvidenskabens fiktive modeller.

Derfor bør bevistvang forbydes til den mundtlige eksamen: Hvad nytter det at bevise formler, som århundreders brug aldrig har modbevist? I stedet bør eleverne fremlægge og vurdere egne og andres regnemodeller.

Samtidig bør man udnævne professorer i regnematematik med erfaring fra klasseværelset, så vi undgår flere professorer udsendt fra universiteternes grammatiske afdelinger for at sikre, at bevisførelse og grammatik er korrekt i mindste detalje.

Kort sagt, Danmark bør gøre som Sverige, som ved skolesystemets sammenbrud bad OECD om hjælp, hvilket førte til rapporten 'Improving schools in Sweden'.

Danmark bør derfor hurtigst muligt nedsætte en OECD-ledet skolekommission, så skolen tilpasses 'OECD Learning Framework 2030' med 'personaliserede læringsmiljøer' fra førskole til forskerskole.

I matematik er brug bedre end beviser

Debatforslag Jyllands-Posten 5.2.2020

Piet Hein skrev: "Vil du med rette have ry som lærd, så søg det lette og gør det svært." Og netop sådan er det med gymnasiets matematik, der spreder angst og rædsel og ulyst blandt utallige unge. For hvor er den dog let, og hvor gøres den dog svær. Den har tre trin, hvor trin A er valgfrit.

Trin C regner på konstante per-tal. Et køb på 200 kr suppleres 8 varer á 5kr per styk. Totalen kan da beregnes som T = 200+5*8, eller T = b+a*x, som en formel med uspecificerede tal. Altså plus-vækst som alle forstår, lige indtil skolen siger ”Næ næ, indkøb er et eksempel på anvendelse af matematik. Og som navnet siger, skal matematikken først læres, før den kan anvendes. Her anvendes begrebet ’lineær funktion’. Derfor skal I først lære, at en funktion er et eksempel på en relation mellem to mængde, der til hvert element i den ene mængde knytter ét og kun ét element i den anden mængde.”

Hvad de unge hører som ”bublibub er et eksempel på bablibab”, en meningsløs selvreference som skal læres udenad, og som de fleste vender ryggen til.

Regning kan føre til tilbageregning: ”Jeg plussede 5 med noget og fik 8, kan jeg regne tilbage til det ukendte tal x, når altså 5+x = 8?” Ja, det er naturligvis x = 8-5. Hvilket viser, at en ligning løses ved at flytte tal til modsat side med modsat regnetegn. Og det gælder i øvrigt for alle tilbageregninger eller ligninger.

Enkelt og letforståeligt. Indtil skolen siger ”Næ næ, denne ligning er et eksempel på et åbent udsagn i en kommutativ gruppe med kompositionsforskriften addition, der har 0 som neutralt element og -5 som det inverse element til 5. Et sådant udsagn bevarer sin sandhedsværdi med identiske operationer på begge sider af lighedstegnet. Men husk dobbeltpilene mellem udsagnene.”

Trin B regner så på variable per-tal: ”Hvad fås ved at blande 2kg á 3kr/kg med 4kg á 5kr/kg.” Alle unge ved, at styk-tallene 2 og 4 kan plusses direkte, medens per-tallene 3 og 5 først skal opganges til krone-tal, før de kan plusses. Og da gangning skaber arealer, plusses per-tal altså som areal under per-tals kurven, der straks findes på en lommeregner. En regneart, som kaldes integralregning.

Og som alle kan forstå, lige indtil skolen siger ”Næ næ, dette er et eksempel på en anvendelse af infinitesimalregning. Og her er integralregning en anvendelse af differentialregning, der derfor først skal læres. Men som er er så svær, at vi bestemt ikke kan anbefale, at trin B bliver et obligatorisk fag.”

Herved forties, at differentialregning blev skabt til at omskrive arealstrimler til differenser, så plusning får alle mellemled til at forsvinde, på nær de to yderste.

Desværre underviser gymnasiet ikke i matematik, men ’matematisme’, der er sandt i klasseværelset, men sjældent udenfor. Og som de unge møder allerede første time, hvor lærerne repeterer brøkregning og beviser, at 1 over 2 plus 3 over 4 giver 5 over 4. Hvortil de unge protesterer: ”Det giver da 4 over 6, for 1 rødt af 2 æbler plus 3 røde af 4 æbler giver da 4 røde af 6 æbler, og kan da umuligt give 5 røde af 4 æbler?”

Men læreren insisterer og forsætter med at bevise at 3+4*5 er 23 og ikke 35, som mange ellers tror. ”Matematik fastsætter selv sine regler. Vi har vedtaget, at gange kommer før plus, men vi kunne godt have vedtaget det modsatte.” For matematisme plusser uden hensyn til enheder. Og kan derfor ikke se, at det naturligvis kun kan give 23, når man plusser 3 1ere med 4 5ere, som det fremgår ved at se på sine hænder og fødder.

Løsningen på gymnasiematematikkens krise er enkel. Forbyd beviser til den mundtlige eksamen. Lad i stedet de unge bruge Mathematics til at løse STEM-opgaver inden for Science, Technology og Engineering. Udlandet har gjort det længe. Dansk matematisme er i stedet sunket så dybt, at man nu kan blive student ved blot at regne hvert fjerde stykke rigtigt.

Yderlige råd findes i min JP-kronik ’Bevisgale matematiklærere på afveje’ den 2.3.2015.

Regnemodeller, fakta eller fiktion

Kronikforslag Jyllands-Posten den 14.4.2020 og Berlingske den 16.4.2020 og Information den 20.4.2020

Krige er for vigtige til at overlade til generaler, sagde den franske premierminister Clemenceau. Tilsvarende kan man sige, at regnemodeller er for vigtige til at overlade til matematikere.

Regnemodeller bruges mange steder, fx ved epidemier. Som kvantitative fortællinger er regnemodeller i familie med kvalitative fortællinger. De første giver os et tal-sprog til at ital-sætte verden, de sidste giver os et tale-sprog til at itale-sætte den. Og begge sprog har et sprog om sproget, en grammatik. Tale-sproget læres før sin grammatik, tal-sproget efter sin grammatik med fatale følger i form af mangelfuld læring og anvendelse.

Kvalitative fortællinger findes i to former, fakta og fiktion, rapporter og noveller. Tilsvarende med kvantitative regnemodeller. To eksempler vil vise forskellen.

Når jeg opsparer 2kr dagligt i 30 dage, siger regne-modellen y = k*x, at y = 2*30 = 60, altså at jeg har opsparet 60 kr. Her er regne-modellen en fakta-model, da begge tal er faktiske. En fakta-model kan også kaldes en 'når-så-model'. Fakta-modeller bruges til at forudsige, hvad der sker fremover.

Hvis jeg opsparer 2kr på regnvejrsdage i 30 dage, vil regne-modellen give forskellige resultater alt efter, hvor mange regnvejrsdage jeg antager, der vil blive. Her er regnemodellen en fiktions-model, da der indgår et fiktivt tal, der bygger på en antagelse. En fiktions-model kan også kaldes en 'hvis-så -model'. En fiktions-model kan altså ikke forudsige, men kan opstille forskellige scenarier.

Fakta-modeller anvendes inden for naturvidenskab til at forudsige fx fuldmåne; samt inden for økonomi til at forudsige købsudgifter, gældsposter ved konstante renter mm.

Fiktions-modeller anvendes, når der optræder valg eller tilfældigheder. Hverken befolkningstal eller aktiekurser kan således forudsiges.

Smitte mellem mennesker kan beskrives med både fakta- og fiktions-modeller.

Hvis 1 smittet smitter 2 personer første uge, der hver smitter 2 personer næste uge, vil der den tredje uge smittes 2*2*2 = 8 personer. Denne vækstform kaldes en eksponentiel doblingsvækst med en doblingstal eller smittetryk R på 2, hvilket svarer til en vækstprocent på 100%. Et typisk smittetryk for Ebola og Sars er hhv. 2 og 4. Men afhænger ellers af, hvor mange der er samlet og hvor længe, så en halvering af gruppestørrelse og samværstid vil begge halvere smittetrykket.

Et smittetryk på 1 betyder samme antal ny-smittede hver uge; og et smittetyk på ½ betyder en halvering af antallet af ny-smittede. Og et smitteryk på nul betyder, at smitten er forsvundet.

Smittetrykket vil falde, men hvordan og afhængigt af hvad? Her bliver fakta-modellen til en fiktions-model.

Standardmodellen antager, at doblingstallet falder jævnt med voksende smitteflok. Modellen skal derfor bruge tal for flokkens startværdi og maksimale størrelse, samt for smittetrykkets startværdi. Disse tre tal kan findes, når man har tre målinger. Men desværre indgår der et ukendt mørketal i smittemålinger, hvilket gør standardmodellen upålidelig. Og desuden er det antallet af senge, man ønsker beregnet.

Man kunne derfor benytte en alternativ model, som i stedet antager, at doblingstallet falder jævnt med tiden. En sådan model kan på et regneark opstilles på knap fem og højst ti minutter.

I modellen indgår to politisk valgte tal, et starttal for doblingstallet, samt et sluttidspunkt, hvor doblingstallet er faldet til nul, så epidemien er ovre. Man kan fx vælge at starte med doblingstallet 4 og med en epidemilængde på 10 dobbelt-uger, under antagelse af at et typisk sengeophold varer to uger.

Denne tids-baserede epidemi-model viser, at antal senge vokser fra 1 til sit maksimum 1189 efter 8 perioder, samt at der i hele epidemiperioden har været brug for 4635 senge. Om dette er nok til at sikre flokimmunitet, må en anden model afgøre.

Modellen viser også stor følsomhed over for ændringer i de politisk valgte tal. Hvis doblingstallet ændres med 1%, vil de to sengetal ændres med ca. 8%. Man skal derfor undgå alt for store ændringer i de to faktorer, der bestemmer doblingstallet, gruppestørrelse og samværstid.

Man kunne fx begynde med en halvering af begge i stedet for helt at nulstille dem. Man kunne således begynde med at holde lukket hver anden eller tredje dag, og i skolerne kunne klasserne mødes skiftevis. De målte sengetal ville så vise, om der er behov for yderligere ændringer af en eller begge faktorer. Eller hvor lang tid, epidemien vil vare med det valgte doblingstal.

På denne baggrund kan det undre, at staten har valgt nulstilling i stedet for en procentvis reduktion. Samt at staten bruger eksperternes standardmodel og undlader selv at bruge den alternative model.

Begge modeller er jo fiktions-modeller, der bygger på antagelser. Man bør så vælge den enkleste ifølge det videnskabelige princip, der kaldes Occams ragekniv. Og uden troværdige smittetal er den smitteflok-baserede standardmodel mangelfuld. Og ufleksibel, da man ikke kan ændre på, hvordan doblingstallet falder. Modsat bygger den tids-baserede model på troværdige senge-tal, og her kan formlen for doblingstallets fald hurtigt ændres.

Så hvorfor stole blindt på en upålidelig model?

Fordi krigen mod virusset er overladt til generalerne. Eller mere præcist, fordi matematikken har monopol på regnekunsten.

Og matematikken styres benhårdt af universiteternes 'mængde-matik', der forlanger, at begreber forklares som eksempler på det abstrakte mængde-begreb, og ikke ved de konkrete eksempler, hvorfra de oprindeligt blev abstraheret.

Tal-sprogets kerne-begreb er regnestykket. Der findes to slags regnestykker, fakta-stykker og fiktions-stykker. Et fakta-stykke som '2+3 = ?' kan udregnes straks. Et fiktions-stykke som '2+x = ?' kan først udregnes, når det ukendte tal kendes. Fiktions-stykker udtrykkes derfor ved scenarier med tabeller, der evt. kan tegnes som kurver. Fiktions-stykker kaldes også funktioner.

Man kunne så forvente, at skolen forklarer funktionsbegrebet med eksempler: En funktion er for eksempel regnestykket 2+x, men ikke 2+3. Men mændge-matikken vil det anderledes.

Den bruger kun top-down definitioner: En funktion er et eksempel på en delmængde i et mængdeprodukt, hvor første-komponent identitet medfører anden-komponent identitet. Hvilket blot er en latinisering af den banalitet, at én måling naturligvis kun kan give ét måleresultat.

Samtidig afviser den betegnelsen regne-model. Der må alene tales om matematik-modeller, der alle er af samme type, hvorfor det anses for meningsløst at skelne mellem fakta- og fiktions-modeller.

Endelig forlanger den, at regnestykkers følsomhedstal omtales som funktioners differentialkvotient.

Men, det moderne samfund bygger på naturvidenskab, der ingen bygger på formler og fakta-modeller. Der var derfor et ydre pres på gymnasiereformen i 2005. Nu skulle modeller ind i matematikundervisningen, både til dagligt og til den mundtlige eksamen, der skulle omlægges fra at bevise formler til i stedet at bruge formler til at opbygge modeller, der så skulle forklares og forsvares over for en direktør og en bestyrelsesformand i form af lærer og censor.

Men igen greb mængde-matikken ind. Til den mundtlige eksamen skulle der være valgfrihed, så lærerne kunne fortsætte med at afholde bevis-eksaminer. Og ordet model blev erstattet af ordet projekt, for så kunne man bare lave bevis-projekter inden for matematikken selv.

Så landet forblev uoplyst om forskellen på fakta- og fiktions-modeller. Og staten fik kun forelagt standardmodellen, da der skulle regnes på konsekvenser af indgreb mod epidemien.

Så til trods for at den tids-baserede fiktions-model advarer mod for kraftige ændringer, blev procentvis nedlukning erstattet af fuld nedlukning på mange områder. De økonomiske konsekvenser heraf har landet måske råd til én gang, men næppe flere gange.

Så mon ikke tiden er kommet til at ophæve mængde-matikkens monopol på regnekunsten? For eksempel ved at bruge Learning Framework 2030, hvori OECD anbefaler individuelle læringsforløb.

Derfor bør alle ungdomsuddannelser samles i én fireårig highskole med selvvalgte boglige og praktiske halvårshold fra 8. klasse, så de unge frit kan vælge mellem teori-baseret mængde-matik og virkeligheds-baseret regnemodellering.

Naturligvis skal et sprog læres før sin grammatik. Det gælder begge sprog. Og alle har ret til både et tale-sprog og et tal-sprog. Og til at kende forskel på fakta og fiktion.

Normal afstand og hygiejne, og lidt kortere tid

Kronikforslag Jyllands-Posten den 1.5.2020

Landet gæstes af en virus. Som dog forsvinder igen, hvis vi følger tre enkle råd: Normal hygiejne og afstand, men i lidt kortere tidsrum, så vi undgår trængsel gennem længere tid.

Vi skal altså udvise normalitet, hvis vi ønsker at opbygge en flokimmunitet, så gæsten forsvinder og ikke forbliver i landet i årevis.

Det fremgår i hvert fald af de to regneformler, der beregner smittetrykket, altså hvor mange personer, en smittet kan smitte. Er det under 1, vil smitten efterhånden forsvinde.

Den første smitteformel er en trefaktorformel, som let kan findes på Google. Formlen finder smittetrykket ved at sammengange tre faktorer: urenhed, samværsantal og samværstid. Og afspejler dermed faren ved at møde det urene i rum og i tid.

Trefaktorformlen er en doblingsformel, der beregner den dobling, smittetrykket vil få ved at doble en eller flere af de tre faktorer.

Smittetrykket vil således stige fra sit startniveau på 2,5 til 20, hvis alle tre fordobles. Og falde til 0,3 ved en halvering af alle tre faktorer.

Doblingsformler kendes fra køreprøven, hvor en fordobling af farten vil firedoble bremselængden, som modsat nedsættes til en fjerdedel ved halv hastighed. Rådet er derfor, at man skal afpasse hastigheden efter forholdene, uden naturligvis at holde helt stille.

Ved smitte er rådet det samme, afpas de tre faktorer efter hinanden. Fordobles én faktor, skal en anden halveres for at holde smittetrykket uændret. Fordobles deltagerantallet, skal mødetiden halveres, og modsat. Så udvis normalitet, og afkort evt. samværstiden en smule.

At holde sig hjemme svarer til at holde stille i sin bil, så kommer man jo ingen vegne. Når man så forlader hjemmet, er smitten der stadig. Og den forsvinder først, når befolkningen har opnået en flokimmunitet med cirka 60% smittede.

I trefaktorformlen handler den første faktor om hygiejne, der kan holdes i ro med håndvask og afspritning.

De to andre faktorer vedrører vores indbyrdes samvær i rum og tid og kan derfor holdes i ro med begrænset gruppestørrelse i begrænset tid. Altså ved at undgå at mange mennesker er tæt på hinanden gennem lang tid.

Afterskiing er et effektivt drivhus til opdyrkning af virus, for her sker en kraftig opdobling af alle tre faktorer. Hvis nogle deltagere drager videre til et stævne med mangedobling af både samværsantal og samværstid, så må man gå ud fra, at også her vil næsten alle deltagere blive smittet.

Det skete således i Herning, hvor der først i marts afholdtes et stort hestestævne over fem dage med cirka 50.000 deltagere, hvoraf flere havde været til afterskiing i alperne.

I begyndelsen af april var der derfor ekstra pres på sygehusene i Vestjylland, og dermed ekstra behov for respiratorer, hvis antal helst skal holdes under 1.000 ifølge myndighederne.

Om dette lykkes afhænger af, hvor hurtigt smittetrykket aftager, når befolkningens immunitet vokser.

Den anden smitteformel beregner, hvordan smittetrykket falder med tiden. Formlen findes i to versioner, den ene bruger periodevækst og et regneark, den anden bruger øjebliksvækst og en formelsamling. De er begge fiktive formler, der bygger på antagelser, og i følge Ockhams ragekniv skal man så vælge den enkleste.

Regnearksmodellen kan opstilles af alle på knap fem og højst ti minutter. For at bruge kendte tal kan man regne på antal senge, hvor data kan hentes fra Sundhedsstyrelsen.

I modellen antages, at smittetrykket falder jævnt fra sin startværdi på 2,5 til nul efter et vist antal perioder. Sættes periodelængden til 5 dage, er der fin overensstemmelse med Sundhedsstyrelsens tal i perioden fra den 16.3. til den 25.3., hvor nedlukningen den 9.3. begynder at gøre sig gældende.

Modellen viser, at flokimmunitet nås efter 20 perioder, altså efter 3½ måned. Efter 12 perioder er sengetallet vokset fra 1 til sit maksimum 878, hvoraf cirka hver femte har bug for en respirator, altså 176, dvs. langt under grænsen på 1000. I hele epidemiperioden vil der være 6290 indlæggelser.

Modellen viser endvidere, at epidemien begyndte midt i februar. Var den opdaget på dette tidspunkt ved at teste personer, der vendte hjem fra virus-drivhusene i alperne, ville den være afsluttet 3½ måned senere, altså i slutningen af maj. Sidst i april ville der være 576 indlæggelser og brug for 115 respiratorer. Til sammenligning var de nuværende faktiske tal 255 og 50.

Modellen antager, at der er behov for 1 seng per 550 smittede. Tallene fra Herning tyder på, at der snarere er tale om 1 seng per 1650 smittede, hvilket da vil føre til fuld immunitet.

Men modellen viser også, at der er en stor følsomhed over for ændringer. Ændres smittetrykket med 1% vil det maksimale antal respiratorer ændres med 14%.

Man skal derfor være meget forsigtig med at foretage alt for store ændringer i normaltilstanden, men blot påse, at antal indlæggelser svarer nogenlunde til, hvad modellen forudsiger. Hvis man ændrer en af de tre faktorer, skal man balancere med modændringer i de to andre, så den samlede ændring er nul.

Myndighederne bruger formelsamlingsmodellen, hvor smittetrykket aftager med voksende immunitet. I denne model er følsomheden det halve, hvilket dog stadig anbefaler afbalancerede indgreb.

En tredje smitteformel handler om procenter: Af de smittede bliver kun en procentdel syge, hvoraf kun en procentdel bliver indlagt, hvoraf kun en procentdel kommer på intensiv afdeling, hvoraf kun en procentdel vil kræve respirator. Hestestævnet i Herning giver en enestående mulighed for at bestemme disse procenttal, og dermed for at kunne regne tilbage til antal smittede ud fra antal indlagte. Vi må derfor håbe, at myndighederne sørger for at fremskaffe alle relevante tal fra dette hestestævne.

At banke smittetrykket ned vil ikke bringe flokimmunitet. Vi er derfor nødt til nu at begynde helt forfra og fremover lade os vejlede af de tre faktorer: Normal afstand og normal hygiejne eventuelt afbalanceret med kortere tidsrum.

Så udsæt store og langvarige sammenkomster og lad hvert andet sæde stå tomt i sale og under transport. Smittetallet vil så stige tilbage til sit udgangspunkt. Så skal vi blot vente 3½ måned på, at flokimmuniteten indfinder sig. Og når gæsten ikke mere føler sig velkommen, vil den forlade landet.

Begge regneformler fraråder altså indgreb, der forstyrrer balancen mellem de tre faktorer. Vi skal ikke overdrive renheden, vi skal ikke overdrive den indbyrdes afstand, og vi skal ikke afkorte samværstiden drastisk. Udvis normalitet. Tænk på de tre faktorer, og glem myndighedernes fem råd. Råd 1 og 3 handler om indbyrdes afstand, or resten handler om hygiejnen. Den vigtigste faktor, der er lettest selv at ændre, omtales slet ikke. Når regnefagligheden så tydeligt anbefaler balance, hvorfor har politikerne så valgt nedlukning med henvisning til sundhedsfagligheden?

Viden om sundhed skal naturligvis findes på universitetet, ikke to forskellige steder, der mener noget forskelligt. Derfor bør Statens Serum Institut lægges ind under universitetet, så man fremover benytter de rigtige regnemodeller, og ikke nogen, der rammer helt ved siden af.

Samtidig bør de politiske partier nedsætte egne videnscentre. Næste gang vi får besøg af en virus, vil viden om de to smitteformler straks advare mod ubalancerede indgreb, så den ubudne gæst kan forlade os igen efter 3½ måned. Og så vi kan undgå igen at spilde 3½ måned, før vi kommer i gang.

Næste gang kan vi så undgå de enorme udgifter, der er ved at lukke ned, når der kun er behov for at begrænse aktiviteter med en voldsom opdobling af de tre faktorer, urenhed og trængsel og varighed.

Mystiske tal og formler bag nedlukningen

Debatforslag Jyllands-Posten den 18.5.2020.

Som lærer vil man gerne kunne vise, at matematik kan løse vigtige samfundsproblemer, som fx smittespredning. Og heldigvis har Sundhedsstyrelsen udgivet både tabeller og kurver over antal indlagte med coronavirus.

Kurven viser tal fra den første marts. Tabellen viste tal fra den sekstende marts, men nu desværre kun for den seneste uge.

Nå pyt, tabellen kan vel genskabes fra kurven? Næ, for kurvetallene er mellem to og tre gange større. Tilsvarende mystik med formlerne.

Smitte styres af to enkle formler. En tre-faktor-formel der siger, at smittetrykket ottedobles ved en fordobling af urenhed, samværs-størrelse og samværs-tid. Samt en S-formel der siger, at smitten ophører, når flokimmuniteten er nået, hvor 60% er smittet.

Smittetrykket kan derfor holdes i ro med en normal hygiejne og en balancering af samværet i størrelse og tid: dobbelt størrelse i halv tid, og modsat.

Men hvorfor fortier myndighederne den tredje og vigtigste smittefaktor, samværs-tiden, som er den letteste at styre selv? Med kravet om afstand nulstilles begge samværsfaktorer, så hverken balance eller flokimmunitet kan opnås.

Og hvorfor er myndighederne bange for, at vi får italienske tilstande? De skyldes jo afterskiing, hvor en femdobling af alle tre smittefaktorer giver mere end en hundrededobling af smittetrykket. Noget vi først opnår under sommerens festivaler.

Hvis man regner på antal indlæggelser, viser S-formlen, at smitten forsvinder efter to måneder uden at overbelaste sygehusene, så hvorfor lukke ned? Og hvorfor fremlægger pressemødet den 11. marts kun smittetal, som jo er utroværdige, da de indeholder ukendte mørketal?

Hvorfor siger statsministeren, at smittetallene er mere end tidoblet på tre dage, når de troværdige indlæggelsestal kun er blevet 2,3 gange større? Mystikken bevirker desværre, at vi nu mister muligheden for at vise eleverne en vigtig matematisk anvendelse.

Lær matematik af dit barn

Debatforslag Jyllands-Posten den 10.8.2020

I skolen lærer børn matematik for at kunne mestre fænomenet Mange. Som de dog allerede mestrer på en måde, vi voksne kan lære meget af. Børn praktiserer nemlig 'bundt-tælling'.

Vis barnet en hånd med adskilte finger og spørg, ikke "Hvor mange er der her?", men "Hvad har vi her?". Bundt så to fingre og gentag spørgsmålet.

Mange børn siger så "1 2er og 3 1ere". Gentag barnets svar, men brug nu ordet 'bundt': "Ja, 1 Bundt og 3 1ere".

Bundt så to fingre mere, og mange børn vil sige "2 bundter og 1 1er". Nogle vil måske sige "3bundter pånær 1".

Gentag så med ti tændstikker og skriv resultatet ned som ”Totalen er …” forkortet til ”T = …”.

Altså: T = 5, T = 1B3, T = 2B1, T = 3B-1.

Optæl så ti i 3-bundter, først fingre, så tændstikker:

1, 2, 3 eller 1B. 1B1, 1B2, 1B3 eller 2B. 2B1, 2B2, 2B3 eller 3B. 3B1. Så ti er 3 Bundt 1 3ere.

Nogle børn vil så spørge, om ikke også de 3 bundter er 1 bundt af bundter, så vi har 1BB 0B 1.

Nu er tiden så kommet til at dobbelt-tælle i ti-bundter ved at tælle både bundter og ubundtede:

0B1, 02B, …., 0B9, 0Bti eller 1B0. 1B1, …, 1B9, 1Bti eller 2B0.

Og så videre, indtil 9B7, 9B8, 9B9, 9B10 eller 10B0 eller 1BB 0B 0. 1BB 0B 1, …

Nogle børn vil måske foreslå i stedet at tælle

0B1, 0B2, 0B3, 0B4, 0B5, 0B6 eller 1B-4, 0B7 eller 1B-3, 0B8 eller 1B-2, 0B9 eller 1B-1, 0Bti eller 1B eller 1B0. 1B1, …, 1B9 eller 2B-1, 1Bti eller 2B0.

Bruges legoklodser eller centicubes bliver bundt-tal til firkants-tal, som skal omtælles til samme enhed før de kan lægges sammen enten ved siden af eller oven på hinanden. Eksempelvis er 2 3ere + 4 5ere = 8B2 3ere = 5B1 5ere = 3B2 8ere.

Hermed udfører barnet opgaver i fagets to hovedområder, linearitet og integralregning, som ellers først optræder ved overgangen til universitetet.

Børn får derfor en god talforståelse, hvis forældre og skolen tillader barnet at bruge Bundt-tælling som en bro mellem barets egne firkant-tal og skolens afkortede linje-tal.

Samtidig får barnet et naturligt forhold til fagets vigtigste formel, polynomiet:

T = 567 = 5BB 6B 7 = 5*B^2 + 6*B + 7, eller

T = 567 = 5BB 6B 7 = 5BB 7B -3 = 5*B^2 + 7*B – 3.

Matematisme skabte coronakrisen

Debatforslag til Jyllands-Posten den 8.10.20

Matematisme er matematik uden enheder. Som skolen gladeligt underviser i fra første skoledag. 2 plus 3 giver 5 basta, uanset at fx 2uger plus 3dage giver 17dage. Og den fortsætter langt op i gymnasiet, hvor de unge tvinges til at bevise, at 1/2 plus 2/3 giver 7/6. Det til trods for at alle kan se, at 1 rød af 2 plus 2 røde af 3 naturligvis giver 3 røde af 5, og aldrig kan give 7 røde af 6.

Blandingsregning var tidligere et værn mod matematisme. I summen 2kg á 3kr/kg plus 4kg á 5kr/kg kan styktallene 2 og 4 plusses direkte, mens per-tallene 3 og 5 skal opganges til styktak først. Hvilket i øvrigt skaber arealer, hvis sammenlægning gav en første introduktion til integralregning. Og til differentialregning ved tilbageregning.

Uden enheder forsvandt også evnen til at spørge til tallenes troværdighed. Hvilket fik regeringen til at basere nedlukningen i marts på utroværdige smittetal, som jo varierer med, hvor mange man tester.

Havde man i stedet brugt gymnasieformel 160 på de troværdige indlæggelsestal, havde man set, at disse ville toppe efter 1 måned og forsvinde efter 2 måneder uden at overbelaste sygehusene. Blot skulle man udgå langvarig trængsel i perioden, som foreskrevet af Jones’ trefaktor-formel for smittetryk, som siger, at dette dobles op med både samværets varighed og størrelse, og som let findes på nettet.

To formler, som alle ville have kendt, hvis undervisning i tale-sprog og tal-sprog fulgte samme naturlige mønster, at sproget naturligvis skal læres gennem sine fortællinger om verden, før man underviser i sprogets abstrakte grammatik. Men matematismen forlanger modsat, at grammatikken læres før sproget, altså det abstrakte før det konkrete, til trods for at det abstrakte jo er abstraheret fra konkrete eksempler.

Dette har gjort matematik alt for abstrakt og uvirkeligt for de fleste, fordi de så går glip af talsprogets spændende fortællinger. Fx om smittespredning, der følger samme formel som spredning af vittigheder, hvor alle ved, at jo længere og jo tættere man står sammen, jo hurtigere spreder vittigheden sig. For til sidst at ebbe ud, når ca. 60% har hørt den.

Det var netop ukendskab til de to smitteformler, som forvandlede corona-situationen til en krise. Jones' formel fortæller om et enormt smitteryk på afterski-stederne skabt af daglig langvarig trængsel. Hvilket dog først medførte indlæggelser, da aktive skiløbere smittede 40000 inaktive tilskuere fra Bergamo den 19. februar ved en fodboldkamp i Milano. Kort sagt, smitten var ret ufarlig for aktive personer. Og da den samtidig ville dø ud efter 2 måneder, var det naturlige råd at pålægge inaktive at undgå langvarig trængsel i denne periode.

Men regeringen valgte i stedet nedlukning baseret på af to kurver, som Seruminstituttet havde hentet direkte fra nettet under 'curve flattening' og blot erstattet det amerikanske instituts navn med sit eget. Og undlod helt at nævne varighed i sine retningslinjer. Det var alene afstand, der blev omtalt.

Ligeledes undlod regeringen at advare mod langvarighed under genoplukningen, med det resultat, at smitten hurtigt spredte sig igen. Hvorefter regeringen atter bragte de upålidelige smittetal på banen, frembragt ved en omfattende testning. Men det er jo problemløst, at aktive mennesker er smittet. Så testningen burde forbeholdes det personale, der omgås de lidet aktive personer.

Ydermere sammenblandes styktal og per-tal. Smitteantallet vil naturligvis vokse med indsatsen, og bør derfor angives som et per-tal af antal testede. Og ikke som et indsatsafhængigt tal per 100000 personer, hvilket fremstiller tyndt befolkede områder med et så stort smitteantal, at turister skræmmes væk.

Matematikken bør foretage samme kommunikative vending, som fremmedsprog gjorde omkring 1970. Farvel til matematisme uden enheder. Og velkommen til regnematematik med enheder, hvor eleverne begejstres over de mange interessante tal-fortællinger om deres omverden.

Og så vi undgår igen unødigt at erklære krise ved det næste besøg af en relativ harmløs virus.

Tal TAL til de unge, så de forstår situationens alvor

Jyllands-Posten den 11.10.2020

Med langvarig trængsel kan smittetrykket tresdobles og skabe 150 nysmittede.

Uden langvarig trængsel vil smitten forsvinde efter 60 dage. Forudsat at langvarig trængsel undgås i perioden. Denne basale viden om smittetryk følger direkte af to enkle formler, Jones' trefaktorformel, som findes på Wikipedia, og gymnasieformel 160. Dette bør Aarhus Kommunes ungekriseledelse kommunikere direkte til de unge, så de kan se den regnefaglige baggrund for våde festers massive smittetryk. Og derfor afstå fra at blive drukriddere ved at drikke fem liter øl under samme afterskibetingelser, som startede smitten i januar, hvor den efter to måneder for alvor brød ud efter den langvarige trængsel ved en fodboldkamp i Milano den 19. februar.

De unge bør desuden opfordres til at se YouTube-videoen "The two infection formulas". Og til at bruge formlerne på de troværdige indlæggelsestal fra marts måned for selv at konstatere, at nedlukningen var uden regnefaglig baggrund. Og at de to kurver var kopieret direkte fra nettet under "curve flattening", hvor det amerikanske seruminstituts navn blot var erstattet af det danske.

Samtidig bør kommunen naturligvis lukke alle barer indtil videre. Og opfordre de unge til i stedet at søge socialt samvær i mindre grupper på restauranter og cafeer.

Seruminstituttets matematik-misbrug forhindrer genåbning

Kronikforslag Jyllands-Posten den 23.1.2022

I januar 2020 kom corona til Danmark. Den ville blive her tre måneder, men er her endnu på tredje år. Den formerer sig ved smitte, og den forsvinder, når der ikke er flere at smitte. Alpernes skisportssteder viste, at aktive var upåvirkede. At den til gengæld svækker svækkede, fremgik efter

Milanokampen den 19.2. med 80.000 aktive og svækkede tilskuere samlet under langvarig tæthed med store doser af smitte. Det tydeliggjorde den såkaldte Bergamo-hypotese: ”Corona svækker kun svækkede, der indlader sig på langvarig tæthed.”

En virus kan forsvinde på to måder. Naturligt, ved at brænde ud når 64% er smittet, så der er opnået flokimmunitet. Eller kunstigt ved at udvikle serum, hvilket et seruminstitut naturligvis ikke er uinteresseret i. Hvorfor det skal holdes i kort snor, så det ikke foretager det, sociologien kalder en målforskydning. Og tror, at serum er målet, der nås ved at holde virussen i live, så den kan mutere igen og igen. Og hver gang kræve nye typer serum. I stedet for at sikre, at den brænder sig af, imens svækkede undgår langvarig tæthed.

Men desværre, snoren brast. Den 11.marts fik Statens Seruminstitut, overtalt regeringen til en nedlukning. På nettet brugte det ’curve flattening’ til at kopiere to bakkekurver direkte fra det amerikanske smitteinstitut, CDC.gov, og præsentere dem som danske kurver.

Så Danmark blev lukket ned, ikke kun én, eller to, men tre gange. Og smittestyringen blev overladt til en epidemi-kommission bestående af Seruminstituttet og en række embedsmænd, men uden universitetsfolk.

Ved den anden nedlukning erstattede instituttet de amerikanske bakkekurver med en stejlende bjerg-kurve: ”Uden nedlukning vil smitten vokse eksponentielt ind i himlen!” Hvilket naturligvis er umuligt i en begrænset befolkning som den danske.

Den tredje nedlukning begrundedes i december 2021 med en kurve over ’Antal dagligt indlagte’. Men det høje tal 500 skyldtes, at kurven i stedet viste det samlede antal indliggende. Dette til trods for at jeg hver gang oplyste både ministeren og instituttet om fejlen.

Efter nytår viste det sig så, at den nye variant fulgte mønstret fra de tidligere: Hver gang virus muterer, bliver den mere smitsom, men mindre svækkende. Så regeringen burde se omikron som en julegave, der kunne brænde sig selv af på under et kvartal, hvis den ikke blev forstyrret af nedlukning.

Den 12. januar var der så igen pressemøde, dog kun om en mindre genåbning. For igen lod regeringen sig diktere af Seruminstituttets epidemikommission.

Smitten var voksende, men indlæggelserne var ikke fulgt med, som vistes på instituttets kurver over ”Dagligt antal bekræftede tilfælde og indlagte”. Desværre var tallene igen misvisende.

For igen viste kurven antal indliggende, og ikke som angivet, antal dagligt indlagte. Så det angivne tal på ca. 800 var over 10 gange for stort.

Smittetallet viste nu 18.000, hvor det for et år siden var 4.000. Hvilket er naturligt, hvis man nu tester 4-5 gange så mange. Men desværre fortiede instituttet dette. Samt at smittetal naturligvis et upålidelige, da man ikke tester statistisk korrekt, men kun efter hvem der ønsker det.

”Hvis vi kigger på indlæggelseskurven, kan vi med det samme se, at den er meget, meget mindre stejl end det, vi skulle forvente, når vi ser på den stejle smittekurve” påpegede direktøren. Åbenbart helt uvidende om, at en kurver ændrer stejlhed med enheden. Og her er der oven i købet to forskellige enheder, hvorfor det er meningsløst at sammenligne kurvernes stejlheder.

Direktøren fortsatte: ”Dem der ligger på intensiv, langt de fleste af dem, eller rigtig mange af dem, de er ikke vaccineret. Så når man ikke er vaccineret, har man altså en mange gange højere risiko for at blive indlagt på intensiv”. Igen åbenbart helt uvidende om, at man i krydstabeller ikke kan ombytte de to ting, man sammenligner, her indlagte og vaccinerede. Et eksempel vil vise problemet: På hænderne er tommeltotterne vaccineret, resten ikke. Tre fingre er indlagt, en tommeltot og to andre finger. Så blandt de indlagte er der langt flere ikke-vaccinerede. Men blandt de 8 ikke-vaccinerede er kun 2 indlagt, dvs. 25%.

Men direktøren har naturligvis et andet ærinde, at forsøge at påvise nytten af fortsat vaccination af alle ned til 5 år: ”Den primære grund til at indlæggelserne ikke er steget så meget, er at vaccinerne beskytter mod alvorlig sygdom.” Dette gentages igen og igen af ham selv. Og af hans talsmand fra Sundhedsstyrelsen, og af ministeren, som begge dog også har problemer med deres matematik.

Ministeren siger således: ”Vi tester mest, og det betyder et lavt mørketal”. Tilsyneladende uvidende om, at mørketallet altid vil være stort, når man ikke bruger statistiske metoder til at finde smittetallet. Og talsmanden fra Sundhedsstyrelsen siger: ”Vi ved ikke på langt sigt, hvor indlæggelsesrisikoen præcis kommer til at ligge for omikron”. Tilsyneladende uvidende om statistikkens første lov: Lav aldrig gennemsnit for uens grupper. Det er meningsløst at tale om den gennemsnitlige skægvækst hos mænd og kvinder, som ingen skægvækst har. Ligeledes er det meningsløst at tale om den gennemsnitlige indlæggelsesrisiko for svækkede og aktive, som ingen risiko har.

Hvad de svækkede heller ikke havde, hvis instituttet begyndte især at advare mod langvarighed, der jo smitter langt mere end tæthed. Kommer smitten efter et kvarter i en meters afstand, vil fem timers samvær 20doble smittetrykket fra 2,5 til 50 nysmittede per smittet.

Til sidst sætter direktøren trumf på: ”Vi skal huske, at hvis der kommer alt for meget øget smitte, så kan det blive fulgt af øget sygelighed.” Tilsyneladende uvidende om, at hovedargumentet for nedlukning, den direkte sammenhæng mellem smittetal og indlæggelser, nu er brudt af omikron, der smitter mere, men svækker mindre. Hvorfor man nu roligt kan lade de aktive brænde smitten af.

Hvilket direktøren naturligvis afviser: ”Når omikron beviseligt er mere mild, skal vi så ikke blot slippe smitten løs og få noget immunitet i en fart? Det kort svar er nej. Man løber selv en risiko, og man løber også en risiko på samfundets vegne ved at smitte andre, der er mere sårbare, og som dermed bidrager til belastning af vores sundhedsvæsen.”

Her fortier direktøren, at omikron er så smitsom, at den alligevel brænder sig selv af uanset omfanget at testning og isolering, som blot vil forlænge afbrændingsperioden, så endnu flere svækkede kan smittes. Og de svækkede foretrækker naturligvis at holde sig fra langvarig tæthed i to måneder frem for det dobbelte. Desuden vil en fortsat ugelang isolering af smittede raske belaste samfundsøkonomien voldsomt.

Instituttets misbrug af matematik rejser to spørgsmål. Hvordan afsluttes den nuværende corona-skandale, og hvordan forhindres den næste?

Epidemikommissionen bør naturligvis sættes under administration af universitetsfolk, som ikke misbruger matematik.

Og ønsker man at handle med visdom og indsigt, bør man læse Jobs bog 28,28: Og til mennesket sagde han: »At frygte Herren, det er visdom, at holde sig fra det onde er indsigt.«

Når Skaberen skaber en virus, skal vi da ikke aflive den, men give den tid til at leve og dø naturligt, uden nødvendigvis at lade vores svækkede dyrke samvær med den i det kvartal, det tager. Forsøger vi at forlænge dens levetid med vaccine, er vi onde. Ikke, kun ved at tvinge virussen til at udvikle en degenereret mutation, men også ved at påtvinge raske kroppe vacciner med ukendt langtidsvirkning. Og ondskaben bliver ikke mindre ved også at vaccinere børn.

Matematik-skandalen: Skolens matematisme berøver barnet dets tal-sprog og talsans

Kronikforslag Jyllands-Posten den 3.8.2022

Matematik er nok skolens vigtigste fag, men nok også det sværeste. Men hvorfor er det så vigtigt, og behøver det være så svært?

Vi spørger de tre moder-videnskaber, filosofi og sociologi og psykologi: Hvad er det, der foregår, når skolen under-kaster børn og unge under-visning i matematik?

Filosofien vil diskutere, hvad matematikken kan være. Sociologien vil betragte den som en institution med et magt-monopol. Og psykologien vil diskutere forskellige læringsformer.

Filosofien påpeger endvidere de forskellige grundsyn, der ligger bag de forskellige navne som undervisning, opdragelse, dannelse, oplysning og education. Ordet under-visning antyder, at de underviste befinder sig under underviseren, der så viser dem underliggende eksempler til den omtalte essens. Tilsvarende med ordet op-dragelse: De opdragne befinder sig under opdrageren, og skal så drages op for at kunne se som denne. Eller omdannes til at blive som denne, som antydet af ordet dannelse. Ved op-lysning og education er udgangspunktet et ganske andet. Her befinder den oplysende og de oplyste sig på samme niveau, hvorfra den førstnævnte fører de sidstnævnte rundt og belyser, hvad de møder.

Det græske ord matematik betyder 'det vi har viden om', som på Platons tid var aritmetik, geometri, musik og astronomi, dvs. Mange for sig selv, og som det optræder i rum, i tid, samt i tid og rum. Tilsammen kaldes de kvadrivium, der i følge Platon skulle være undervisningens indhold sammen med trivium: logik, grammatik og retorik.

I filosofien diskuterer debatten om eksistens og essens, hvad der kommer først, altså om eksistens nedefra skaber en overliggende essens, eller modsat. Dette giver tre måder, hvorpå begreber kan defineres: nedefra gennem eksempler, oppefra som et eksempel, samt ovrefra som en metafor.

Matematikkens kernebegreb er regnestykket, der dog omdøbes til en 'funktion'. Som historisk blev defineret nedefra gennem eksempler og modeksempler: '2+x' er en funktion,'2+3' er ikke, så en funktion er et regnestykke med uspecificerede tal, en formel. En uspecificeret funktion skrives y = f(x), hvor y er de tal, der beregnes af formlen f(x), hvor x er et uspecificeret tal. Da 2 ikke er et uspecificeret tal, er 'y = f(2)' derfor vrøvl, der desværre findes i alle lærebøger.

Som i stedet bruger selv-reference oppefra ved at definere en funktion som et eksempel på 'en delmængde af et mængdeprodukt, hvor førstekomponent-identitet medfører andekomponent-identitet'. Der lyder som 'bublibub er et eksempel på bablibab', altså noget meningsløst, man skal lære udenad for at bestå eksamen.

Som metafor kan funktioner defineres som tal-sprogets sætninger, der ligesom tale-sprogets indeholder et subjekt, et verbum og et prædikat, hvor 'Totalen er tre femmere', forkortes til 'T = 3x5'. Forskellen er, at hvor tale-sprogets sætninger typiske er fortolkninger, er tal-sprogets formler forudsigelser.

Filosofien viser altså, at der findes to slags matematik, eksistens-matematik og essens-matematik.

I sociologien handler struktur-aktør debatten om, hvorvidt mennesker bør være frie aktører som i Nordamerika eller lade sig begrænse af sociale strukturer som i Europa. Sociologien ser derfor på de fælles mål, som vi ikke selv magter at arbejde for, hvorfor vi installerer institutioner og ansætter funktionærer. Der dog hurtigt indser, at deres ansættelse bedst bevares ved at målet netop ikke nås, og derfor fristes til at foretage en 'målforskydning', hvor mål og middel ombyttes.

Sociologien spørger derfor, om der er sket en målforskydning: mestring af matematik skulle gerne være et middel til slutmålet, at mestre Mange. Men er det i stedet blevet slutmålet?

Spørgsmålet om institutioner skal tjene individet eller omvendt skaber to forskellige typer samfund og skoler. Nordamerika har valgt et institutionslet samfund, hvor skolen gør de unge selvhjulpne ved at afdække og udvikle deres personlige talent gennem selvvalgte boglige og praktiske halvårshold. Modsat har Europa valgt institutionstunge samfund, hvor skolen tilpasser de unge til institutionerne som funktionærer (eller klienter) gennem stavnsbånd til årgangens stamklasser.

Sociologen Foucault kalder Europas skoler for 'fængsi-taler', der kombinerer disciplin fra fængsler og hospitaler. Som i et fængsel tvinges de unge tilbage til samme lokale time efter time, dag efter dag, uge efter uge, måned efter måned osv. Og som på et hospital diagnosticeres de unge som mangelfulde, så de kan underkastes behandling og forsynes med det manglende. De mangler viden om matematik og skal de derfor kureres med undervisning som beskrevet af lærebogen og af universiteterne, hvor faget udvikles.

Foucault er her inspireret af filosoffen Heidegger, der advarer mod at institutionalisere prædikater: I en dømmende er-sætning er prædikatet socialt konstrueret essens, der burde oplyse sit eksisterende subjekt i stedet for måske at installere det som et spøgelse. Og som da bør dekonstrueres, altså destrueres som installerende og rekonstrueres som oplysende.

Vi kan tælle og regne, men ikke 'matematikke', som derfor er et dømmende prædikat. En dekonstruktion vil således bruge handle-ord til at spørge, hvad er det for en mestring af Mange, som eleven ikke behersker? Og bruge etnografien til at observere, hvilken mange-mestring børn allerede behersker før skolen.

En 3årig vil fx besvare spørgsmålet "Hvor gammel bliver du næste gang?" ved at sige "fire" og vise fire fingre. Men vil protestere over for fire fingere holdt sammen to og to ved at sige: "Det er ikke fire, det er to toere".

Barnet ser altså, hvad det eksisterer, bundter af 2ere i rummet, og 2 af dem når man tæller dem i tiden. Barnet har således allerede et tal-sprog byggende på bundt-tal med enheder.

Sociologien bør derfor bruge fantasien til at afdække den matematik, der vokser ud af barnets bundttal. Den græske aritmetik er i dag afløst af algebra, der på arabisk betyder at genforene tal. Her fører bundt-tal med enheder fører direkte til fagets kerne, genforening af variable og konstante styk-tal og per-tal, der fx forekommer på en kvittering: 2kg á 3kr/kg + 4kg á 5kr/kg. Her kan styk-tallene plusses direkte, medens per-tallene først skal opganges til arealer før de plusses. Dette viser, at tal kan forenes på fire måder: Plus forener variable styk-tal, gange forener konstante styktal, integration forener variable per-tal, og potens forener konstante per-tal, da man plusser med 5% ved at gange med 105%. Det modsatte af forening er opdeling, som også kan forudsiges af regnearter: minus opdeler i variable styk-tal, division opdeler i konstante styk-tal, differentiation opdeler i variable per-tal, og rod og logaritme opdeler i konstante per-tal.

Geo-metri betyder jord-måling. Jord kan opdeles i trekanter, der igen kan opdeles i retvinklede trekanter, der kan opfattes som en halv flise delt af sin det af sin diagonal. Hvis højden omtælles i bredder fås per-tallet tangens: højde = (højde/bredde) x bredde = tangens x bredde.

Sociologien viser altså, at den upålidelige essens-matematik har koloniseret matematikken, og derved opnået monopol over barnets egen eksistens-matematik.

Psykologien vil tage udgangspunkt i, at menneske-hjernen blev skabt for at holde balancen efter at have rejst os på to ben og frigjort forbenene som gribere til at gribe og dele føden med. Da vi samtidig udstødte lyde for det grebne, udviklede vi et sprog, så vi også kan dele viden, og opnå 'begribelse gennem gribelse'.

Læring sker så, når denne viden tilpasses gennem modstand mod det forventede. Læring ud fra eksistens kaldes radikal konstruktivisme og er beskrevet af Piaget. Læring ud fra essens kaldes social konstruktivisme og er beskrevet af Vygotsky.

Eksistens-matematik bruger fingrene til optælling og omtælling. Tælleremsen i tid medtager enhederne 'bundt' og 'bundt-bundt'. Fingrene optælles fx i 3ere som '0B1, 0B2, 0B3 eller 1B0,' hvor 3 1ere bundtes til 1 3er i rummet. Ti fingre bliver så til 3B1 3ere eller 1BB0B1 3ere, kort skrevet som 101 3ere.

Omtælling af en total i 3ere sker så ved at skubbe 3ere væk med en kost, der symboliseres med en skråstreg, så 9/3 betyder 'fra 9 skub væk 3ere'. Omtælles 9 i 2ere, forudsiges svaret af regnestykket 9/2. De 4 2ere kan stakkes med en lift, der symboliseres med et x, så 4x2 betyder '4 gange stak 2ere'. For at finde ubundtede trækkes stakken væk med et reb, der symboliseres med en vandret streg, så 9 – 4x2 betyder 'fra 9 træk væk 4 2ere'. Ubundtede kan vises som en decimal eller en optalt brøk eller et negativt mangel-tal: 9 = 4B1 = 4.1 = 4 ½ = 5.-1 2ere.

Omtælles 8 i 2ere fås 8 = 4 2ere = 4x2 = (8/2)x2, der med uspecificerede tal bliver til omtællings-formlen T = (T/B)xB, der bruges overalt til at skifte enhed.

Æbler kan fx omtælles fra 4 kg til 5 kr, hvilket giver per-tallet 5kr/4kg. Spørgsmål som 12kg = ?kr besvares så ved at omtælle i per-tallet: 12kg = (12/4)x4kg = (12/4)x5kr = 125 kr. Med ens enheder bliver per-tal til brøker eller procent: 3kr per 20kr = 3/20, og 3kr per 100kr = 3/100 = 3%

Vælger man at lade børnene udvikle deres medfødte eksistens-matematik er den naturlige rækkefølge af regnearterne altså division, gange og minus med plus til sidst, der i øvrigt både kan foregå lodret og vandret ved både at spørge '2 3ere + 4 5ere = ? 5ere' og '2 3ere + 4 5ere = ? 8ere'. Hvilket fører direkte frem til matematikkens kerne, proportionalitet og integralregning.

Essens-matematik negligerer, at cifre og brøker er operatorer, der behøver tal for at blive til tal. Den bruger i stedet en tallinje uden enheder, og skriver 3BB4B5 som 345 med et positionssystem for enere, tiere og hundreder. Dog uden at omtale hundrede som et bundt bundter.

Regnearternes orden er her modsat, og betydningen ændres. 8/2 ændres fra 8 optalt i 2ere til 8 delt i 2, 6x8 ændres fra 6 8ere til 48, der burde skrives 4B8 tiere, men hvor både enhed og decimaltegn udelades. Og som skal læres udenad i tabeller, i stedet for at se på et kvadrat med siderne B-4 og B-2, der ellers ville lede direkte til algebra, samt vise at naturligvis vil -4 x -2 give +8. Minus må afvente plus, selv om minus er veldefineret, medens plus har to betydninger, lodret og vandret, der ovenikøbet fører direkte til fagets to kerneområder, linearitet og calculus.

Essens-matematik begynder altså med plus, hvor det hævdes at 2+3 er 5, til trods for at 2uger + 3dage er 17 dage. Ligeledes hævdes ved brøker, at 1/2 + 2/3 = 7/6, til trods for at 1/2 af 2 æbler og 2/3 af 3 æbler tilsammen giver 3/5 af æblerne, og ikke 7/6, som bogen påstår.

Denne falsificering gør essens-matematik til en utroværdig 'matematisme', der er sand indenfor, men sjældent uden for klasseværelset. Men velegnet til at skabe fiasko, ulyst, angst samt eksklusion til specialundervisning. Og dermed behov for flere timer og ekstra klasser. Altså et typisk eksempel på en målforskydning fra det oprindelige mål, mestring af Mange, til et nyt mål, mestring af matematisme.

Så matematik er vigtig, da den kan lede videre til mestring af Mange, og fordi formler forudsiger. Matematisme gør essens-matematik svær, fordi den tit falsificeres, når den anvendes på eksistens. Modsat bygger eksistens-matematik på barnets medfødte mange-mestring, og er dermed tilgængelig for alle.

Det er derfor en skandale, at skolen har ladet den utroværdige essens-matematik fortrænge barnets egen eksistens-matematik, og derved berøver barnet sit tal-sprog og medfødte talsans.

Alle skolens problemer forsvinder med en amerikansk highskole

Kronikforslag Jyllands-Posten, 18.8.2023

Problemerne bare hober sig op i det danske skolesystem. Mistrivslen vokser blandt børn og unge, blandt piger og drenge, og blandt lærerne, hvor hver anden nyuddannet højst holder fem år, så hver femte lærer er en uuddannet vikar. Psykiatrien er nærmest brudt sammen. Og de unge mangler lyst til en praktisk uddannelse og til et job i velfærdssektoren.

Også det faglige niveau er i frit fald, så de unge nu kan bestå afgangsprøverne ved blot at regne hver sjette opgave i folkeskolen og hver femte opgave i gymnasiet.

Aviserne er dagligt fulde af løsninger, som desværre alene handler om at lappe videre på et skolesystem, der adskiller sig fra den internationale standard på en meget uheldig måde.

Som det eneste land i verden tillader vi ikke, at læreruddannelsen foregår på et universitet.

Som det eneste land i verden undlader vi at give de små trygge rammer med en varm hønemorlærer, som kun har samme klasse og dermed et dybt kendskab til klassens børn og deres forskelligheder.

Som det eneste land i verden undlader vi at opdele skolen, så børn og unge får hver deres skole med hver deres lærerkorps. Hvad de naturligvis skal have, da deres nysgerrighed er rettet forskellige steder hen. Børn er nysgerrige på deres omverden, og unge er nysgerrige på sig selv ”Hvem er jeg, hvad kan jeg?”.

Derfor skal en nutidig skole naturligvis lytte til den internationale organisation for økonomisk samarbejde og udvikling, som i 2015 hjalp det svenske skolesystem ud af sin dybe krise med rapporten ’Improving Schools in Sweden’.

En OECD-ledet skolingskommission vil således kunne nytænke dansk skoling hele vejen fra førskole til forskerskole. Her vil OECD sikkert benytte sit ’Learning Framework 2030’, hvori det hedder, at fremtidens skole skal ”forpligte sig til at hjælpe den unge med at udvikle sig til en hel person, der kan udnytte sit potentiale og bidrage til at forme en fælles fremtid. For at gøre den unge til aktør skal skolen anerkende den unges individualitet.”

Også efter skolen er Danmark berygtet for sit utal af ukoordinerede videregående linjer. Mange unge giver op, andre må vælge om flere gange, inden de måske bliver færdige omkring de 30 år.

Her vil OECD sikkert også kunne løse problemet ved måske at anbefale brug af basisuddannelser, hvor den unge informeres bredt inden sit snævre valg. En basisuddannelse i kropspleje kan nemt samle beslægtede grundmoduler hele vejen fra pædagog over lærer og socialrådgiver og sygeplejer til terapeut.

Det første halvår kan give en inspirerende indføring i kroppenes natur, filosofi og sociologi. Det næste halvår vælger den unge så mellem tre hovedretninger, kroppens læring og den sunde krops motorik og den syge krops pleje, før man andet år fortsætter på en af de nuværende linjer.

I stedet for at gøre som andre lande valgte vi ved den store skolereform i 1975 at kopiere den sovjetiske enhedsskole. Hvilket betyder, at de unge påtvinger stavnsbånd til årgangen fra syvende klasse, hvor de eller skulle påbegynde deres identitetsarbejde.

Dette til trods for, at folkeskolen med paragraf 25a kunne støtte dette arbejde ved som den nordamerikanske highskole at hilse dem velkommen med respekt: ”Alle har et talent. Sammen skal vi nu afdække og udvikle dit personlige talent gemmen selvvalgte boglige eller praktiske daglige halvårshold med en lærer, der kun underviser i ét fag, hjertefaget, som vil forsøge at smitte dig med sin faglige begejstring. Og som roser dig for at have talent, eller for at have mod til at prøve noget ukendt, fx håndværk eller tysk, vores vigtigste eksportsprog. Du sikres et højt fagligt udbytte ved at opnå mindst 70% af de tildelte point for fremmøde, aflevering, delprøver, mm. Ellers må du afprøve et andet hold.”

I Danmark fører stamklassens tvangsklasse i stedet til ti veldokumenterede plager: Støj, så mange bruger høreværn under arbejdet. Mobning, fordi de unge i årevis tvinges til at være sammen med de samme, time efter time, dag efter dag, uge efter uge, måned efter måned i årevis. Fravær på grund af støj og mobning, og som igen medfører snyd og bundkarakterer og druk på grund af den mangelfulde identitetsudvikling. Vikarer og privatskoler, da mange unge og lærere og ledere flygter fra tvangsklasserne. Drenge-mistrivsel, da de er to år bagud i modenhed og derfor ringeagtes af pigerne. Som også mistrives, da de kun i 7. klasse og i 1. g. kan møde to år ældre drenge. Samt en halveringstid på 50 år for Europas befolkning, hvor et par kun afleverer 1½ barn, der så afleverer 1 barn i næste generation.

Og dermed er vi fremme ved skolesystemets alvorligste problem, som desværre sjældent omtales, vores faldende befolkningstal. Som årligt betyder 60.000 færre personer på arbejdsmarkedet, så velfærdssystemet snart bryder sammen på grund af manglende arbejdskraft. Og betyder, at Danmarks befolkning om 100 år vil være reduceret til 1½ mio., der så bor i København, medens resten af landet er mennesketomt. Om 50 år kan denne udvikling kun vendes med et fødselstal på tre børn per kvinde, altså ved at pålægge hver kvinde en fødepligt på tre børn og hver mand en pligt til to kuld eller to koner. Det vil vores børnebørn aldrig tilgive os. Vi skal derfor handle nu ved at gøre som Nordamerika, der med 2,1 barn per kvinde holder befolkningen stabil.

Hvorfor denne forskel?

Fordi Nordamerika har et individ-rettet skolingssystem, der støtter den unges identitetsarbejde med daglige lektier i selvvalgte boglige og praktiske halvårshold. Det gør de unge selvhjulpne, så de senere i livet kun har brug for få og slanke institutioner. Europa har i stedet et institutions-rettet skolingssystem med årgangsbestemte stamklasser, der skal forberede de unge til ansættelse i EU's mange og oppustede institutioner. Herved visner den naturlige intelligens hos mange unge, som så ikke kan tage konkurrencen op med den kunstige intelligens. Derfor bør både europæiske og amerikanske unge kunne opbygge deres grader med fleksible halvhårshold fra begge landområder.

Alle vil trives i en individ-rettet amerikansk highskole. Støj og fravær er nu fraværende, da man bliver i klassen for at færdiggøre de daglige lektier eventuelt med hjælp. Druk er begrænset til fredagscafeen, for weekenden bruges til at forberede sig til mandagens tests. Der sikrer, at man får repeteret sin viden, så man ikke behøver at snyde. En test kan tages om, og den dårligste tæller ikke med i slutkarakteren. Mobning er ukendt, for man skifter jo klasse 5-6 gange dagligt, hvorfor man heller ikke skal skifte skole for at komme væk fra klassen. Drenge og piger trives ved at være sammen om den samme interesse og ved ikke at skulle være jævnaldrende. Også læreren trives i sit eget lokale med sit eget fag. Lærermangel er ukendt, da lærerjobbet er gjort attraktivt af det nye basisår, hvor man også hurtigt finder sig en blivende kæreste, så mange par allerede som 25årige har fået job og tre børn, en til mor, en til far og en til staten. Faren for at enhedsskolen skulle føre til udryddelse af befolkningens er derfor forsvundet. Og med en fleksible amerikansk bachelorgrad kan man hurtigt omskole sig til andre jobområder.

Og vi kan faktisk begynde omstillingen allerede nu med tre straks-indgreb:

Todel skolen som i resten af verden, så lærernes arbejdsglæde kan stige ved at kunne vælge mellem børn eller unge. Tilbyd et pause-år før syvende klasse til drengene, som her kan udvikle deres regnetalent på praktiske opgaver inden for det tekniske STEM-område. Og indfør en skriftlig stopprøve efter første år på gymnasierne.

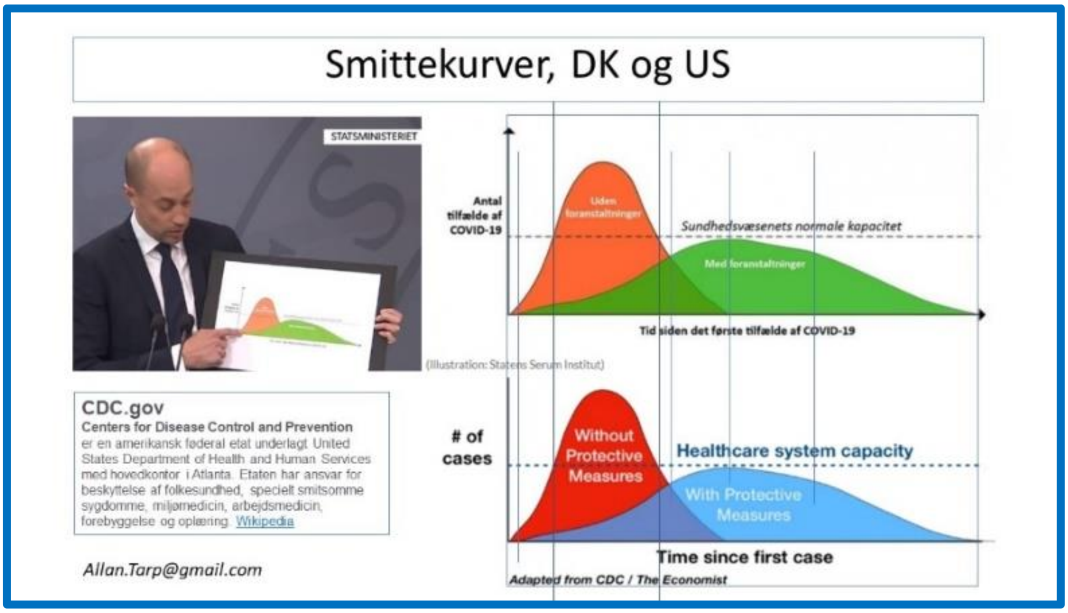
Corona-skandalen 2020-22, den fortiede Bergamo-hypotese

Poster til BogForum 2022

Corona-skandalen bygger på et systematisk matematik-misbrug:

Det er en skandale, at

- bruge gennemsnitstal når CORONA virker uens på aktive og overvægtige multi-medicinerede, som det fremgik af to måneder på alpernes skisportssteder uden indlæggelse, som først kom efter Milano-kampen den 19.2. Derfor **Bergamo hypotesen**: De aktive kan brænde smitten af på 3 mdr., mens overvægtige multi-medicinerede undgår LANGVARIG tæthed.
- angive tal uden enheder: hvem bliver indlagt, aktive eller overvægtige multi-medicinerede?
- antage smitte fører til sygdom, da det er forskelligt for de to grupper.
- ved samvær, kun at advare mod tæthed, som jo ikke smitter på afstand- og ikke advare mod langvarighed, der jo smitter alle.
- mene smittetal er pålidelige, da der jo ikke testes repræsentativt, men kun efter villighed.
- negligere de pålidelige indlæggelsestal, der viste at smitten var ovre efter 3 måneder.
- undlade at skelne mellem antal dagligt ind-lagte og antal i alt ind-liggende.
- ikke skelne mellem absolutte smittetal og relative smittetryk, mellem styktal og procenttal.
- omdøbe det informationsrige ord 'smitteryk' til det informationstomme ord 'kontakttal'.
- angive det absolutte smittetal som et relativt incidenstal, der netop ikke tager hensyn til det geografiske områdes størrelse.
- ikke skelne mellem faktiske og fiktive regnemodeller og derfor undlade at opstille alternative scenarier byggende på alternative antagelser.
- ikke skelne mellem eksponentiel vækst m. konstant vækstprocent og logistisk mætningsvækst med aftagende vækstprocent, da kun den sidste er realistisk i en afgrænset befolkning.
- slutte modsat i krydstabeller. 5 fingre: 2Højre & 3Venstre. 1H & 2V er syge. Blandt de syge er 1/3 fra H, så det må betyde, at 1/3 af H er syge. Nej, ½ af H er syg. I krydstabeller kan man ikke gå fra per-tal til per-tal uden først at gå tilbage og opstille styktals-tabellen.
- angive relative tal uden at medtage de bagved liggende absolutte tal.
- teste smitte i stedet for at teste immunitet.



Seruminstituttets kurver var kopieret direkte fra det amerikanske smitteinstitut CDC.gov.

Om brug og misbrug af corona-matematik

Brev til en australsk kollega, juni 2020

Kære kollega fra Australien. Du spørger, hvordan vi i Danmark brugte matematik i det første corona-år. Tak for det spørgsmål.

Som matematikere underviser vi jo begge i Jones' smittetryksformel og den logistiske spredningsformel.

Jones' formel siger som bekendt, at smittetrykket vokser med samværets varighed og tæthed. Den anslår, at der smittes efter et kvarter i en meters afstand. Står man tættere, vil en fjerdedel afstand 4-doble smittetrykket fra 2,5 til 10. Og 8 timers samvær vil 32-doble det til 80, der sammen med 25 cm afstand så vil 128-doble smittetrykket til 320 ny-smittede per smittet.

Men hvor afstanden kun kan halveres få gange, kan varigheden fordobles mange gange. Derfor smitter tiden meget mere end tætheden, som det blev observeret ved en tandlægefest i august, hvor 1 person smittede 45, selv om alle påbud om afstand og afspritning var overholdt.

Fra januar 2020 var der derfor på afterski-stederne et massivt dagligt smittetryk, som dog ikke påvirkede de aktive skiløbere. Der så var smittebærere ved en fodboldkamp i Milano den 19. februar, hvor halvdelen af de 80.000 tilskuere var inaktive personer fra Bergamo, hvoraf mange var medicineret. Ugen efter blev Bergamos hospitaler og kirkegårde derfor fyldt med syge og døde på grund af det ekstreme smittepres:

Først 2 timer på en bar i Bergamo, så 1 time i toget til Milano, så 2 timer på en bar i Milano, så 2 timer i en kø for at komme ind og ud af stadion, så 2 timer som råbende sild i tønde, så 2 timer på en bar i Milano, så 1 time i toget hjem til Bergamo, så 2 timer på en bar i Bergamo. Altså cirka 14 timer i 25 cm afstand, hvilket giver et smittetryk på 14 timer gange 4 kvarter gange 4 for tæthed gange 2,5, altså 560. Medregnes lav hygiejne og manglende mundbind, er tallet snarere 1000 ny-smittede per smittet. Og så skal der kun 40 skiløbere til at smitte alle fra Bergamo.

Hændelsen førte til Bergamo-hypotesen: Medicinerede bør undgå langvarig tæthed, mens de aktive brænder smitten af.

Den logistiske spredningsformel morer vi os jo med at demonstrere i vores klasser, da smitte jo spredes som et rygte. I begyndelsen lytter alle, men når 60% først har hørt det, gider ingen lytte mere. Så er der opstået flokimmunitet. Tilsvarende med smitte, i begyndelsen er der mange at smitte, men efterhånden bliver der færre og færre. Der er derfor ikke tale om eksponentiel vækst med en konstant vækstprocent som ved renter i en bank, for i en begrænset befolkning vil væksten aftage og til sidst blive nul. Antal ny-smittede vil derfor stige, toppe og falde. Og følge en bakkekurve, der kan ses på nettet under 'curve flattening', og som vistes på dansk TV.

Det er derfor ret enkelt at opstille en gyldig smittemodel med troværdige tal. Det daglige indlæggelsestal voksede i marts med 20% dagligt. Denne procent vil så falde jævnt, indtil der er opnået floimmunitet. Og et regneark viser, at det vil tage to måneder, hvor de medicinerede så kan nedsætte deres eget smittetryk ved at undgå langvarig tæthed.

Så overlades smitten til sig selv, vil den brænde ud, som influenzaen jo gør hvert år. Men regeringen så bort fra de troværdige indlæggelsestal og valgte i stedet en nedlukning baseret på tre smittetal, der især kom fra smittede skiløbere fra Østrig. Smitten fik derfor lov til at overleve og udvikle mutationer i slummens langvarige tæthed, først hos mink, så i England, i Sydafrika og i Brasilien.

Til smittestyring nedsatte regeringen en ekspertgruppe til at regne på smittetal, som ellers er utroværdige, da man kun tester de, der ønsker det. Hvilket symptomfri smittebærere naturligvis ikke ønsker.

Gruppen valgte en kædemodel: mere genåbning medfører flere smittede, der medfører flere syge, der medfører flere indlagte, der medfører flere døde. Befolkningen ses som homogen, dog opdelt efter alder over og under 60 år, men uden at tage hensyn til Bergamo-hypotesen.

Modellens forudsigelser lå derfor langt fra det observerede. Alligevel forsvarede eksperterne deres model med George Box citatet ”Alle modeller er forkerte, men nogle er nyttige”. Og deres model var nyttig, fordi den forsyner politikerne med tal. Hermed fortier de, at modeller som litteratur findes i to former, fiktion og fakta, hvor fx 2 kg á 3 kr/kg giver 2*3 = 6 kr.

Eksperterne ønsker altså ikke at tage ved lære af deres utroværdige forudsigelser. Til trods for at Piagets læringsteori jo siger, at læring sker med indre skemaer, som må ænders indtil de passer med omverdenen.

Med baggrund i den observerede Bergamo-hypotese foreslog jeg derfor at ændre kædemodellen til to modeller, en for aktive og en for medicinerede.

For de aktive vil mere genåbning medføre flere smittede, men ikke flere syge, eller flere indlagte, eller flere døde.

For de medicinerede vil mere genåbning ikke medføre flere smittede, og derfor heller ikke flere syge, eller flere indlagte, eller flere døde. Forudsat naturligvis at de nedsætter deres samvær til højst et kvarter i mindst en meters afstand, for derved at undgå langvarig tæthed, medens de aktive brænder smitten af på to måneder under fuld genåbning, hvor kun plejepersonale testes. Og hvor alle påbud ophæves for ikke at forsinke afbrændingen så meget, at der kan opstå en mutation, som også angriber de aktive, før afbrændingen er afsluttet.

Og da man ikke kender effekten af at vacciner på immune personer, må de aktive endelig ikke vacciners, da man så risikerer at fylde hospitalerne op, ikke med corona-syge, men med immune, der ikke kan tåle vaccinen.

Desværre var der ikke lydhørhed over for mine oplysninger. Jeg har skrevet 80 læserbreve og 16 kronikker til aviser og myndigheder. Og til Seruminstituttet, der ellers har som opgave at forebygge og bekæmpe infektion. Seks læserbreve blev trykt, herunder et om Bergamo-hypotesen.

I stedet viderebringer medierne kritikløst regeringens mange irrelevante tal. Først og fremmest smittetallet, som ikke bliver mere troværdigt af at blive angivet i procent af antal testede eller af antal beboere i området.

Dernæst belastningen af hospitalerne, der angives som antal sengeliggende, men beskrives med ordet ’antal indlagte’, der også kan betyde antal indlæggelser. Som forties, skønt det er eneste relevante tal, da forholdet mellem to tal med fire dages mellemrum angiver smittetrykket. Der desværre blev omdøbt til kontakttallet, skønt det ellers fint illustrerer forskellen mellem overtryk og undertryk over og under 1, hvor smitte pumpes ind i eller ud af befolkningen.

Coronasituationen kunne have vist, hvordan brug af matematik kan løse problemer. I stedet har den vist, hvordan misbrug af matematik kan skabe alvorlige samfundsproblemer.

Jones’ smittetryksformel forties, og der advares kun mod tæthed, ikke mod langvarighed.

Den engelske mutation fremstilles som eksponentiel vækst med konstant vækstprocent, skønt dette jo er umuligt i en begrænset befolkning, hvor vækstprocenten aftager jævnt, altså logistisk, og derfor medfører den naturlige afbrændingsformel. Som desværre forties til fordel for en nytteløs kædemodel. Medier og eksperter sammenblander smittetal og smittetryk, altså absolutte og relative tal.

Og begge fortier det eneste nyttige tal, det daglige indlæggelsestal. Som burde angives med enheder for at se, om de styrker Bergamo-hypotesen.

For eksperternes kædemodel kunne så blive realistisk ved at opdele befolkningen i upåvirkelige aktive og påvirkelige medicinerede. Og dermed anbefale, at smitten brændes af med smitte.

Og gerne lidt hurtigt inden det er for sent. Altså med fuld genåbning og afbestilling af vacciner.

LÆSEPLANER

KOMMOD-rapporten

Allan.Tarp@gmail.com, læseplansarkitekt, september 2002

KOMMOD-rapporten giver et alternativt svar til KOM-projektets kommissorium i forventning om at dettes giver, Naturvidenskabeligt Uddannelsesråd og Undervisningsministeriet, ønsker at respektere almindelig demokratisk IDB-tradition med Information og Debat mellem alternativer inden en Beslutning tages. Rapporten besvarer nedenstående spørgsmål om matematikundervisningen:

a) Hvad er samfundets krav til undervisningen?
b) I hvilken udstrækning er der behov for at forny den eksisterende undervisning?
c) Hvordan kan undervisningen tage hensyn til den nye elevtype?
d) Hvilket indhold kan der være i et tidssvarende matematikfag?
e) Hvordan kan fremtidens undervisning være organiseret?
f) Hvordan kan progression og sammenhæng i undervisningen sikres?
g) Hvilke konsekvenser vil en ændret undervisning få for læreruddannelsen?
h) Hvilke kompetencer og kvalifikationer kan erhverves på de forskellige stader af undervisningen?
i) Hvordan kan kompetencer og kvalifikationer måles?
j) Hvordan kan fremtidens undervisningsmaterialer se ud?
k) Hvordan kan en løbende udvikling af undervisningen sikres?
l) Hvordan kan Danmark udveksle erfaringer om undervisningen med udlandet?

Ad a. Vort demokratiske samfund har behov for, at borgere og specialister har et fælles talsprog, som de kan kommunikere i om kvantitative forhold og beregninger. Samfundet har behov for, at matematik bliver en menneskeret, både som diskursiv kvalifikation og som tavs kompetence.

Ad b. Der er behov for at forny den nuværende matematikundervisning for at løse dens tre hovedproblemer: 1. Der findes en udbredt talsprogs-analfabetisme, hvor mange borgere vægrer sig ved at benytte talsproget. 2. Der er store overgangsproblemer mellem primær, sekundær og tertiær uddannelse. 3. Der er en vigende tilgang til matematikbaseret videreuddannelse inden for naturvidenskab, teknologi og økonomi, samt en stor mangel på nye gymnasielærere i matematik.

Ad c. Fremtidens matematikundervisning bør respektere nutidens demokratiske, anti-autoritære ungdom og dens krav om mening og autenticitet. Dette kan opnås hvis faget begynder at respektere sine historiske rødder, og rehumaniserer sig ved at fremstille sine abstraktioner som abstraktioner og ikke som eksempler, dvs. som abstraktioner fra eksempler (en funktion er et navn for et regnestykke med variable tal), og ikke som eksempler på endnu mere abstrakte abstraktioner (en funktion er et eksempel på en mængderelation). Kort sagt, faget bør fremstille sig som *mate-matik*, der erkender at det har fysiske rødder og er vokset op nedefra gennem abstraktioner. Og faget må sige farvel til den nuværende *meta-matik* og dens tro på at faget har meta-fysiske rødder og er vokset ned oppefra gennem eksempler. Endelig må faget respektere, at mennesker lærer forskelligt. Børn lærer ved at mærke verden, dvs. gennem kompetenceopbygning. Unge lærer ved at lytte til verden, dvs. gennem fortællings- og kvalifikationsopbygning ud fra læringsspørgsmålet "fortæl mig noget jeg ikke ved, om noget jeg ved" (sladder-læring).

Ad d. Matematikken må respektere sin historie som fremvokset gennem abstraktioner, og dermed også sin konstruktion som talsprogets grammatik, der først kan introduceres efter at talsproget er udviklet. Talsproget er vokset ud af mødet med kvantitet i tid (gentagelse) og i rum (mange). Dette møde har affødt konstruktion af tal til at beskrive totalen, enten gennem optælling i styk, bundter, bundter af bundter, bundter af bundter af bundter osv. Eller hurtigere ved gennem beregning at opsamle og opdele styk-tal (3 kr.) og per-tal (3 kr./dag, 3%): Plus og minus opsamler og opdeler variable styk-tal (3+5 = ?, 3+? = 8). Gange og division opsamler og opdeler konstante styk-tal (3·5 = ?, 3·? = 15). Potens og rod&logaritme opsamler og opdeler konstante per-tal (3 gange 5% = ?%, 3 gange ?% = 20%, ? gange 5% = 20%). Integration og differentiation opsamler og opdeler variable per-tal (5 sekunder á 2m/s voksende jævnt til 4m/s = ?m, 5 sekunder á 2m/s voksende ? til 4m/s =

18m). Kort sagt, faget må respektere, at geometri er vokset ud af det, ordet betyder på græsk, jordmåling. Samt at algebra er vokset ud af det, ordet betyder på arabisk, genforening, dvs. opsamling og opdeling af konstante og variable styk-tal og per-tal. Geometri og algebra må altså respektere deres historiske rødder som fremvokset af landbrugskulturens to hovedspørgsmål: "Hvordan deler vi jorden, og det den producerer?" Talsproget har en række typiske anvendelsesområder: Geometri regner på former og figurer. Handelsregning regner på niveautal. Vækstregning regner på forud-sigelig variation. Statistik/sandsynlighedsregning regner på uforud-sigelig (men "bagud-sigelig") variation. Det er vigtigt at sikre, at undervisningen renses for "dræber-matematik" (dvs. matematik, der ikke forekommer uden for klasseværelset, og som kun kan anvendes til én ting, at dræbe elevers interesse). Plus bør kun forekomme inden for den parentes, der sikrer at enhederne er ens ($T = 2\cdot 3 + 5\cdot 3 = (2+5)\cdot 3 = 7\cdot 3 = 21$). Brøker bør kun optræde sammen med deres totaler (1/2 af 2 + 2/3 af 3 = 3/5 af 5). Ligninger bør løses ved tilbageregning. Da jagten på et veldefineret mængdebegreb er opgivet bør dette fjernes, og funktion udskydes til det dukker op historisk efter differentialregning.

Ad e. Fremtidens matematikundervisning kan organiseres i to hovedområder: Barnets matematik og ungdommens matematik, svarende til hhv. 1-7 skoleår og 8-12 skoleår. Gennem mødet med matematikkens rødder, gentagelse og mange, udvikles fagets to kernekompetencer: tælle og regne.

Ad f. Progression og sammenhæng i undervisningen kan sikres ved at barnets matematik vokser ud af den lokale mangfoldighed, agerbrugskultur med land og by, og ved at ungdommens matematik vokser ud af industrikulturens globale mangfoldighed. Samt ved at barnet primært arbejder med styk-tal, og ungdommen primært med per-tal.

Ad g. Med en opdeling af matematikundervisningen i barnets matematik og ungdommens matematik vil det også være naturligt at opdele læreruddannelsen i barneskolelærer og ungdomsskolelærer, på samme måde som det sker næsten overalt i udlandet. Det betyder at al fremtidige læreruddannelse samles på college-niveauet, enten på et universitet eller på et CVU. På sigt vil det falde sammen med den opdeling af skolen i en barneskole og en ungdomsskole, der vil finde sted inden for det næste tiår i forbindelse med gymnasiets sammenbrud på grund af øget lærerpensionering og mangelfuld tilgang af nye lærere inden for matematik og naturvidenskab.

Ad h. Gennem mødet med gentagelse og mange udvikler barnet kompetencer i at opsamle og opdele konstante og variable styk-tal. På marken fører bundtning og ombundtning til gangning og division. I byen fører stakning og omstakning til plus og minus. Gennem fortællinger om beregning af gentagelse og mange udvikler den unge kvalifikationer i at opsamle og opdele konstante og variable per-tal. Den totale rente fører til potens, rod og logaritme. Den totale vejstrækning fører til integral- og differentialregning.

Ad i. Kompetencer er tavs viden og kan derfor hverken beskrives eller måles, men vil udvikle sig automatisk gennem mødet med meningsfulde og autentiske situationer, og vokse ud fra mange konkrete oplevelser med gentagelse og mange, bundtning og stakning, opsamling og opdeling, styk-tal og per-tal. Kvalifikationer kan som nu måles gennem løsning af tre typer opgaver: Rutineopgaver, tekstopgaver og projekter.

Ad j. Fremtidens undervisningsmaterialer bør være kortfattede for at der kan afsættes tid til elevernes læring gennem selvaktivitet. Materialet bør respektere, at eleverne har to hjerner, en krybdyrhjerne til rutiner og en menneskehjerne til begribelse. Der bør derfor være dels træningsopgaver med elevsvar, så den enkelte elev kan gå frem i sit eget tempo og træne efter eget behov. Dels kortfattede lærebøger der fortæller hvordan faget er vokset op fra praksis gennem lag af abstraktioner, og som accepterer forskellige betegnelser for fagets begreber, så disse navngives både nedefra og oppefra (plusvækst og lineær vækst/funktion mm.).

Ad k. En løbende udvikling af undervisningen kan sikres ved til stadighed at validere undervisningen i forhold til sine rødder og ikke i forhold til den aktuelle politiske korrekthed.

Ad l. Udveksling af erfaring med udlandet kan ske gennem at etablere en dansk uviklingsforskning, hvor praktikere får mulighed for at bestride kombinationsstillinger som forsker på et universitet/CVU og samtidig forbliver tilknyttet et lærerteam på en skole. Herved undgås den nuværende golde “spøgelsesforskning” udført af forskere uden erfaringsbaggrund i undervisningens praksis. Udviklingsforskningen bør være opdagelsesforskning (Askepot-forskning), der bruger praksisbaseret fantasi til at opdage og afprøve skjulte alternativer.

Forskelle på KOM- og KOMMOD rapporterne.

Matematikundervisningens to hovedspørgsmål lyder: “Hvordan kommer begreber ind i verden, og ind i elevens hoved - udefra eller indefra”? Disse spørgsmål afføder forskellige svar. Gymnasiets *strukturalister* siger udefra-udefra: Begreber findes i det meta-fysiske, opdages af forskere og formidles af lærere. Folkeskolens *konstruktivister* siger udefra-indefra: Begreberne findes i det meta-fysiske, men opdages gennem eksperimenter, hvor den enkelte elev selv konstruerer sin egen viden og kunnen (skemaer og kompetencer), der begge er “tavse” og kun kan iagttages gennem brug. *Post-strukturalister* siger indefra-udefra: Begreber opstår af det fysiske gennem opfindelse og social konstruktion, og bør fortælles sådan. *Mesterlæren* siger indefra-indefra: Begreber konstrueres af lærlingen under deltagelse i mesterens praksis.

Over det meste af verden raser to videns-krige, en matematik-krig mellem strukturalister og konstruktivister, og en videnskabs-krig mellem strukturalister og post-strukturalister. I stedet for at vedkende sig forskelligheden forsøger KOM-rapporten at tilsløre denne ved at overtage konstruktivisternes centrale talemåde, kompetence, men give den et strukturalistisk indhold (indsigtsbaseret handleparathed). Den franske filosof Foucault har påvist, hvordan nye talemåder skaber nye klienter: “Kvalifikation” skaber den ukvalificerede, og “kompetent” skaber den inkompetente. Men hvor den ukvalificerede kan kurere sig selv ved at kvalificere sig, så kan den inkompetente ikke kurere sig selv ved at “kompetencere” sig, og er dermed overladt til at blive kureret af andre, de kompetence-kompetente. Overtagelse og ændring af talemåden kompetence kan derfor tolkes som strukturalisternes forsøg på at kuppe sig til en sejr i matematik-krigen, i stedet for at benytte denne til en frugtbar dialog med ligeværdige parter.

Først forsøgte strukturalisterne at løse matematik-krisen gennem talemåden “ansvar for egen læring”. Eleverne tog denne talemåde alvorligt og vendte ryggen til ”meta-matik”-undervisningens meningstomme selvreference (en funktion er et eksempel på en mængderelation: bublibub er et eksempel på bablibab). Nu søges lærerne disciplineret og umyndiggjort ved at konstruere dem som inkompetente med deraf følgende behov for kompetenceudvikling gennem massiv efteruddannelse.

Ved at udelade kompetencen ”at eksperimentere” viser KOM-rapporten, at den kun respekterer videnskaben, og hverken videnskabelsen eller det videnskabende. Samt at den ikke respekterer den måde hvorpå unge og især børn tilegner sig viden gennem selvaktivitet og læring. Ved at definere kompetence som indsigtsbaseret forudsætter KOM-rapporten, at matematikken allerede er lært, hvorefter resten af tiden så kan bruges på at anvende matematikken, ikke på omverdenen, men på sig selv gennem otte interne kompetencer til udøvelse af matematikfaglighed. Herved bliver KOM-matematikken en “katolsk” matematik med otte sakramenter, gennem hvilken mødet med viden-skaben kan finde sted. Heroverfor står så KOMMOD-rapportens “protestantiske” matematik, der betoner vigtigheden af det direkte møde mellem individet og det videnskabende (mange) og dennes to sakramenter, tælle og regne. Og vigtigheden af, at sproglig kompetence går forud for grammatisk kompetence. Også ved kvantitativ kompetence kommer talsprog før talsprogets grammatik, matematik. Og som ved talesproget forbliver grammatik en tavs kompetence for de fleste.

Skal matematik-krigen afsluttes med et KOM-kup, eller skal den bilægges gennem demokratisk forhandling med MOD-opfattelser? Valget er dit, og med KOMMOD-rapporten får du mulighed for at validere argumenterne, ikke oppe fra den politiske korrekthed, men nede fra matematikkens historiske rødder. Held og lykke.

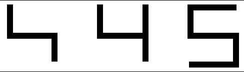
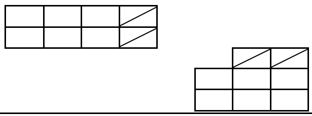
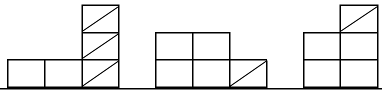
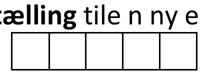
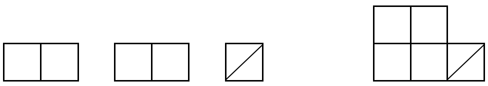
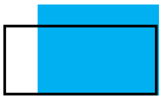
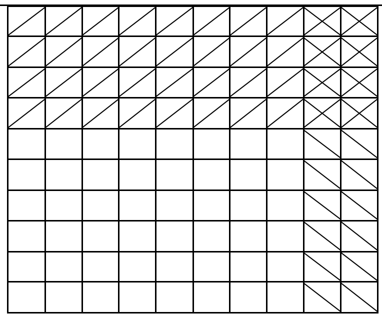
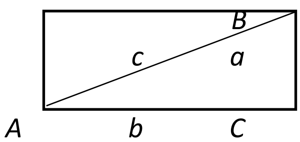
Mængde-baseret meta-matik - eller mange-baseret mate-matik: Dannelsesmødet med videnskaben – eller med det videnskabende

1-2	3-4	5-6	6-7	8-9
MÆNGDER forenes: addition 2 + 3 = 5 47 + 85 = 135 82 - 65 = 17 **PROBLEM:** PLUS er falsk abstraktion: 2 m + 3 cm = 203 cm 2 uger + 3 dage = 17 dage 2 C + 3 D = 23 D 3 sten = sten + sten + sten	MÆNGDER gentages: multiplikation 2 · 3 = 6 7 · 85 = 595 372/7 = 53 1/7 **Byen:** Stakke & omstakke T = 653 + 289 = ? 653 = 6·C & 5·D & 3·1 279 = 2·C & 8·D & 9·1 T = 8·C & 13·D & 12·1 T = 8·C & (13+1)·D & (12-10)·1 T = (8+1)·C & (14-10)·D & 2·1 T = 9·C & 4·D & 2·1 = **942**	MÆNGDER opdeles: brøker $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=?$ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$ **PROBLEM:** $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{(1+2)}{(2+3)}=\frac{3}{5}$ *hvis* 1 cola blandt to flasker plus 2 cola blandt tre flasker er (1+2) cola blandt (2+3) fl.	Løsnings-MÆNGDER: åbne udsagn (ligninger) 2 + 3·x = 8 | 3·x = 6 (2+3·x)-2=8-2 | (3·x)/3=6/3 (3·x+2)-2 = 6 | (x·3)/3 = 2 3·x+(2-2) = 6 | x·(3/3) = 2 3·x + 0 = 6 | x·1 =2 L = {x∈ R | 2+3·x=8} = {2} **PROBLEM:** Vægtskåls-metaforen skjuler regneprocessen, og skaber mange fejlmuligheder: 2 + 3·x = 8, dvs. 5·x = 8	MÆNGDER forbindes: funktioner Funktion: et eksempel på en relation mellem to mængder, hvorom der gælder at ... eks. f(x) = 2 + 3x funktionens værdi og graf **PROBLEM:** Funktionsbegrebet opstod efter differentialregning! Syntaksfejl ved at sammenblande sprog og metasprog: Funktionens værdi svarer til udsagnsordets slips.
Landet: Bundte&ombundte GANGE er sand abstraktion: 3 sten = 3 gange sten =3·sten 2·3·dage = 6·dage 2·m·3·cm=6·mcm = 600·cm^2 *Bundtning og ombundtning:* Total = 6 1'ere = ? 2'ere Svar: 6·1 = 6 = 6/2·2 = 3·2 ***Ombundtnings-regel: T = T/b·b*** *6/2: Optælling i 2'ere* *6·2: Optælling af 2'ere* Totalen findes ved tælling eller regning: Ombundtning (division) Gangning ombundter i tiere: T = 8·3 = 24 = 2·D & 4·1 **Gangning er division!** Max-højde 3: T = 8 3'ere = overlæs! T = 8·3 = 2·3^2 & 2·3 Ubundtede kan også bundtes i del-bundter, f.eks. til 5'ere: T = 8·3 = 24/5·5 = 4·5&4·1 = 4·5 & 4/5·5= (4 4/5)·5	***Omstaknings-regel: T = T–b+b*** T = 654 - 278 = ? 653 = 6·C & 5·D & 4·1 278 = 2·C & 7·D & 8·1 T = 4·C & -2·D & -4·1 = (4-1)·C & (-2+10)·D & -4·1 = 3·C & (8-1)·D & (-4+10)·1 = 3·C & 7·D & 6·1 = **376** T = 7·653 = ? T = 7·(6·C & 5·D & 3·1) = 42·C & 35·D & 21·1 = 42·C & (35+2)·D & (21-20)·1 = (42+3)·C & (37-30)·D & 1·1 = 45·C & 7·D & 1·1 = **4571** T = 653/7 = ? T = 6/7·C & 5/5·D & 3/7 = 65/7·D & 3/7 = (65-2)/7·D & (20+3)/7 = 9·D & 23/7 = 9·D & 3 2/7 = **93 2/7** *(dobbelt bogholderi)*	**Byen:** Vægtet gennemsnit $T=\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{2}{3}\cdot 3=3=\frac{3}{5}\cdot 5$ eller $T=\frac{1}{2}\cdot 4+\frac{2}{3}\cdot 3=4=\frac{4}{7}\cdot 7$ dvs. mange forskellige svar til spørgsmålet $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=?$ men ALDRIG større end 1! *Handelsregning* 5 kg koster 60 kr, 3 kg koster ? kr *ombundt kr* *ombundt kg* kr = kr/kg·kg | 3kg = 3/5·5kg = 60/5·3 | = 3/5·60kr = 36 | = 36 kr *Procentregning 1* • 8 har 2, 100 har ? 100 = 100/8·8 har 100/8·2 = 25 • 100 har 25, 8 har ? 8 = 8/100·100 har 8/100·25 = 2 • 100 har 25, ? har 2 2 = 2/25·25 haves af 2/25·100 = 8	**Slot & Kloster:** Ind- & afkodning Kodning: 2+(3·5)=17->2+(3·x)=T Afkodning (ligningsløsning): *Omstakning fra 8-stak til 2-stak:* 2 + (3·x) = 8 = 8–2+2 3·x = 8-2 = 6 *Ombundtning fra 1'er til 3'er:* 3·x = 6 = 6/3·3 x = 6/3 = 2 *Frem- og tilbageregning:* *Overflyt med modsat regnetegn* frem tilbage 2 + 3·x = 8 *+2* ↑↓ *-2* 3·x = 8 - 2 = 6 *·3* ↑↓ */3* x = 6/3 = 2 **Procentregning 2** • 25% af 8 er ? 0.25 · 8 = x • 25% af ? er 2 0.25 · x = 2, så x = 2/0.25 = 8 • ?% af 8 er 2 x · 8 = 2, så x = 2/8 = 0.25 = 25%	**Byen:** Handel og skat Per-tal: Skat, told, kurser, renter, fortjeneste, tab, værdipapirer. Forening af per-tal: 3 kg á 4 \$/kg + 5 kg á 6 \$/kg giver 8 kg á ? \$/kg Geometri: Areal og rumfang af flade og rumlige former. Retvinklede trekanter: Pytagoras, sinus, cosinus og tangens. Lineær funktion, lineær vækst eller PLUS-vækst: T = b +a+a+a+... = b + a·n En funktion er et navn for et regnestykke med et variabelt tal , f.eks. T = 2 + 3x. (Euler 1748) Regnestykker giver faste tal, og funktioner giver variable tal. Funktionens variation kan vises i tabeller og på kurver. **Kroen**: Omfordeling gennem spil Gevinst på tips, lotto, roulette mm Statistik over gevinstgange Risiko=Konsekvens·sandsynligh.

10	11	12
Mængdelære Funktionsteori: Definitions- og værdimængde. Algebraiske funktioner: Polynomier og polynombrøker. Første- og andengradspolynomier. Polynomiers division. Trigonometri., og analytisk geometri.	Funktionsteori: Omvendt og sammensat funktion. Ikke-algebraiske funktioner: Trigonometriske funktioner. Logaritme- & eksponentialfunktioner som homomorfier: $f(x*y) = f(x)\#f(y)$ Stokastiske funktioner. Differentialregning.	Vektorrum. Integralregning. Enkle differentialligninger.
Renæssancen: Konstante per-tal Tal som mange-bundter (polynomier): $T = 2345 = 2\cdot B^3 + 3\cdot B^2 + 4\cdot B + 5\cdot 1$ Tilbage-regning ved potenser: $B^4 = 81$ $\quad 4^n = 1024$ $B = 4\sqrt{81}$ $\quad n = \log 1024/\log 4$ Enkeltrente r, samlet rente R, rentes-rente RR $(1+r)^n - 1 = R = n\cdot r + RR$ Vækst med konstant per-tal og procent-tal: x:+1 -> T:+a lineær vækst $T = b + a\cdot x$ x:+1 -> T:+r% eksponentiel vækst $T = b\cdot(1+r)^x$ x:+1% -> T:+r% potens vækst $T = b \cdot x^r$ x:+1 -> T:+r%+a opsparing $T = a\cdot R/r$ Vækst med uforudsigelig (stokastisk) variation $\Delta T = ?$ $\quad T = MID \pm 2\cdot SPR$ Forening af procent-tal: 300 á 4% og 500 á 6% er 800 á ?%. Vækstprocentregning: $T = a\cdot b$: $\quad \Delta T/T \approx \Delta a/a + \Delta b/b$ $T = a/b$: $\quad \Delta T/T \approx \Delta a/a - \Delta b/b$ Trigonometri: SIN & COS: de korte sider i procent af den lange. TAN: den ene korte side i procent af den anden.	**Industrien: Variable per-tal** Koordinatgeometri: Regning på tegning. Kurvetilpasning med polynomier: $T = A + B\cdot x + C\cdot x^2 + D\cdot x^3$ (eller f(x): $A+Bx+C\cdot x^2$) A: niveau, B: stigning, C: krumning, D: modkrumning Vækst med variabel, forudsigelig tilvækst: Differentialregning: $dT = dT/dx\cdot dx = T'\cdot dx$ Det ikke-lineære er lokalt lineær: $(1+r)^n \approx 1+ n\cdot r$ ($=1+n\cdot r+RR$: ved små renter kan rentes-renten negligeres) $T = x^n$: $dT/T = n\cdot dx/x$, $dT/dx = n\cdot T/x = n\cdot x^{(n-1)}$ Optimeringsopgaver fra teknik og økonomi. Integralregning: $\Delta T = T2-T1 = \int dT = \int f\cdot dx$, Samlet tilvækst = sluttal–starttal = summen af enkelt-tilvæksterne, *uanset antal enkelt-tilvækster!* Integration sker ved omskrivning til tilvækstform: Da $6x^2+8x = d/dx(2x^3+4x^2) = d/dx(T)$ så er $\int (6x^2+8x)dx = \int d(2x^3+4x^2)$ $= \int dT$ $= \Delta T = T2\text{-}T1$ Kumuleringsopgaver fra teknik og økonomi.	**Hovedværker i den kvantitative litteratur:** Geometri, Handel, Økonomi, Fysik, Biologi. De tre genrer for kvantitativ litteratur: - Fakta eller da-så beregninger kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det beregnelige: Da prisen er 4 kr/kg, så koster 6 kg $6\cdot 4 = 24$ kr. - Fiktion eller hvis-så beregninger kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det uberegnelige: Hvis indkomsten er 4 mio$/år, så vil 6 års indkomst være $6\cdot 4 = 24$ mio$. - Fidus eller hvad-så beregninger kvantificerer det ikke kvantificerbare: Hvis konsekvensen “brækket ben” K sættes til 2 mio$, og hvis sandsynligheden S sættes til 30%, så vil risikoen R være $R = K\cdot S = 2\cdot 0.3 = 0.6$ mio$. De tre handlemuligheder: Fakta kontrolberegnes, fiktion scenarieberegnes, fidus henvises til kvalitativ behandling. Vækstligninger løst ved numerisk integration. Funktioner af to variable. Differentiation og integration. Optimering og kumulering. Vektorregning inden for handel og inden for bevægelse på flade og i rum.

Fleksible Bundt-tal respekter og udvikler børns egen matematik

Udenfor & Indenfor matematik

Cifre er IKONER III IIII IIIII		3 4 5
Regnearter er IKONER	Skub Løft Træk	/ x –
Optælling af fingre i 5ere bruger Bundt-tælling & Bundt-tal	I●●●● II●●● III●● IIII● ~~IIII~~ ~~IIII~~ I●●●●	T = 0*B*1 = 1*B*-4 **5ere** T = 0*B*2 = 1*B*-3 **5ere** T = 0*B*3 = 1*B*-2 **5ere** T = 0*B*4 = 1*B*-1 **5ere** T = 1*B*0 = 1*B*0 = 5 T = 1*B*1 = 2*B*-4 **5ere**
Ubundtede giver decimaler & brøker & negative tal IIIIIIII → ~~IIII~~ ~~IIII~~ II		T = 2*B*2 **3ere** = 2.2 **3ere** T = 2 2/3 **3ere** T = 3*B*-1 3ere = 3.-1 **3ere** T = 1*BB* 0*B* -1 (T = *p**x^2 + *q**x + *r*)
Omtælling in same enhed Skaber fleksible Bundt-tal IIIII III → 53	5: ~~IIII~~ III ~~IIII~~ ~~IIII~~ I ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ 	T = 1*B*3 *Overlæs* T = 2*B*1 *Standard* T = 3*B*-1 *Underlæs* T = 53 = 5*B*3 = 4*B*13 = 6*B*-7 **tiere**
Fleksible Bundt-tal letter beregninger	65 + 27 = ? = 65 – 27 = ? = 7* 48 = ? = 336 /7 = ? =	6*B*5 + 2*B*7 = 8*B*12 = 9*B*2 = 92 6*B*5 – 2*B*7 = 4*B*-2 = 3*B*8 = 38 7* 4*B*8 = 28*B*56 = 33*B*6 = 336 33*B*6 /7 = 28*B*56 /7 = 4*B*8 = 48
Omtælling tile n ny enhed  5 = ? **2s** *Omtællings-formel:*	 T = (T/*B*) * *B*	T = 5 = (5/2)*2 = ? = 2*B*1 **2s** 5/2 2.nogle 5 - 2*2 1
Omtælling: tiere til ikoner III IIIII = ? **7ere**	3*B*5 **tiere** = *u**7	*u**7 = 35 = (35/7)*7 so *u* = 35/7
Omtælling: Fra ikoner til tiere 6 **8ere** = ? **tens** 		T = 6 **8ere** = 6*8 = (*B*-4)*(*B*-2) = ***BB*** - 4*B* - 2*B* - - 4*2 = 10*B* - 6*B* + 8 = 4*B*8 = 4.8 **tens** = 48
Omtælling mel. enheder giver PerTal	2$ per 3kg = 2$/3kg	T = 6$ = (6/2) * 2$ = (6/2) * 3kg = 9kg
Ens enheder: Brøker 5% of 40	5$/100$ of 40$	T = 40$ = (40/100)*100$ gives (40/100)*5$ = 2$
Omtælling En stak med en diagonel		*a* = (*a*/*c*)**c* = sin *A***c* *a* = (*a*/*b*)**b* = tan *A***b* π = *n**tan(180/*n*) *for n stor* *c***c* = *a***a* + *b***b*
Addition vandret lodret	T = 2 **3s** + 4 **5s** = 3*B*2 **8s**  T = 2 **3s** + 4 **5s** = 1*B*1 **5s** + 4 **5s** = 5*B*1 **5s** 	*Integration* *Proportionalitet*
MateMatisme	ADDITION UDEN ENHEDER Cifre eller brøker eller per-tal	

Fleksible Bundt-tal med enheder respekter og udvikler børns egen matematik

01. At møde Mange inspirerer til at omdanne fem 1ere til 1 fem-ikon, der indeholder fem streger eller pinde. Ligeledes med de andre cifre fra et til ni, der også indeholder lige så mange streger eller pinde, som de repræsenterer, hvis de skrives mindre sjusket. Ikon-bygning kan illustreres med en foldbar lineal. At omdanne fem til en 5er gør det muligt at bruge 5 som en enhed, når man optæller et total T ved bundtning og stakning, der så rapporteres i en fuld talsprogs-sætning med et grundled, et verbum og et prædikat, f.eks. T = 2 5ere.

02. Ikoner inspirerer således til 'bundt-tælling' og 'bundt-skrivning', hvor en total *T* på 5 1ere optælles i 2ere som *T* = 1B3 = 2B1 = 3B-1 2ere, dvs. med eller uden overlæs, eller underlæs der rodfæster negative tal. Den ubundtede kan placeres oven på stakken som en decimal eller som en brøk hvis også den optælles i bundter, hvilket rodfæster brøker, *T = 5 = 2B1 = 2,1* = 2 1/2 2ere. Omtælling i samme enhed for at oprette eller fjerne over- eller underlæs letter beregninger. Eksempel: *T* = 336 = 33B6 = 28B56 = 35B-14, så 336/7 = 4B8 = 5B-2 = 48.

03. Bundt-tælling gør også regnearter til ikoner. Først væk-skubber en divisionskost bundterne, som en gange-lift så forvandler til en stak, der væk-trækkes af et minus-reb for at lede efter ubundtede af stakken med et plus-kryds. En lommeregner bruger en 'omtællingsformel', *T* = (T/B)*B, til at forudsige, at 'T indeholder T/B Bere'. Denne omtællingsformel forekommer overalt i matematik og naturvidenskab: når man forbinder proportionale størrelser som y = c * x; i trigonometri som sinus og cosinus og tangent, fx a = (a / c) * c = sinA * c; i koordinatgeometri som linjehældninger,
$\Delta y = (\Delta y / \Delta x) * \Delta x = c * \Delta x$; og i calculus beregning som hældning, dy = (dy / dx) * dx = y' *dx.

04. Omtælling i en anden enhed kaldes proportionalitet. Spørges '3 4ere = ? 5ere', siger pinde 2B2 5ere. Ved at indtaste '3 * 4/5' spørger vi en lommeregner 'fra 3 4ere væk-skubbes 5ere'. Svaret '2.nogle' forudsiger, at de ubundtede fremkommer ved at væk-trække 2 5'ere væk og dermed spørge '3*4 – 2*5'. Svaret '2' forudsiger, at 3 4'ere kan omtælles i 5'ere som 2B2 5'ere eller 2 2/5 5'ere.

05. Omtælling fra tiere til ikoner ved at spørge '35 = ? 7ere' kaldes en ligning *u* * 7 = 35. Det løses let ved at omtælle 35 i 7'ere: *u* * 7 = 35 = (35/7) * 7. Så *u* = 35/7, hvilket viser, at ligninger løses ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn.

06. Omtælling til tiere ved at spørge '2 7s = ? tiere' lettes ved hjælp af underlæs: *T* = 2*7 = 2*(B-3) = 20-6 = 14; og 6*8 = (B-4)*(B-2) = BB - 4B - 2B -- 8 = 100 – 60 + 8 = 48.

07. Omtælling af en mængde i enheder giver et 'per-tal' som f.eks. 2$ pr. 3 kg eller 2$ / 3kg. For at besvare spørgsmålet 'T = 6$ = ?kg' omtæller vi 6 i 2ere, da per-tallet er 2$/3kg: T = 6$ = (6/2)*2$ = (6/2)*3kg = 9kg. Omtælling i samme enhed skaber brøker og procent: 2$/3$ = 2/3 og 2$/100$ = 2/100 = 2%.

08. Vandret addition betyder geometrisk at forene arealer, hvor gange går forud for plus. Vandret addition kaldes også integralregning, eller differentialregning, hvis modsat.

09. Lodret addition forudsætter, at omtællingsformlen gør enhederne ens. Ændring af enheder kaldes også proportionalitet.

Reference

Tarp, A. (2018). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. *Journal of Mathematics Education, 11*(1), 103-117.

Matematik ULYST KURERET

Med fleksible BundtTal med enheder

Fra øjne fyldt med væde – til smil fyldt med glæde

BundtTÆL før de PLUSSER

T = 5 = ~~II~~ I I I = 1B3 **2ere**

T = 5 = ~~II~~ ~~II~~ I = 2B1 **2ere**

T = 5 = ~~II~~ ~~II~~ ~~II~~ = 3B-1 **2ere**

3 måder at BundtTælle: Overlæs, Normal, Underlæs

OmTæl 47 i **tiere**: T = 47 = 4**B**7 = 3**B**17 = 5**B**-3 **tiere**

Nej, 4x7 er ikke 28, det er 4 **7ere** = 2**B**8 = 1**B**18 = 3**B**-2 **tiere**

Nej, 30/6 er ikke 30 delt mellem 6, men **3 tiere** omtalt in **6ere**

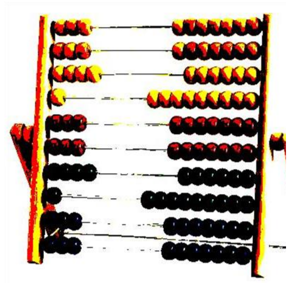
BundtSkrivning adskiller **Bundter** fra **Ubundtede**

• **65 + 27**	=	6**B**5 + 2**B**7 = 8**B**12 = 9**B**2 =	**92**
• **65 – 27**	=	6**B**5 – 2**B**7 = 4**B**-2 = 3**B**8 =	**38**
• **7x 48**	=	7x 4**B**8 = 28**B**56 = 33**B**6 =	**336**
• **336 /7**	=	33**B**6 /7 = 28**B**56 /7 = 4**B**8 =	**48**
• **336 /7**	=	33**B**6 /7 = 35**B**-14 /7 = 5**B**-2 =	**48**

MateMatik som MangeMatik - en Naturvidenskab om Mange

Bevarer barnets naturlige Mange-mestring og tal-sprog

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net



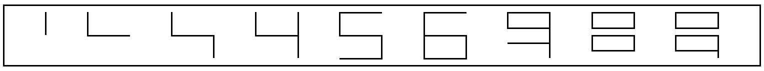
MATHeCADEMY.net

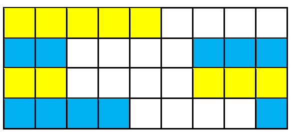
Tæl før du Plusser

MateMatik som MangeMatik

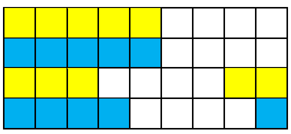
en Naturvidenskab om MANGE

Kurer ULYST med barnets egne 2D **BundtTal** med **enheder:** 2 **3ere**

Tæl i ***Ikoner*** i ***Bundter***	 T = I I I I = ㄣ = 4 T = 7 = ~~III~~ I I I I = ~~III~~ ~~III~~ I = ~~III~~ ~~III~~ ~~III~~ = 1B4 eller 2B1 eller 3B-2 **3ere**
OmTæl I samme ***Enhed*** I en ny ***Enhed***	**OmBundt** skaber Overlæs eller Underlæs T = 7 = I I I I I I I = 1B4 = 2B1 = 3B-2 **3ere** T = 7 = 2B1 **3ere** = 1B3 **4ere** = 1B2 **5ere** = 3B1 = 1BB1B1 = 11B1 **2ere**
OmTæl til ***Tiere*** fra ***Tiere***	3 **7s** = ? **tiere** Svar: 3x7 = 21 = 2B1 **tiere** ? **7s** = 3 **tiere** Svar: (30/7)x7 = 4B2 **7ere**
OmTæl i *Per-tal* i *PerFem, 3/5* i *PerHundred, %*	Mde 4$ per 5kg eller 4/5 $/kg, T = 20kg = (20/5) x 5kg = (20/5) x 4$ = 16$ 3/**5** = 3$/**5**$ af 200$ = ?$. 200$ = (200/5) x **5**$ giver (200/5) x 3$ = 120$ 70**%** = 70$/100$ af 300$ = ?$. 300$ = (300/100) x 100$ = giver (300/100) x 70$ = 210$
Beregn Forudsagt med en ***Omtællings-*** ***Formel***	T = 2 **4s** = ? **5ere** = 1B3 **5ere** da T = (T/B) x **B** = T/**B Bere** 2x4/5 1.nogle 2x4 – 1x5 3
Plus *Vandret* *Lodret*	T = 2 **3s** + 4 **5s** = 3B2 **8s** *Integration* T = 2 **3s** + 4 **5s** = 1B1 **5s** + 4 **5s** = 5B1 **5s** *Proportionalitet*
Gange, dividere Brug *BundtSkrivning*	**7 x** 63 = **7 x** 6B3 = 42B21 = 44B1 = 441 245 **/7** = 24B5 **/7** = 21B35 **/7** = 3B5 = 35



Geometri-mode



Algebra-mode

MrAlTarp

YouTube Videos

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net

MATHeCADEMY.net	*Teaching Teachers to Teach MatheMatics as ManyMath* PYRAMIDeDUCATION **CATS**: **C**ount & **A**dd in **T**ime & **S**pace

Piaget: Først gribe, så begribe

Fire som ikon bygget af fire biler, fire næsehorn, fire pinde, en lineal foldet i fire dele, fire perler på en abacus, LEGO-klodser, perler på et perlebræt osv.

Syv pinde bundt-optalt som 1**B**2 5ere, eller som 2**B**1 3ere eller som 3**B**1 2ere

MATHeCADEMY.net stand ved MatematikBiennalen I Sverige, 2014

Forsøgsansøgning 1978 matematik C

Ansøgning

Direktoratet for gymnasieskolerne og HF   Grenaa, den 27.2.1978

Højbro Plads 4-12øø København K

Ansøgning om undervisningsforsøg i matematik.

Herved anmoder jeg om i skoleåret 1978/79 at matte udføre følgende undervisningsforsøg i matematik:

HF fællesfag. Der læsses efter medsendte bekendtgørelsesforslag. Skriftlige eksamensopgaver udarbejdes efter medsendte retningslinier og eksempler.

HF tilvalg. Skriftlige eksamensopgaver udarbejdes efter medsendte retningslinier og eksempler.

Ansøgningen indeholder seks sider A1 - A6, samt en række sider med opgaveeksempler, der vil blive efterseridt.

Med venlig hilsen, Allan Tarp, Grenaa Gymnasium, 8500 Grenaa

Ansøgningen er godkendt af lærerrådet på Grenaa Gymnasium.

Forslag til bekendtgørelse for undervisning og eksamen i matematik for HF fællesfag.

Formål.

Formalet med undervisningen er, at de studerende opnår viden om, hvordan man behandler kvantitative fænomener (størrelser) i andre fællesfag og i den øvrige dagligdag.

Undervisningen.

Undervisningen omfatter:

1 Størrelser. Tal og enheder. Tipotens. Regnemaskine. Formler, regning på formler. Størrelsers afhængighed beskrevet ved tabel, kurve eller regneudtryk, definitionsmængde, maksimum og minimum, voksende og aftagende. Millimeterpapir, logaritmisk papir.

2. Størrelsers ændring. Forskellige vækstmål. Regning med vækstrater. Vækst med konstant tilvækst. Vækst med konstant vækstrate. Logaritmer.

3. Størrelsers fordeling. Antal og andel. Grafiske beskrivelsesmidler. Gennemsnit. Mål for fordelingers skævhed. Sandsynlighed, betinget sandsynlighed. Stikprøveudtagning, middelværdi og spredning, normalfordeling, usikkerhed på stikprøver, normaltest, X^2 -test.

4. Trekantsregning. Beregning på retvinklede trekanter.

5. Frie timer. Der anvendes ca. 20 timer til uddybning af et af de ovenstående emner eller til i samarbejde med et eller flere andre fag at arbejde med et område hvor faget anvendes,

Eksamen.

Ingen ændring i forhold til gældende bekendtgørelse.

Kommentarer til bekendtgørelsesforslaget

Forslaget er et forsøg på at opbygge en læseplan alene ud fra didaktiske overvejelser på grundlag af skolens samlede formål uden at tage hensyn til, hvad der traditionelt hører med i læseplanen.

Skolens samlede formål antages her at være, at eleverne opnår en meningsfuld viden om menneskets situation i natur og kultur, menneskets virkelighed. I denne virkelighed optræder ofte kvantitative fænomener, størrelser; viden om menneskets virkelighed omfatter derfor også viden om, hvordan man behandler (beskriver, ræsonnerer på) størrelser fra virkeligheden (andre fællesfag og den øvrige dagligdag). Læseplanen indeholder da ganske naturligt tre hovedområder: Størrelser. Størrelsers ændring. Størrelsers fordeling.

Ud fra kravet om virkelighedsbaggrund må visse traditionelle emner, der kun har teoretisk interesse eller kunstig virkelighedsbaggrund, glide i baggrunden; dvs. overgå fra at være obligatoriske til at være frivillige. Det drejer sig om begreber som logik og mængdelære, åbent udsagn, det teoretiske funktions-begreb, injektiv, omvendt og sammensat funktion, sumpolygon, aflæsning af forskellige fraktiler, kombinationer, binomial-fordeling, fejl af første art.

At logik og mængdelære er nødvendigt for at nå det opstillede mål betvivles af mange i den stående debat om den nye matematik. Et åbent udsagn er blot et andet udtryk for en formel. Det teoretiske funktionsbegreb er kun en enkelt side af funktionsbegrebets essens, at beskrive hvordan en størrelse afhænger af en and en størrelse (1). Sammensat funktion har kun interesse, hvis man ønsker at differentiere en sådan. Hyppighed og frekvens hedder i såvel daglig som i statistisk-årbog sprogbrug antal og andel. Sumpolygoner tegnes for at kunne aflæse de forskellige fraktiler, dvs. for at kunne gå fra procentskalaen til grupperingen. I praksis går man den modsatte vej, fra gruppering til procentskala, hvilket let gøres på en blokinddeling (1). I praksis arbejdes med almindeligt gennemsnit BNP/I, Areal/I, medianen har en række kedelige egenskaber, der er ufø1som over for ekstreme yderværdier, den kan være uhyre følsom over for små variationer i talmaterialet (2).

Ved størrelser, der er fordelt på intervaller, bygger aflæsninger af medianen på den forudsætning, at værdierne i et givet interval fordeler sig jævnt over Intervallet. Man kan da lige så godt anbringe alle værdierne i intervalmidtpunktet og regne det almindelige gennemsnit ud (2).

Hovedindholdet i statistikken og sandsynlighedsregningen er stikprøveregning (2). Kombinatorikken medtages traditionelt af hensyn til stikprøver uden tilbagelægning og af hensyn til binomialfordelingen. Ved realistiske stikprøvestørrelser er der i praksis ingen forskel på udtagning med og uden tilbagelægning; endvidere er tabellerne over binomialfordelingen mangelfulde, da de kun dækker visse små stikprøvestørrelser og pæne sandsynligheder. Det naturlige værktøj er normalfordelingen, der dækker alle sandsynligheder og alle realistiske stikprøvestørrelser.

Foruden test ved stikprøver behandles også usikkerheden på stikprøver (gallupundersøgelser). Risikoen for fejl af første art er for realistiske stikprøvestørrelser med god tilnærmelse givet ved signifikansniveauet. Indføring af middelværdi og spredning forudsætter ikke nødvendigvis indførelse af stokastisk variabel. Beregning på retvinklede trekanter medtages især af hensyn til fysik.

Som det fremgår af ovenstående bemærkninger vil der ved mange realistiske problemstillinger være flere 1øsningsmetoder. Det er derfor ønskeligt, at der i centralt stillede opgaver ikke stilles krav om benyttelse af en bestemt 1øsningsrnetode. Se videre under eksamensopgaver.

Henvisninger:

1. Andersen, Poul-Arne og Tarp, Allan: "Regning/matematik fra dagligdagen a", "GMT, 1977

2. Blom, Gunnar: "Sannolikhetsteori och statistikteori med tillämpningar", Studentlitteratur, Lund 1974

Skriftlige eksamensopgaver

De skriftlige eksamensopgaver udarbejdes efter fø1gende retningslinier eller krav:

Kravet om typeopgaver: For at sikre en rimelig bedømmelse af den studerende må opgavesættet indeholde en række enkle typeopgaver, der tester fagets mest grundlæggende færdigheder.

Kravet om virkelighedsbaggrund: Opgaverne skal have en reel virkelighedsbaggrund. Spørgsmålene skal være relevante og skal så vidt muligt formuleres i denne virkelighedsbaggrund. Kun hvis denne er for kompliceret, kan spørgsmålene formuleres abstrakt.

Kravet om godkendelse af alle 1øsningsrnetoder: Hvis en opgave kan 1øses på flere forskellige måder må disse alle anerkendes som værende lige gode.

De vedlagte eksempler på opgaver er et forsøg på opfyldelse af ovenstående krav. Opgavesættet indeholder en række enkle typeopgaver af ca. 2 timers varighed, og en sammensat tekst-opgave med reel virkelighedsbaggrund og relevante spørgsmål af ca. 2 timers varighed.

Endvidere er medsendt et opgaveark fra en årsprøve i 2.g. De nedenstående resultater antyder, at man med opgaver efter ovenstående retningslinier nok ikke kan forvente, at besvarelserne bliver normalfordelte med et gennemsnit pa ca. 8. Gennemsnittet vil sikkert ligge noget højere. 8 svarer til ca. 8,7 points.

klasse	12	11	10	9	8	7	5	3	Samlet points
2yF	9	1	4		1	1			Gns. 10.9 points
2xyzS	4	6	1	3	1	2	1	2	Gns 9.2 points

Kvantitativ kompetence i gymnasiet, forsøgsansøgning 2002

Synliggørelse af skjult anderledeshed gennem læseplansarkitektkonkurrencer

Hvis en leverandør ikke kan levere en vare, så kan man selvfølgelig godt skifte varen ude, men man kan også finde en anden leverandør, f.eks. gennem licitation. Hvis gymnasie-matematikken ikke kan levere varen, kvantitativ kompetence, kvantitativ dannelse, kan man naturligvis vælge at fjerne den kvantitative kompetence fra fællesfagslisten, og uddanne til kvantitativ inkompetence. Men man kan også vælge at sige, at dannelsens to grundpiller er evnen til at kunne beskrive verden både kvalitativt og kvantitativt, evnen til at itale-sætte og ital-sætte verden, evnen til at bruge både tale-sprog og tal-sprog.

At matematikken ikke kan levere varen, et talsprog, skyldes den simple kendsgerning, at matematik ikke er et talsprog, men en talsprogsgrammatik. Vi kan italesætte verden, men vi kan ikke "grammatikke" den. Grammatik italesætter italesættelse. Vi kan italsætte og beregne verden, men vi kan ikke "matematikke" den. Matematik italesætter italsættelse. Gram-matik og mate-matik er ikke sprog, men metasprog. Og bortset fra netop matematik ville ingen andre sprogfag drømme om at lade metasproget komme før sproget. Det ville føre til sproglig inkompetence. At matematikken alligevel underviser i sprogets grammatik før sproget, altså oppefra i stedet for nedefra, skyldes at matematikken er fange af sin egen italesættelse, diskurs, der ikke skelner mellem sprog og grammatik, men som italesætter verden som anvendt matematik. Inden for en sådan anvendelses-italesættelse må man nødvendigvis tro at "naturligvis skal matematikken da læres før den kan anvendes, ellers er der jo ikke noget at anvende". Samt praktisere en talsprogsundervisning, der dels underviser i grammatikken før sproget, og dels hævder at grammatikken beskriver verden, og ikke sproget.

En sådan matematik er fyldt med den slags syntaksfejl, der opstår når man sammenblander sprog og metasprog, altså af typen "Udsagnsordet spiser sig mæt" og "Denne sætning er falsk". I matematikken betegnes regnestykker med ordet funktion: "f(x) = x+3" betyder "lad f(x) betegne regnestykket x+3, der har x som variabelt tal". Syntaksfejlen opstår når der siges "f(2) = 5", hvilket betyder "lad f(2) betegne regnestykket 5, der har 2 som variabelt tal". 5 er ikke et regnestykke, men et tal. Og 2 er ikke et variabelt, men et konstant tal.

At eleverne har svært ved at lære matematik på disse betingelser kan vel næppe undre. Man kunne så bede leverandøren fjerne syntaksfejlene og undervise i sprog før metasprog. Samt fjerne "dræber-ligningerne" fra faget ligesom folkeskolen har gjort. Dræber-ligninger er ligninger, der aldrig forekommer uden for klasseværelset, og som kun kan anvendes til en ting: at dræbe elevernes interesse for faget.

Men ved at foreslå matematik fjernet som fællesfag støtter man i stedet "matematik ER svært" myten, som understøtter den "no math - no job" myte, der legitimerer udelukkelse fra fremtidens egentlige arbejdsmarked, hvor "matematikbaserede" robot-, gen- og nanoteknologier kun giver plads til et fåtal - der jo så passende kunne være de matematikstærke. De udelukkede kan jo kun bebrejde sig selv for ikke at have arbejdet ihærdigt nok med den "svære" matematik.

Matematik ER ikke svært af nødvendighed, matematik er italesat svært - en italesættelse, der kunne være anderledes. Og skjult anderledeshed er netop hvad en læseplansarkitektkonkurrence kunne synliggøre. Det er kedeligt når fysiske bygninger blot ekkoer hinanden. Tilsvarende med mentale begrebsbygninger. Ja faktisk kunne hele gymnasiets grundproblem, at være en moderne løsning til et postmoderne problem, løses postmoderne gennem en læseplansarkitektkonkurrence ved f.eks. at sige: "Vi vil gerne indrette en gymnasium med tre fagområder, NAT, HUM og SAM. Må vi få nogle bud på læseplaner. De seks bedste forslag deltager i en konference om fremtidens gymnasium på Hawaii."

For postmodernitet er netop post-modernitet. Postmodernitet kan studeres hos Michel Foucault og Anthony Giddens. Moderniteten tror på sandhed og strukturalisme. At sige "blyanten er 24 cm lang" er at give en sand beskrivelse af tingen på bordet. Verden har struktur, der kan ekkoes sprogligt af universitets videnskab, af skolens bøger; og af industriens kerneteknologi: brug af elektroner til at frembære energi til maskiner, der producerer ekkoer af sine produkter.

Hvor moderniteten er et ekko-samfund, er postmoderniteten er et dilemma-samfund. Kerneteknologien er nu brug af elektroner til at frembære information til globale TV, der producerer dilemmaer ved at synliggøre globale alternativer til lokale ekkosvar. Herved kan individet ikke mere få identitet ved at ekkoe, men tvinges nu til at opbygge selvidentitet gennem valg mellem meningsfulde og autentiske svar: "Fortæl mig noget jeg ikke ved - om noget jeg ved".

Den moderne matematiks ekkosvar som f.eks. "En funktion er et eksempel på en relation mellem to mængder, der til hvert element i en mængde knytter ét og kun ét element i den anden mængde" har formen

"Bublibub er et eksempel på bablibab". Matematikken fortæller altså eleverne noget de ikke ved, om noget de ikke ved. Hvilket var helt i orden i det moderne, hvor eleverne bare kunne ekkoe. Men i det postmoderne skal sætningerne have kendt grundled, og faktisk blev funktionen ved sin fødsel i den postfeudale oplysningstid italesat med kendt grundled: "En funktion er et navn for et regnestykke med et variabelt tal", altså på formen "Bublibub er et navn for et regnestykke".

Ved at sige "navn for" forklares noget abstrakt ud fra noget konkret, hvilket giver det meningstomme meningsfylde og autenticitet. Ved at sige "eksempel på" forklares noget abstrakt ud fra noget endnu mere abstrakt, hvilket lader det meningstomme forblive meningstomt. Da et eksempel kun kan komme ét sted fra kan matematikkens eksempel-definitioner kun ekkoes når elever efterspørger mening. Og ekko-undervisning har samme effekt som dræber-ligninger. Ganske vidst indsukres definitionerne af motivationsgrunde i konkrete eksempler, men det ændrer ikke ved det faktum, at selve pillen er italesat oppefra som eksempel, og ikke nedefra som abstraktion.

Postmoderniteten tror på poststrukturalisme som f.eks. illustreret af "blyantens dilemma": Anbragt mellem en lineal og en ordbog kan en blyant udpege sin længde, men ikke sin betegnelse. En ting kan italsætte, men ikke italesætte sig selv. Italsættelsen er nødvendig, italesættelsen er eventuel og kunne være anderledes. Erkendes italesættelsens eventualitet ikke, vil mennesket blive fange af ekko-italesættelser: Ekko-italesættelse er idvalesættelse, oversættelse er frisættelse, som f.eks. illustreret af "metasprogets dilemma": En fast overbevisning som "selvfølgelig kommer matematikken før sin anvendelse" kan ændres til den modsatte overbevisning "selvfølgelig kommer sproget før sin grammatik" ved blot at oversætte matematik til talsprogets grammatik.

I gymnasiet sidder mange matematik-dropud'ere. Præsenteres disse for matematik nedefra i stedet for oppefra siger idealtypen: "Jeg ved hvad et regnestykke er. Jeg vidste ikke et regnestykke kunne kaldes en funktion. Det ved jeg nu, for du har fortalt mig noget jeg ikke ved om noget jeg ved. Fortæl mig nu noget jeg ikke ved om funktioner." Idealtyper er konstruktioner, der søger at indfange typiske træk. Og faktisk bliver mange dropud'ere forvandlet til dropind'ere ved at få matematikken fortalt nedefra. Dette er dokumenteret mange gange gennem postmoderne modforskning, første gang af Allan Tarp i forskningsprojektet "Matematik som menneskeret, hvorfor fravælger postmoderne unge moderne matematik" udført under programmet "Skolefag, Læring & Dannelse i det 21. århundrede" på Danmarks Pædagogiske Universitet.

Projektet indeholdt to læseplaner i matematik fællesfag og matematik tilvalgsfag, der begge fremstiller matematikken nedefra. Læseplanerne blev indsendt til ministeriet som forsøgsansøgninger, og samtidig efterlystes i matematiklærernes blad LMFK 9, 2000, modige skoler til at afprøve læseplanerne fra 2002 til 2005. Desværre blev læseplanerne aldrig afprøvet. Der meldte sig ingen skoler, og ministeriet kunne ikke godkende læseplanerne. Derimod blev læseplanerne taget op af de senere privatskoler, og anses i dag for at være en af grundene til privatskolernes succes med matematikundervisningen.

Det bliver spændende at se, om ministeriet nu tør godkende disse læseplaner, og om der nu findes skoler, der tør afprøve dem. Det bliver spændende at se om foreninger og ministerium tør udskrive læseplansarkitektkonkurrencer. Og det bliver spændende at se om man kan tænke ungdomsuddannelse uden kvantitativ kompetence og dannelse. Eller om vi omsider kan begynde at arbejde for at kvantitativ kompetence og matematik bliver en menneskeret.

Matematik Fællesfag

Formålet

1. Undervisningen har som formål, at de studerende udvikler deres talsprog, så de kan deltage i social praksis, hvori indgår kvantitativ beskrivelse af ændring og form.

Undervisningen

2.1 Undervisningen tager sit udgangspunkt i social praksis af såvel historisk som aktuel art, hvori indgår kvantitativ beskrivelse af ændring og form. Herved opbygges en forståelse for hvordan faget er opstået og har udviklet sig ud fra historiske og kulturelle problemstillinger. Ved at blive inddraget som deltager i denne sociale praksis vil kursisterne kunne videreudvikle deres talsprog gennem kendskab til nye typer beregninger med såvel tal som bogstaver.

2.2 Både mundtligt og skriftligt arbejde indgår naturligt i læreprocessen. Den mundtlige dimension kan omfatte præsentation, rollespil m.m. Den skriftlige dimension kan omfatte træningsopgaver til rutineopbygning, problemopgaver og projekter. Der udarbejdes tre projekter, et inden for rentesregning, et inden for geometri og et inden for statistik. Edb inddrages på naturlig måde.

Undervisningens indhold

3.1 Undervisningen omfatter følgende områder

1) Tal og beregning. Kvantiteter og kvaliteter. Talsprog, talesprog og metasprog. Styktal og pertal. Ligninger som beregningsfortællinger. Fremadregning og tilbageregning. Totalberegning af styktal og pertal.

2) Ændringsregning. De forskellige ændringsmål: tilvækst, vækstprocent og indekstal. Regler for ændringsberegning: Ændring af sum, produkt og forhold.

3) Konstant ændring. Vækst med konstant tilvækst. Vækst med konstant vækstprocent. Vækst med konstant tilvækst og vækstprocent.

4) Uforudsigelig ændring. Fraktiler, middelværdi og spredning, 95%-konfidensinterval. Binomialfordeling som normalfordelingsapproksimation.

5) Trigonometri. Jorddeling og jordmåling. Beregning af sider og vinkler i en trekant.

3.2 Uddybende indholdsangivelse til punkterne i 3.1:

For at give faget en kulturskabt profil omtales fagets opståen og udvikling inden for forskellige kulturformer. Jæger/samler kulturer skelner ikke mellem grader af mange, og antalsbetegnelse er farvet af type. Agerbrugskultur og handelskultur har behov for at skelne mellem grader af mange, og udvikler hertil forskellige bundtnings- og benævnelsespraksiser. Som eksempler omtales engelske, danske og franske talord samt romertal og arabertal. Agerbrugskultur udvikler regningsarterne plus og minus. Handelskultur udvikler regningsarterne gange og division. Spørgsmål om jorddeling fører til fremkomst af den retvinklede trekant, der behandles forskelligt af grækerne og araberne. Under renæssancen tjener italienske købmænd store summer på den genoptagne handel med østen, hvilket fører til fremkomst af banker, hvor potensregning udvikles for at kunne beregne den totale rente. I forbindelse med Englands inddragelse i verdenshandlen opstår spørgsmålet om risiko-deling gennem forsikring.

ad 1) Tal og beregning.

Der arbejdes overalt med benævnte decimaltal. Styktal er tal med usammensat benævnelse som f.eks. kroner, meter og sekund. Pertal har sammensat benævnelse som f.eks. kroner/dag, meter/sekund og procent. Medens totalberegning af styktal kan gøres rutinemæssigt, kræves der omtanke ved totalberegning af pertal som f.eks. samlet kr/kg tal eller samlet procentandel. Integralregning omtales kort som videregående totalberegning i forbindelse med variable pertal som f.eks. hastigheden af en faldende bold. Algebra opfattes i overensstemmelse med sin arabiske betydning: genforening. Plus og gange opsamler totalen af hhv. variable og konstante styktal. Potens opsamler totalen af konstante pertal. Rod og logaritme opdeler en total i konstante pertal. En sammensat beregning med flere regningsarter kan reduceres til en enkel beregning ved hjælp af skjulte parenteser, der opdeler beregningen i en række beregningstrin. En sammensat beregning kan vendes om ved at vende de enkelte beregningstrin. Dette svarer til ligningsløsning ved "flyt over & skift regnetegn" metoden. Funktion omtales som et navn for et regnestykke med et variabelt tal. En funktion kan resultere i forskellige tal alt efter hvilket tal, der regnes på. Denne variation kan illustreres ved tabeller og ved kurver. I stedet for betegnelsen funktionsværdi anvendes betegnelser som krone-tal, temperatur-tal osv.

ad 2) Ændringsregning.

Tilvækst er svar på spørgsmålet: Hvor mange styk har tallet ændret sig? Vækstfaktor er svar på spørgsmålet: Hvor mange gange har tallet ændret sig? Ved rente eller vækstprocent behandles sammenhængen mellem enkeltrente og samlet rente. Vækstprocent for produkt og forhold er hhv. sum og differens af vækstprocenterne ved små ændringer. Ved gennemsnitlig ændring forstås den konstante ændring, der ville medføre den faktiske samlede ændring.

ad 3) Konstant ændring.

Ændring med konstant tilvækst, også kaldet lineær vækst, "plus-vækst" eller "+5kr, +5kr, +5kr vækst", opstår fra spørgsmål som: "Totalen af 100 kr + n gange á 5 kr/gang er ? kr". Ændring med konstant vækstprocent, også kaldet eksponentiel vækst, "gange-vækst" eller "+5%, +5%, +5% vækst", opstår fra spørgsmål som: "Totalen af 100 kr + n gange á 5 %/gang er ? kr". Ændring med både konstant tilvækst og vækstprocent, også kaldet opsparing, "plus&gange-vækst" eller "+5%+5kr, +5%+5kr, +5%+5kr vækst", opstår fra spørgsmål som: "Totalen af 8 gange á 5% og 5 kr pr. gang er ? kr". De forskellige vækstformer kan illustreres ved tabeller og kurver på millimeterpapir og enkeltlogaritmisk papir samt på regneark. Sluttelig omtales kort, hvordan spørgsmål som "Totalen af 8 sekunder á 5 m/sek voksende til 7m/s er ? m" fører til den sidste totalberegningsart, integralregning, der behandles på tilvalg.

ad 4) Statistik og sandsynlighedsregning.

Hvor ændringsregning behandler forudsigelige tal, behandler statistisk og sandsynlighedsregning uforudsigelige tal. Tal, der ikke kan forudsiges, kan ofte "bagudsiges" ved at opstille en statistik over deres hidtidige adfærd. Ud fra sådanne observationssæt kan bestemmes fraktiler, middelværdi og spredning, hvorefter kommende tal kan forudsiges at falde inden for et 95%-konfidensinterval med 95% sikkerhed. Afvigelser uden for konfidensintervallet kaldes signifikante. Eksperimenter med mange udfald kan reduceres til eksperimenter med to udfald: gunstig og ikke-gunstig. Binomialfordelingen beskriver gentagelse af et eksperiment med to udfald. Ved edb-simulation indses, at middelværdi og spredning kan beregnes direkte ved hjælp af formlerne $m=n\cdot p$ og $s=\sqrt{(n\cdot p\cdot(1-p))}$. Binomialfordelingen kan med god tilnærmelse beskrives som en normalfordelingsapproksimation og illustreres på normalfordelingspapir.

ad 5) Trigonometri.

Jorddeling kan foregå ved midtnormaler. De fremkomne stykker kan opdeles i trekanter, der igen kan opdeles i retvinklede trekanter. Sinus, cosinus og tangens opstår som procentsvar til spørgsmålet: "Hvordan beregnes sider og vinkler i en retvinklet trekant?". Sinus- og cosinusrelationerne er alternativer til opdeling i retvinklede trekanter.

3.3 Der stilles intet krav om antal læste sider. Læreren rapporterer undervisningen i form af en kortfattet dagbog.

Eksamen

4.1 Der afholdes en mundtlig prøve med en forberedelsestid på ca. 30 minutter (inkl. instruktion og materialeudlevering). Der eksamineres (inkl. censur) 2 eksaminander i timen.

4.2 Eksamenspensum for alle typer kursister er kursistens tre rapporter, der danner baggrund for en samtale mellem den studerende, eksaminator og censor. Eksaminator har læst rapporterne og kan stille detaljerede spørgsmål. Censor har læst et kort referat af rapporterne (ca. 1 side) og vil kunne stille almene spørgsmål.

4.3 Der gives hver eksaminand ét spørgsmål bestående af én af de tre rapporter. Eksaminanden forventes at kunne redegøre for alle dele af rapporten herunder den benyttede teori, også hvis rapporten er udarbejdet af en gruppe.

4.4 Bedømmelsen af eksaminandens præstation foretages som en helhedsvurdering, og der gives én karakter.

5.1 Der afholdes en skriftlig prøve, hvortil der gives 4 timer. Der forelægges et opgavesæt med opgaver fra fagets centrale dele. Opgavesættet består af to lige store dele. Den første del indeholder opgaver af rutinepræget karakter. Den andel del indeholder opgaver af ikke rutinepræget karakter. Nogle af opgaverne er valgfrie. Undervisningsministeriet udsender vejledende eksamensopgaver.

5.2 Alle hjælpemidler er tilladte.

5.3 Ved bedømmelsen af en eksaminands besvarelse af den enkelte opgave lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår af besvarelsen, samt på de anvendte metoders og beregningers korrekthed. Ved fastsættelse af karakteren for en eksaminands opgavebesvarelse indgår såvel bedømmelsen af de enkelte opgaver som en helhedsvurdering.

5.4 Der gives én karakter.

6. Der gives én karakter på grundlag af delkarakteren for den mundtlige prøve og delkarakteren for den skriftlige prøve.

Matematik Tilvalgsfag

Formålet

1. Formålet er, at de studerende videreudvikler deres talsprog, så de kan deltage i social praksis, hvori indgår kvantitativ beskrivelse af variabel forudsigelig ændring.

Undervisningen

2.1 Undervisningen tager sit udgangspunkt i social praksis af såvel historisk som aktuel art, hvori indgår kvantitativ beskrivelse af variabel forudsigelig ændring. Herved opbygges en forståelse for hvordan faget er opstået og har udviklet sig ud fra historiske og kulturelle problemstillinger. Ved at blive inddraget som deltager i denne sociale praksis vil kursisterne kunne videreudvikle deres talsprog gennem kendskab til nye typer beregninger med såvel tal som bogstaver. Undervisningen er en naturlig fortsættelse af undervisningen på matematik fællesfag.

2.2 Både mundtligt og skriftligt arbejde indgår naturligt i læreprocessen. Den mundtlige dimension kan omfatte præsentation, rollespil m.m. Den skriftlige dimension kan omfatte træningsopgaver til rutineopbygning, problemopgaver og projekter. Der udarbejdes tre projekter, et inden for økonomi, et inden for teknik og et indenfor fysik. Edb inddrages på naturlig måde.

Undervisningens indhold

3.1 Undervisningen omfatter følgende områder

1) Videregående ændringsregning. Vækst med konstant procentforhold. Vækst med øjeblikkelig rentetilskrivning.

2) Kurvetilpasning med polynomiske og trigonometriske udtryk.

3) Variabel forudsigelig ændring. Øjeblikkelig væksthastighed som differentialkvotient og tangent til kurve. Regneregler for differentiation. Bestemmelse af vækstforhold og ekstrema. Eksempler på kurvetegning og asymptoter. Regneudtryk med to variable. Partielt afledet. Fladetegning. Niveaulinier.

4) Ændringsligninger. Konstant vækst som eksempel på ændringsligninger. Forudsætninger for løsning af en ændringsligning. Almen og numerisk løsning. Eksempler på løsning af enkle og komplicerede ændringsligninger.

5) Ændring med variabelt pertal. Integration som løsning til ændringsligninger. Grafisk illustration ved venstresummer.

3.2 Uddybende indholdsangivelse til punkterne i 3.1:

For at give faget en kulturskabt profil omtales fagets opståen og udvikling inden for forskellige kulturformer. På dette niveau fokuseres især på industrikulturen. Denne opstår med Newtons brud med antikken og kirken: Fald skyldes en fysisk krafts forudsigelige vilje, og ikke en metafysisk Herrens uforudsigelige vilje; en kraft bevirker en ændring, ikke en opretholdelse, af bevægelse; Newton opfinder en ny ændringsregning for at kunne beregne den totale ændring af variable pertal. Med Newton sættes naturens kræfter på ligninger, hvorved disse kræfter kan udnyttes til at skabe tekniske fremskridt og øge produktiviteten i en ny kultur, industrikulturen.

ad 1) Videregående ændringsregning.

Ændringsregning fra fællesfag repeteres med ny navngivning. Lineær vækst kaldes nu lineær funktion og "++vækst" (+1dag,+5 kr) eller "konstant styk/styk-vækst". Eksponentiel vækst kaldes nu "+·vækst" (+1 dag, +5%) eller "konstant procent/styk-vækst". Potensvækst, også kaldet "··vækst" (+1%, +5%) eller "konstant procent/procent-vækst", opstår fra spørgsmål som: "Totalen af 100 kr + 5 gange á n %/gang er ? kr". Potensvækst kan bl.a. illustreres på dobbeltlogaritmisk papir. Vækst med øjeblikkelig rentetilskrivning opstår fra spørgsmål som: "Totalen af 100 kr +n gange á 5/n % per gang er ? kr". Heraf fremstår Euler-tallet e med egenskaben e^t ˜1+t lokalt, dvs. for t meget lille. Grænseværdibegrebet fremstår gennem fastlæggelse af tallet e.

ad 2) Kurvetilpasning med polynomiske og trigonometriske udtryk.

Hvor fællesfag beskæftiger sig med retlinede kurver, vil tilvalgsfag beskæftige sig med krumme kurver. Eksemplarisk i denne forbindelse er trediegradspolynomiet, hvor x^0 angiver niveau, x^1 angiver retning væk fra niveauet, x^2 krumning væk fra retningen og x^3 modkrumning væk fra krumningen. Ud fra tabeller med hhv. 2, 3 og 4 talpar opstilles polynomier af hhv. 1., 2. og 3. grad. Polynomier kan multipliceres og divideres. De trigonometriske udtryk sinus og cosinus defineres for både vinkler og radianer. Tangens omtales kort. Svingende ændring kan beskrives ved et sinus- eller cosinus-udtryk, f.eks. opstillet på baggrund af en tabel.

ad 3) Variabel forudsigelig ændring.

En funktion f(x) er en betegnelse for et regnestykke med x som variabelt tal, f.eks. f(x): 3+x. En ligning vil da have formen y = <f(x)>, hvor <f(x)> angiver det regnestykke, der betegnes med f(x), f.eks. y = 3+x. En lokal ændring dx af x vil medføre en lokal ændring dy af y. Ændringsforholdet dy/dx kaldes en differentialkvotient, og angiver en kurves lokale hældning og øjeblikkelige ændringshastighed. Geometrisk er krumme kurver lokalt lineære, med mindre kurven har et springpunkt eller knækpunkt. Regnemæssigt er Euler-ligningen e^x=1+x lokalt lineær. Ved hjælp af denne ligning kan regneregler for differentiation udledes gennem bogstavregning. Alternativt kan regnereglerne udledes ud fra fællesfagets regler om procentændringer. Kort omtale af vandrette, lodrette og skrå asymptoter. Tegning af enkle polynomkurver samt beregning af ekstremaer kan foretages ved hjælp af lommeregner. Ved funktioner af to variable kan der tales om retningsbestemt lokalhældning eller retningsafledet. Polynomflader kan tegnes i et tredimensionalt koordinatsystem, med indtegning af niveaulinier. Inden for fysik og teknik kan usikkerhedsberegning opfattes som beregning af lokale ændringer.

ad 4) Ændringsligninger.

De traditionelle ændingsformer kan opfattes som eksempler på ændringsligninger (differentialligninger), hvor væksten er konstant eller variabel forudsigelig. Vækstligninger løses generelt ved ligningerne slutværdi = begyndelsesværdi plus tilvækst, og samlet tilvækst = summen af enkelt-tilvæksterne. I simple tilfælde kan en vækstligning løses ved at tilbageregne en differentiation. Eksempler på løsning ved hjælp af edb. Eksempler på dynamiske systemer.

ad 5) Ændring med variabelt pertal.

Et variabelt pertal er lokalt konstant (kontinuert), og kan derfor opsummeres efter omregning af pertal til styktal, hvilket kaldes integration. Opsummeringsformlen “Den samlede tilvækst kan beregnes både som summen af enkelt-tilvækster og som forskellen mellem slut- og begyndelsesværdi” er uafhængig af enkelt-tilvæksternes størrelser. Specielt gælder den også for lokale tilvækster, hvorfor mange integraler kan løses som ændringsligninger. Eksempler på anvendelser inden for fysik, teknik, statistik og økonomi.

3.3 Der stilles intet krav om antal læste sider. Læreren rapporterer undervisningen i form af en kortfattet dagbog.

Eksamen

4.1 Der afholdes en mundtlig prøve med en forberedelsestid på ca. 30 minutter (inkl. instruktion og materialeudlevering). Der eksamineres (inkl. censur) 2 eksaminander i timen.

4.2 Eksamenspensum for alle typer kursister er kursistens tre rapporter, der danner baggrund for en samtale mellem den studerende, eksaminator og censor. Eksaminator har læst rapporterne og kan stille detaljerede spørgsmål. Censor har læst et kort referat af rapporterne (ca. 1 side) og vil kunne stille almene spørgsmål.

4.3 Der gives hver eksaminand ét spørgsmål bestående af én af de tre rapporter. Eksaminanden forventes at kunne redegøre for alle dele af rapporten herunder den benyttede teori, også hvis rapporten er udarbejdet af en gruppe.

4.4 Bedømmelsen af eksaminandens præstation foretages som en helhedsvurdering, og der gives én karakter.

5.1 Der afholdes en skriftlig prøve, hvortil der gives 4 timer. Der forelægges et opgavesæt med opgaver fra fagets centrale dele. Opgavesættet består af to lige store dele. Den første del indeholder opgaver af rutinepræget karakter. Den andel del indeholder opgaver af ikke rutinepræget karakter. Nogle af opgaverne er valgfrie. Undervisningsministeriet udsender vejledende eksamensopgaver.

5.2 Alle hjælpemidler er tilladte.

5.3 Ved bedømmelsen af en eksaminands besvarelse af den enkelte opgave lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår af besvarelsen, samt på de anvendte metoders og beregningers korrekthed. Ved fastsættelse af karakteren for en eksaminands opgavebesvarelse indgår såvel bedømmelsen af de enkelte opgaver som en helhedsvurdering.

5.4 Der gives én karakter.

6. Der gives én karakter på grundlag af delkarakteren for den mundtlige prøve og delkarakteren for den skriftlige prøve.

Med CAS kan alle bestå matematik C

'Saving Dropout Ryan with a TI-82' hed et bidrag til matematikkongressen ICME 12. Det er min rapport om, hvordan en formelregner kan postmodernisere matematik C, så det bliver tilgængeligt for alle. Rapporten findes på http://www.icme12.org/upload/UpFile2/TSG/1129.pdf, og den tilhørende video kan ses på YouTube, http://www.youtube.com/watch?v=3C39Pzos9DQ.

Postmoderne tænkning er skeptisk over for skjult formynderi i form af vedtægter præsenteret som natur, og søger at afdække skjulte alternativer til sådanne, formelt kaldet at afdække kontingens gennem dekonstruktion. Tænkemåden stammer fra den franske republik og er inspireret af antikkens græske sofister, som sagde, at kun oplysning om forskel på natur og vedtægt kan forhindre skjult formynderi i form af vedtægt præsenteret som natur. Med hensyn til matematik C er det spørgsmålet derfor: Hvad er natur og hvad er vedtægt i matematik C? Eller sagt på en anden måde: Hvordan ser matematik C ud, hvis den opbygges som en naturvidenskab om det naturlige faktum Mange?

Matematik som en naturvidenskab om Mange

Vi omgås Mange med to kompetencer, at tælle og at regne. Tælling sker ved at bundte og stakke. En total på 7 pinde kan således optælles i 3ere ved at fjerne 3-bundter 2 gange:

T = I I I I I I I = III III I = 2*3 + 1

Optælling sker altså ved at fjerne bundter flere gange og stakke dem lodret. Dette skaber regnearterne division og gange, samt en lodret optællingsformel T = (T/b)*b: Fra T kan b fjernes T/b gange. De resterende fås ved at fjerne de 2 3ere fra totalen og anbringe den ved siden af resten. Dette skaber regnearterne minus og plus, samt en vandret optællingsformel T = (T-b)+b: Fra T kan b fjernes og anbringes ved siden af T-b. Tilsammen kan de to formler forudsige resultatet i biblioteket, før optællingen sker i laboratoriet, og dermed illustrere matematikkens styrke, dens evne til at forudsige tal:

T = 7 1ere = (7/3)*3 = 2.?*3, og T = (7 – 2*3) + 2*3 = 1 + 2*3 = 2.1 3ere

Dette viser, at naturlige tal er decimaltal med enheder, hvor decimaltegnet adskiller bundter og ubundtede. Optælling i tiere kan f.eks. give resultatet T = 5.4 tiere, hvilket desværre skrives som T = 54.0, dvs. uden enhed og med fejlplaceret decimaltegn. Samtidig kaldes dette et naturligt tal, selv om det i virkeligheden er det modsatte. Naturlige tal skrives som de siges, altså som fem-ti-fire, hvor bundter og ubundtede adskilles og enheden medtages, som f.eks.

T = tre-og-fir-sinds-tyve = 4.3 tyvere.

Optællingsformlerne viser, at den naturlige rækkefølge for de fire regnearter er division, gange, minus og plus, hvor plus er særlig svær, da man kan plusse både lodret og vandret. Altså, præcis den modsatte rækkefølge af den, der præsenteres som den naturlige.

Efter optælling kan to totaler forenes, f.eks. T1 = 2 3ere og T2 = 3 4ere. Skal totalerne forenes lodret, skal enhederne være ens, dvs. vi må skifte enhed, også kaldet proportionalitet, hvilket netop sker ved brug af den lodrette optællingsformel T = k*b. Men totalerne kan også sammenlægges vandret som (3+4)ere, dvs. 7ere. Her er totalen da summen af de to arealer 2*3 og 3*4, så 2 3ere + 3 4ere = 2.4 7ere. Dvs. vandret sammenlægning er i virkeligheden integration.

En naturlig korrekt matematik vil naturligvis tillade '2. ordens ikon-optælling' i bundtstørrelser under ti. Her vil børn fra første klasse på naturlig måde praktisere og lære både omtælling ved proportionalitet og integration ved sidelæns sammenlægning. Men denne læringsmulighed forhindres af den politisk korrekte matematik, som kræver, at optælling kun må foregå som '3. ordens optælling' i tiere.

Skjult formynderi på matematik C

Skjult formynderi findes således fra første klasse i skolen. Og skjult formynderi afdækkes altså ved at opbygge matematik som en naturvidenskab om det naturlige faktum Mange. Findes der ligeledes skjult formynderi på matematikkens C-niveau, kaldet precalculus internationalt?

Også på C-niveauet beskriver tal-sproget matematik totaler med tal og regnearter kombineret til formler, skrevet kort som f.eks. T = 456, eller udførligt som T = 4*B^2 + 5*B + 6*1, dvs. som 4 hundreder og 5 tiere og 6 enere, da vi som regel bruger bundtstørrelsen B = ti, som da skrives 1 bundt og ingen ubundtede: ti = 1*B + 0*1, eller kort ti = 10. Denne formeltype kaldes en mange-led formel eller et poly-nomium, hvor led betegner de forskellige stakke, som er anbragt ved siden af hinanden.

Den udførlige skrivemåde viser to ting: Alle tal har enheder, så 2+3*4 bør egentlig skrives 2*1 + 3*4, altså 2 enere og 3 firere. Og alle tal er formler, der indeholder de fire regnearter, som forener tal: lodret plus, gange, potens og vandret plus, også kaldet integration. At regnearter forener, fremgår af navnet algebra, som betyder at genforene på arabisk.

Regnearter forudsiger tælleresultater. At forene 4kr og 5kr forudsiges af plus: T = 4+5. At forene 4kr 5 gange forudsiges af gange: T = 4*5. At forene 4% 5 gange forudsiges af potens: 100% + T = 104%^5. At forene 4kg á 6kr/kg med 5kg á 7kr/kg forudsiges af arealet under pertals-kurven: T = 6*4 + 7*5 = Σ p*Δx.

Den modsatte proces, opdeling af en total i del-totaler, kaldes tilbageregning eller ligningsløsning. Denne gang forudsiges resultatet af de modsatte regnearter: Svaret på spørgsmålet '?+3=15' forudsiges af den modsatte regneart til plus, minus, hvor 15-3 netop defineres som det tal x, der lagt til 3 giver 15. Altså hvis x+3 = 15, så er x = 15-3. Heraf ses, at ligningen x+3 = 15 løses ved at tal overflyttes til modsat side med modsat regnetegn. Metoden 'modsat side med modsat tegn' gælder også for de øvrige regnearter. Den tredje rod er en faktorfinder, der finder den faktor som tre gange giver 125. Den tredje logaritme er en faktortæller, som finder, hvor mange 3faktorer, der et i 243.

?+3 = 15	**?*3 = 15**	**?^3 = 125**	**3^? = 243**
x+3 = 15 x = 15 – 3	x*3 = 15 $x = \frac{15}{3}$	x^3 = 125 $x = \sqrt[3]{125}$	3^x = 243 $x = \log_3(243)$
plus ↔ minus	gange ↔ division	eksponent ↔ rod	grundtal ↔ log

At der netop er 2 x 4 måder til at forene og opdele tal skyldes, at der er fire forskellige typer tal: Konstante og variable styktal og pertal:

Opsamling af Opdeling i	Variable	Konstante
Styktal kr, kg, s	**Plus: T = a + b** Minus: T – b = a	**Gange: T = a * b** Division: T/b = a
Pertal kr/kg, kr/100kr = %	**Integration: T = ∫ f dx** Differentiere: dT/dx = f	**Potens: T = a ^ b** Rod: b√T = a Logaritme: loga(T) = b

I et dobbelt-regnestykke afgøres rækkefølgen ved at reduceres det til et enkelt regnestykke ved at sætte en skjult parentes om det stærkeste regnestykke:

T = 2+3*4 = 2+(3*4), T = 2+3^4 = 2+(3^4) , T = 2*3^4 = 2*(3^4)

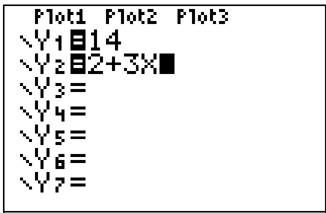
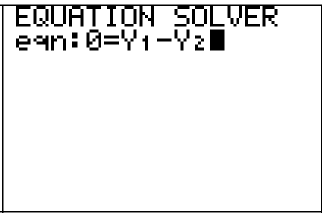
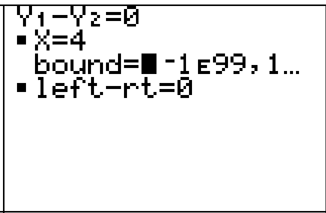
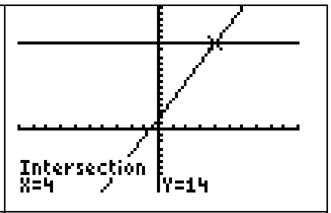
Formler, ligninger og funktioner

En formel med 1 ubekendt kaldes en ligning, og en formel med to ubekendte kaldes en funktion. En funktion kan tabellægges og evt. graftegnes.

Ligningsløsning kan dokumenteres med et formel-skema med 2 søjler og 3 rækker. I højre søjle skrives formlen øverst, og i den venstre søjle skrives formlens tal, den ubekendte over og de kendte under linjen. Til højre under linjen indsættes de kendte tal i formlen, så den omformes til en ligning, som løses manuelt eller med maskine. I nederste højre del testes den fundne løsning ved at indsætte alle tal i formlen for at undersøge, om formlens venstre og højre side er ens.

Det ukendte tal	c = ?	T = a+b*c	*Formlen*
De kendte tal	a = 2 b = 3 T = 14	14 = 2+(3*c) 14-2 = 3*c $\frac{(14-2)}{3} = c$ **4 = c**	*De kendte tal og skjulte parenteser indsættes* *Ligningen løses, ved at flytte til modsat side med modsat regnetegn, idet eksisterende regnestykker sættes i parentes; eller med SOLVER* *Løsning*
Test: Er VS = HS? *Testen stemmer!*	Test	14 = 2+3*4 14 = 14 ☺	

En formelregner, også kaldet et CAS-værktøj, har en Y-liste, hvor formlens venstre side kan indtastes som Y1 og højre side som Y2. På en formelregner løses en ligning da algebraisk ved at indtaste ’Solve 0 = Y1-Y2’; eller geometrisk ved at finde skæringspunkterne for graferne for Y1 og Y2.

			
Y1 = venstre side Y2 = højre side	Ligningen 0 = Y1-Y2 indtastes kun én gang	Indtast et x-gæt og tryk SOLVE	Skæringspunkter findes

Tre former for konstant vækst

Den grundlæggende talformel T = a*b^c + d giver anledning til hhv. proportionale, lineære, eksponentielle og potentielle funktioner:

y = 3*x, y = 3*x+2, y = 3*2^x, y = 3*x^2,

De tre første funktioner forekommer ved opsparing af penge:

Opsparing af 3 kr. x gange giver totalen y = 3*x.

Opsparing af 3 kr. x gange oven i et begyndelsesbeløb på 7 kr. giver totalen y = 3*x + 7

Opsparing ved at forrente 200 kr. med 3% x gange giver totalen y = 200*103%^x, da man lægger 3% til 200 kr. ved at gange med 103%.

Potensfunktioner forekommer bl.a. inden for geometri ved beregning af arealer og rumfang, f.eks. y = x^2 og y = x^3.

Hvis y kan findes af en formel f(x) med x som ubekendt, vil en x-ændring medføre en y-ændring.

I en lineær funktion y = b + a*x vil x-ændringen +1 give y-ændringen +a, som kaldes væksttallet eller hældningen. Lineær vækst kaldes derfor også ++vækst.

I en eksponentiel funktion y = b*a^x vil x-ændringen +1 ændre y med faktoren *a og dermed med vækstprocenten r = a-1. Eksponentiel vækst kaldes derfor også +*vækst.

I en potens funktion y = b*x^a vil x-ændringen 1% give y-ændringen a%, som kaldes elasticiteten. Eksponentiel vækst kaldes derfor også **vækst.

Graferne for de tre vækstformer giver rette linjer på hhv. almindeligt ++papir, enkeltlogaritmisk +*papir og dobbeltlogaritmisk ** papir, hvor en logaritmeskala er en teknisk betegnelse for en gangeskala, hvor alle gangeskridt er lige lange.

Modellering med regression

De tre vækstformer udgør tilsammen konstant vækst. De to typiske opgaver er prognoseopgaver, hvor man skal finde y med kendt x, eller omvendt; og modelopgaver, hvor man skal opstille en formel ud fra en tabel med to linjer, og hvor væksten kan findes af vækstformler eller ved at anvende en formelregner til regression.

Regression kan også modellere variabel vækst, f.eks. et polynomium af grad 2 med konstant krumning, eller et polynomium af grad 3 med konstant modkrumning, osv.

Dvs. en tabel giver 2 linjer grad 1 i et polynomium, 3 linjer giver grad 2, 4 linjer giver grad 3 osv.

Den kvantitative litteraturs tre genrer: Fakta, fiktion og fidus

Matematikmodeller er eksempler på kvantitativ litteratur, der ligesom kvalitativ litteratur har tre genrer: fakta, fiktion og fidus. De tre genrer kan eksemplificeres med tre påstande: ‘DA København ligger på Sjælland, SÅ ligger København lavt’; ‘HVIS København lå i alperne, SÅ lå København højt’, og ‘HVIS København ligger først i sætningen, så ligger den lavt.’

Fakta er ‘DaSå’ beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det beregnelige:

DA prisen er 4 kr./kg, SÅ koster 6 kg 6*4 = 24 kr.

Fakta-beregninger kontrolberegnes:

T = 3 kg. á 4 kr./kg. = 3*4 kr. = 15 kr., hov regnefejl, T = 12 kr.

Et eksempel er regnefejlen, som fik marssonden Mars Climate Orbiter til at falde ned:

2 cm + 3 tommer = 5 cm

Fiktion er 'HvisSå' beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det uberegnelige:

HVIS indkomsten er 4 kr./dag, SÅ vil 6 dages indkomst være 6*4 = 24 kr.

Fiktions-beregninger scenarieberegnes:

Hvis indkomsten er mellem 4 og 5kr./dag, så vil 3 dages indkomst vil ligge mellem 12 kr. og 15 kr.

Fidus er 'HvadSå' beregninger, som kvantificerer ikke-kvantificerbare kvaliteter:

Hvis prisen på en gravplads er 10 kr./dag, og prisen på en hospitalsplads er 10.000 kr./dag, så er det billigere at have folk liggende på kirkegården end på hospitalet.

Og HVADSÅ, betyder det, at hastighedsgrænsen skal sættes op til 200 km/time for at spare penge? Fidus-beregninger afvises og henvises fra kvantitativ ital-sættelse i talsproget til kvalitativ itale-sættelse i talesproget.

Calculus som opsamling af og opdeling i variable per-tal

Matematik C bør også give en kort introduktion til matematik B, som hedder calculus internationalt, og som omhandler den fjerde og sidste foreningsteknik, foreniing af variable pertal. Et eksempel er gennemsnitsregning: Hvis prisen er 5 kr/kg for de første 10 kg og derefter 4 kr/kg, hvad er så prisen ved køb af 16 kg?

Algebraisk opstilles en nota med tre linjer, som giver svaret p = (5*10+4*6)/(10+6) kr/kg.

Geometrisk ses, at per-tal forenes som arealet under per-tals kurven, dvs. som Σ p*Δx, hvilket TI.82 skriver som ∫ p dx.

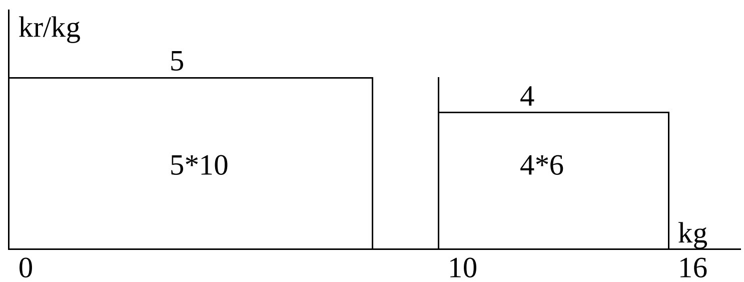
I dette eksempel er per-tallet stykkevis konstant.

Calculus omhandler variable per-tal, som kan betragtes som lokalt konstante, dvs. uden spring.

Men stadig sker foreningen ved at finde arealet under per-tals kurven.

10 kg á 5 kr/kg giver 10*5 = 50 kr
6 kg á 4 kr/kg giver 6*4 = 24 kr

16 kg á ? $/kg giver 50+24 kr



Materiale

CAS baseret modelmatematik er afprøvet på to matematik C klasser, og hver gang bestod stort set alle. Materialet er publiceret og kan hentes gratis på http://mellemskolen.net/materiale/gymnasiet/.

Der er et teorikompendium samt et projektkompendium med modeller for bl.a. prognoser, befolkningsvækst og fødevarevækst, golf, indsamling, kørsel og kursudsving ved overtagelsesforsøg. Samme sted findes også gratis kompendier til B- og A-niveauet. Endelig findes der som sagt en vejledning som video på YouTube.

Med per-tal består alle matematik B

Indsendt til LMFK-bladet nr. 3 2013, men afvist.

Verden skriger på ingeniører, og alligevel har adgangsvejen, matematik B, rekordhøj dumpeprocent. Hvad kan der gøres? Potentielt kan hver anden dreng blive ingeniør som 22årig, men to ting står i vejen: En linjeopdelt skole, som uddanner til embeder i den offentlige administration, og som de nordamerikanske republikker da også har erstattet med en blokopdelt skole, som afdækker og udvikler den unges individuelle talent gennem daglige lektier i selvvalgte halvårsblokke. Og den fjerde og sidste regneart, calculus, der fremstilles som svær til trods for, at den er let. Dumpning på matematik B stopper, hvis man henter råd på matematikkongressen ICME, som afholdes hvert fjerde år, men hvis hjemmesider forbliver åbne.

Her findes emnegrupper om bl.a. calculus. På ICME 11 findes således artiklen 'Pastoral Calculus Deconsrtucted' (http://tsg.icme11. org/document/get/TSG/695) med tilhørende YouTube video (http://youtu.be/yNrLk2nYfaY). Det er min rapport om, hvordan en postmodernisering kan gøre calculus, og dermed matematik B, tilgængelig for alle.

Postmoderne skepsis afdækker kontingens gennem dekonstruktion, dvs. afslører skjult, 'pastoralt', formynderi ved at finde alternativer til vedtægter præsenteret som natur. Tænkningen stammer fra den franske republik og er inspireret af antikkens græske sofister, som sagde, at kun oplysning om forskel på natur og vedtægt kan forhindre skjult formynderi i form af vedtægt præsenteret som natur (kilde: Russell, B. (1945). A History of Western Philosophy. New York: A Touchstone Book.).

For at skelne natur fra vedtægt kan vi derfor spørge: Hvad er anderledes, hvis calculus respekterer matematikkens rødder som en naturvidenskab om det naturlige faktum Mange?

Matematik som en naturvidenskab om Mange

Dagligt ser vi mange eksempler på Mange: Mange mennesker, huse, biler, osv. Vi omgås Mange med to kompetencer, at tælle og at regne. Tælling giver som resultat et tal og en stykenhed. Forhold mellem to styktal giver så per-tal som 3kr/kg, 4 m/s eller 5m/100m = 5%, hvis enhederne er ens.

Efter optælling kan Mange forenes til en total, svarende til at algebra betyder at forene på arabisk. Skrevet på uafkortet form viser en total som T = 354 = 3*10^2 + 5*10 + 4*1 fire forskellige foreningsmåder: plus, gange, potens og integration, idet totalen ved tegning viser sig at være en sum af arealer anbragt ved siden af hinanden.

Der findes fire foreningsmåder, fordi tal optræder på fire forskellige måder: som konstante og variable styktal og per-tal.

Foreningen af 3 kr og 5 kr forudsiges af plus-stykket T = 3+5. Foreningen af 3 kr 5 gange forudsiges af gange-stykket T = 3*5. Foreningen af 3% 5 gange forudsiges af potens-stykket T = 103%^5 – 100%, da man plusser 3% ved at gange med 103%. Og foreningen af 3 kg á 4 kr/kg og 5 kg á 6 kr/kg forudsiges af 3*4+5*6, dvs. af arealet under per-tals kurven, også kaldet integration, som ved at kombinere gange og plus er såre simpel.

Opdeling er det modsatte af forening, og opdelingsresultater forudsiges af de modsatte regnearter: minus, som finder forskellen; division, som tæller enheder; rod som finder faktorer; logaritme, som tæller faktorer; og differentiation, der regner tilbage til per-tallet ved, som det modsatte af gange efterfulgt af plus, at være minus efterfulgt af division, og som sådan er såre simpel.

Opsamling af Opdeling i	Variable	Konstante
Styktal kr, kg, s	**Plus:** **T = a + b** Minus: T – b = a	**Gange:** **T = a * b** Division: T/b = a
Per-tal kr/kg, kr/100kr = %	**Integration:** **T = ∫ f dx** Differentiere: dT/dx = f	**Potens:** **T = a ^ b** Rod: b√T = a Logaritme: loga(T) = b

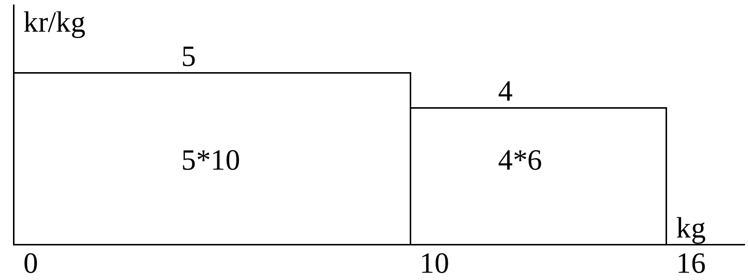
Altså, algebraisk kombinerer integration gange og plus, mens differentiation modsat kombinerer minus og division. Og geometrisk er integration arealet under per-tals kurven, mens differentiation er hældningen på total-kurven. Precalculus på matematik C handler om vækst med konstante styktal eller procenttal, altså om den anden og tredje foreningsmåde. Calculus på matematik B handler så om den fjerde og sidste foreningsmåde, vækst med variable per-tal.

Gennemsnit og brøker som eksempler på per-tal

Gennemsnitsregning er et eksempel på forening af variable styktal og per-tal: 3 kg á 4kr/kg og 5 kg á 6 kr/kg giver 8 kg á ? kr/kg. Her forenes styktallene 3 og 5 ved plus, hvorimod per-tallene 4 og 6 forenes ved arealet under per-tals kurven:

10 kg á 5 kr/kg giver 10*5 = 50 kr
6 kg á 4 kr/kg giver 6*4 = 24 kr

16 kg á ? $/kg giver 50+24 kr



Det omvendte spørgsmål lyder: ’3 kg a 4 kr/kg og 5 kg á hvor mange kr/kg giver 8 kg a 7 kr/kg?’ Per-tallet fås ved at trække den første total T1 fra den samlede total T og derefter dividere med 5, altså ved differentiation: per-tal p = (T-T1)/5 = ΔT/5.

Brøker er også per-tal: 3 kr per 5 kg = 3kr/5kg = 3/5 kr/kg. Eksempelvis forenes 1 cola af 2 flasker med 2 colaer af 3 flasker ved regnestykket T = ½*2 + 2/3*3 = 3/5*5, idet vi igen forener styktallene 2 og 3 med plus, of per-tallene ½ og 2/3 ved arealet under per-tals kurven.

Det lyder utroligt i dag, men tidligere påstod lærebøger, at ½ + 2/3 gav 7/6, altså at totalen skulle være syv colaer af seks flasker. Matematik, som er sand i biblioteket, men ikke i laboratoriet, kan kaldes ’matematisme’. Denne afart er heldigvis på vej ud af matematikken.

Tre typer konstans

I gennemsnitsregning er per-tallet stykkevis konstant. Hvordan beregnes gennemsnit af et voksende per-tal, som f.eks. en frit faldende genstands meter/sekund tal, også kaldet hastighed?

Igen giver arealet under per-tals kurven svaret, da variable tal som regel er lokalt konstante (kontinuerte). Lokal konstans over et lille stykke er den tredje af tre former for konstans:

Et variabelt tal y er globalt konstant c, hvis der for alle positive tal d gælder, at afstanden mellem y og c er mindre en d.

Et variabelt tal y er stykkevis konstant c, hvis der eksisterer en intervalradius e, så der for alle positive tal d gælder, at afstanden mellem y og c er mindre en d inden for e.

Et variabelt tal y er lokalt konstant c, hvis der for alle positive tal d gælder, at der eksisterer en intervalradius e, så afstanden mellem y og c er mindre en d inden for e.

Da lokal konstans er konstans over små stykker, beregnes arealet under per-tals kurven som en sum af mange små arealstrimler, hvilket sker hurtigt med en computer.

Men der findes en snedig genvej, for ved opsummering af enkelt-tilvækster forsvinder mellemtallene, så den samlede tilvækst blot er forskellen mellem start-tallet og slut-tallet.

Tal T	Enkelt-tilvækster ΔT	Opsummeret Σ Δ T
to		
t1	t1 – to	t1 – to
t2	t2 – t1	t2 – to
t3	t3 – t2	t3 – to

Figur. Opsummering af mange enkelt-tilvækster giver én samlet tilvækst = sluttal - startstal

Genvejen til beregning af arealet under en y-kurve er altså at omskrive areal-strimler y*dx til areal-tilvækster dA.

Antag at vi kan vise, at for en lille x-tilvækst, dx, kan arealstrimlen 2*x*dx omskrives til tilvæksten d(x^2). De små arealstrimler under per-tals kurven y = 2x har da størrelsen y*dx = 2*x*dx = d(x^2). Opsummeres disse eneklt-tilvækster fra x = 1 til x = 4 fås den samlede tilvækst af x^2, som er slut-tal minus start-tal, dvs. 4^2 – 1^2 = 15. Dette resultat kan testes på en CAS-regner.

Hvis vi bruger et gammeldags S som symbol for en sum af små tilvækster, kan vi nu skrive:

Areal = $\int_1^4 2x dx$ = $\int_1^4 d(x^2)$ = $\Delta x^2 \mid {4 \atop 1}$ = 4^2 – 1^2 = 15

For at udnytte genvejen fuldt ud, må vi se nærmere på tilvækstregning

Tilvækstregning

Omskrivningen ovenfor af tallet 345 viser, at et tal i virkeligheden er en formel med mange led, også kaldet en potens-sum eller et poly-nomium. Potensers vækst kan studeres ved at se på et rektangel med siderne f og g, der begge antages at afhænge af sammen variabel x.

df	df * g	df * dg
f	A = f * g	f * dg
	g	dg

En lille tilvækst i x, dx, giver en lille tilvækst i f og g, df og dg, som giver arealet A = f*g en lille tilvækst, dA, som består af tre stykker, df * g, f * dg og df * dg.

Da df*dg kan gøres vilkårlig lille, vil dA og f*dg + f*dg være lokalt ens.

Dannes vækstforholdet med dx, fås følgende formel for den lokale tilvækst:

d(f*g)/dx = df/dx*g + f*dg/dx, eller (f*g)’ = f’*g + f*g’, hvor df/dx = f’.

Hvis y = x, så er y’ = dy/dx = dx/dx = 1.

Hvis y = x^2 = x*x, så er y’ = (x*x)’ = x’*x + x*x’ = 1*x + x*1 = 2x

Hvis y = x^3 = x^2*x, så er y’ = (x^2*x)’ = (x^2)’*x + x^2*x’ = 2x*x + x^2*1 = 2x^2+x^2 = 3x^2

På samme måde indses at (x^4)’ = 4x^3, (x^5)’ = 5x^4 osv. Da (x^2)’ = d(x^2)/dx = 2x har vi hermed vist, at 2*x*dx = d(x^2).

Hældningsregning

Tegnes forskellige eksempler på talformlen y = a*x^3 + b*x^2 + c*x + d, ser vi, at y-kurven begynder i d med hældning c, som den så krummer væk fra, for senere (eller før) at krumme tilbage imod. Derfor kan vi kalde d for start-niveau, c for start-hældning, b for start-krumning og a for modkrumning.

Disse navne stemmer overens med de tilsvarende niveau-, hældnings- og krumningsformler:

y = a*x^3 + b*x^2 + c*x + d = d for x = 0

y’ = 3a*x^2 + 2b*x + c = c for x = 0

y’’ = 6a*x + 2b = 2b for x = 0

Da per-tallet angiver hældningen på totalkurven, vil et fortegnsskift i per-tallet fra minus til plus ændre kurvens udseende fra aftagende til voksende gennem et mellemliggende bundpunkt. Tilsvarende findes et toppunkt, hvor per-tallet har fortegnsskift fra plus til minus. Endvidere ses, at toppunkt og bundpunkt hører sammen med hhv. negativ og positiv krumning.

	2		4		x	
	LokMax		LokMin		y = x^3 – 9x^2 + 24x + 5	
+	0	–	0	+	y' = 3x^2 – 18x + 24	= 0 for x = 2 og x = 4
	–	0	+		y’’ = 6x – 18x	= 0 for x = 3

Figur. Fortegnsskift i y’ og y’’ oplyser om vækstforholdene for y

Hvis per-tallet er konstant, er kurven lineær. Hvis per-tallet er stykkevis konstant, er kurven stykkevis lineær. Hvis per-tallet er lokalt konstant, er kurven lokalt lineær. Fastholdes det lokale per-tal, vil kurven følge en ret linje, der er lokalt sammenfaldende med kurven omkring røringspunktet, og som kaldes kurvens tangent. Tangentens ligning er derfor $\Delta y/\Delta x = dy/dx$, hvor $\Delta y = y - yo$ og $\Delta x = x - xo$

Den historiske baggrund for calculus

Calculus opstod, da England ønskede at bruge stjålent spansk sølv til indkøb af peber og silke i Indien, og måtte sejle efter månen på åbent hav for at undgå Portugals befæstning af Afrikas kyst. Kirkens opfattelse af, hvordan månen bevæger sig, blev undsagt af Newtons fire nej'er:

Nej, månen bevæger sig ikke mellem stjernerne, den falder mod jorden som æblet, dog i et fald, hvis krumning svarer til jordkuglens, og som derfor er evigt. Nej, månen og æblet følger ikke en metafysisk Herres uberegnelige vilje, de følger deres egen fysiske vilje, som er beregnelig, da den følger en formel for tyngdekraft. Nej, en kraft giver ikke bevægelse, men ændring i bevægelse. Nej, algebra kan ikke bruges til ændringsregning, vi skal udvikle en ny regneart, calculus.

Modelbygning med regression

Talformlen T = 3*x^2 + 5*x + 4*1 giver anledning til forskellige formeltyper:

Rette linjer med konstant vækst, y = a*x + b, hvor bestemmelse af de 2 konstanter a og b kræver en tabel med 2 rækker af sammenhørende x- og y-værdier.

Krumme linjer (parabler) med konstant acceleration, y = a*x^2 + b*x + c, hvor bestemmelse af de 3 konstanter a, b og c kræver en tabel med 3 rækker af sammenhørende x- og y-værdier.

Krumningsskiftende linjer (dobbeltparabler), y = a*x^3 + b*x^2 + c*x + d, hvor bestemmelse af de 4 konstanter a, b, c og d kræver en tabel med 4 rækker af sammenhørende x- og y-værdier.

I matematikmodeller kan regression omsætte data-tabeller til formler, der kan besvare relevante spørgsmål. Ved per-tals tabeller vil man typisk spørge efter det gennemsnitlige per-tal. Og ved styktals-tabeller vil man typisk spørge til vækstforhold og til optimerende top- eller bundpunkter.

Navngivning

Hvorfor supplere officielle betegnelser som monotoniforhold med alternative som vækstforhold? Fordi postmoderne tænkning udviser sepsis over for vedtægt præsenteret som natur, som f.eks. monotoniforhold, der mere naturligt kunne betegnes som vækstforhold, og som postmoderne skepsis derfor dekonstruerer for at afsløre skjulte alternativer, der er mere naturlige, om som måske gør det betegnede lettere at forstå og at lære.

Konklusion

Calculus udøver skjult formynderi ved at fortie sin oprindelse som forening af variable per-tal. Dette gør calculus svær med høje dumpeprocenter til følge. Modsat er forening af variable per-tal så enkelt at forstå, at alle består matematik B eksamen, hvoraf et stort flertal vil søge uddannelse inden for anvendelse af per-tal som økonom eller ingeniør. Per-tals baseret calculus giver nemlig rigelig med tid til repetition af stoffet, til at lave projekter til mundtlig eksamen og til ekstra skriftlige opgaver både med og uden CAS-regner til skriftlig eksamen. Den store dumpeprocent på matematik B er altså ikke natur, men en bevidst eller ubevidst vedtægt, som præsenteres som natur. Man kan natur-ligvis undskylde sig med, at man ikke var oplyst om alternativet til den herskende tradition. Det er netop derfor, kontingensforskning er udviklet som metode til gennem postmoderne dekonstruktion at afdække skjulte alternativer til vedtægt præsenteret som natur. Per-tals alternativet gør calculus-undervisning til et valg. Man kan nu ikke længere undskylde sig med blot at følge ordrer. Man må realisere sin natur som menneske gennem et bevidst valg: Skal jeg opretholde en høj dumpeprocent, eller skal jeg gøre den sidste af de fire foreningsmåder, calculus, tilgængelig for alle?

Materiale

Materiale om per-tals baseret calculus kan hentes gratis på http://mellemskolen.net/materiale/ gymnasie t/. Her findes er et teori-kompendium til matematik B, og et projekt-kompendium med 15 matematikmodeller for bl.a. afstandsbestemmelse, prognoser, pension, golf, indsamling, vinkartonner, kørsel, kursudsving ved overtagelsesforsøg, lineær programmering, spilteori, mm. Samme sted findes også gratis kompendier til C- og A-niveauet. Endelig findes der som sagt en vejledning som video på YouTube.

Personligt er der nu tredje gang, jeg publicerer lærebogsmateriale om Calculus.

’Matematiske Vækstmodeller’, GMT 1974, tilbød modelbygningens vekselvirkning mellem problemer og løsninger i virkeligheden og matematikken som alternativ til den herskende tradition, som stort set var renset for omverdenseksempler.

’Differentialregning og integralregning’, Lyng 1981, havde kompendiets korte form. Det indførte betegnelserne lokalt konstant og lokalt lineær, det viste at integralregning kan behandles før differentialregning, det brugte computere i beviser, og det indeholdt mange programmerede opgaver med elevsvar til rutinetræning.

UNDERVISNINGSMATERIALE

KerneMatematik C

Et kompendium i **KerneMatematik** og **AppendixMatematik**, men uden **FodnoteMatematik**

Fra MATEMATIK-undervisning

Til MATEMATIK-læring

Dette kompendium er skrevet med henblik på første halvdel af et kursus i matematik på C-niveau. Først behandles 'kernematematikken': Plus- og gange-vækst, retvinklet trekant og statistik. Så 'appendix-matematikken' potensvækst og ikke retvinklede trekanter. 'Fodnotematematik' som potens- og brøkregning mm er udeladt.

Den anden halvdel kan da bruges til uddybning, træningsopgaver, temaer og projekter.

Et kompendium er et svar på spørgsmålet: 'Hvordan omlægges matematiktimen fra matematikundervisning til matematiklæring?'

Læringsarbejdet udføres af den enkelte, som kan opfattes som en 'senmoderne konstruktivist'.

I senmoderniteten gør informationsteknologien konstruktivisten skeptisk over for traditioner. Faget kan ikke mere hælde viden på, men må tillade konstruktivisten at konstruere sin egen viden gennem arbejdet med autentiske og meningsfulde opgaver.

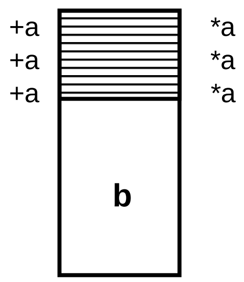
Dvs. konstruktivisten skaber sin egen matematik, ikke ved at læse om matematik, med ved at arbejde med det matematik-skabende. Konstruktivisten udvikler gerne autoriserede rutiner, men autoriseringen skal komme fra laboratoriet, ikke fra biblioteket.

Der er medtaget en side om matematikkens historie for at vise matematikkens kulturelle betydning som et forudsigelses-sprog.

Kompendiet er opbygget, så den lærende oplever matematik som forudsigelser, der bagefter kan testes ved afprøvning. Alle rutineopgaver har facit.

+ VÆKST *** VÆKST**

b + a*n = y = b * a^n



Teori

Opgaver, temaer og projekter

af Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net, Version 1508

Matematik forudsiger

Matematik	Matematik er en samlet betegnelse for tre områder, algebra, geometri og statistik
Algebra Opdele og genforene tal	Algebra (regning) bruges til at forudsige optællingsprocesser, enten slutresultatet elle enkeltdelene.
Geometri Opmåle jordstykker	Geometri (jordmåling) bruges til at opmåle plane figurer eller rumlige former.
Statistik Optælle status	Statistik (tælling) bruges til at optælle forskellige fænomeners aktuelle størrelser.

Matematik består af to hovedområder: algebra og geometri samt statistik

Algebra betyder genforening på arabisk. Algebra kan oversættes til regning. Algebra giver svaret på spørgsmålet: Hvordan kan vi forene enkelt-tal til en total? Geometri betyder jordmåling på græsk. Jorden er det vi lever på og lever af, og som vi derfor må dele. Algebra og geometri opstod historisk som svar på de to grundlæggende spørgsmål: Hvordan deler vi vor jord og det den producerer?

Oprindeligt brødfødte mennesker sig som andre dyr, som jægere og samlere.

Det første kulturskift sker med indførelse af agerbrugskultur i varme floddale hvor alt kunne produceres, specielt peber og silke. Højlandsfolket havde derfor ingen varer at bytte med, kun ædelmetaller, især sølv.

Sølvminerne uden for Athen finansierede den græske kultur og det græske demokrati. Sølvminerne i Spanien finansierede det romerske imperium som brød sammen da minerne erobredes først af vandaler siden arabere.

Efter år 1000 findes sølv i Harzen. Handelsvejene genopstår og financierer italiensk renæssance og tyske fyrstendømmer. Italien bliver så rigt og kan udlåne penge ved at skabe banker, hvilket fører til rentesregning.

Handelen formidles af arabere, som udvikler både den græske geometri, og en ny regnekunst, algebra.

Den græske geometri opstod da Pythagoras opdagede to formler, som kunne bruges til at forudsige lyde og former. For at skabe vellyd skal strenges længde have bestemte tal-forhold. I retvinklede trekanter er to sider frie, men den sidste kan forudsiges af Pythagoras' læresætning: a^2 + b^2 = c^2. Pythagoras overfortolkede sin succes ved at hævde: Alt er tal.

I Athen blev filosoffen Platon inspireret af Pythagoras til at oprette et akademi, som bygger på troen på, at alt fysisk er eksempler på metafysiske former, som f.eks. geometrien der kunne udledes som eksempler på metafysiske aksiomer. 'Kom kun ind hvis du kender geometri' havde Platon skrevet over akademiets indgang.

Det lykkedes dog ikke Platon at finde flere formler. Og hans akademi blev omdannet til kirkens klostre, der senere blev omdannet til vore dages universiteter.

Den næste formel blev fundet i Italien af Galilei som målte strækning s og tid t for et skråt fald på et skråplan og fandt at s=½*g*t^2. Italien gik dog bankerot da prisen for peber faldt til 1/3 i Lissabon da portugiserne opdagede den anden vej til Indien rundt om Afrika, og herved kunne springe de arabiske mellemhandlere over. Spanien forsøgte at finde en tredje vej til Indien: Ved at sejle mod vest opdager de Vestindien, hvor der hverken er peber eller silke, men til gengæld rigeligt med sølv, f.eks. i sølvlandet Argentina.

Englænderne stjæler en del af det spansk sølv og forøger at finde en fjerde vej til Indien, over havet uden landkending. Her skal man sejle efter månen, og man spurgte derfor: Hvordan bevæger månen sig?

Kirken sagde: Mellem stjernerne. Newton sagde: Månen falder mod jorden ligesom æblet, den falder blot så skævt at jorden er krummet væk inden den rammer, hvorfor månen udfører et evigt fald rundt om jorden.

Hvorfor falder æblet til jorden? Kirken sagde: Det er en metafysisk vilje som sker i himlen som på jorden. Og Herrens vilje er uforudsigelig, så alt hvad du kan gøre er at tro, gå i kirke og lære at bede.

Newton sagde: Det er en fysisk vilje som sker overalt. Men denne vilje, tyngdekraften, er forudsigelig da den kan sættes på formel. Så alt hvad du skal gøre er at vide, gå i skole og lære at regne.

Brahe brugte sit liv på at måle planetpositioner. Kepler fortolkede Brahes data korrekt, men kunne ikke validere sine 3 love uden at opsende nye planeter. Newton kunne derimod validere sin tyngdekraft med faldende ting og penduler. Newtons succes førte til oplysningstiden, hvor man indså at med formler behøver man ikke mere formynderiet fra de to herrer, Herremanden og Vorherre, men man kunne nu opbygge et demokrati og en industrikultur baseret på formlernes evne til at forudsige naturens adfærd, og på den varebaserede trekantshandel der kom med opdagelsen af, at der var flere penge at tjene på bomuld end på silke.

Regningsarter forudsiger

Regningsarter bruges til at forudsige totalen T. Der er 2*4 regningsarter til opsamling af/opdeling i forskellige typer tal:

Opsamling af Opdeling i	Uens	Ens
Styktal Kr,kg,s	Plus + Minus -	Gange * Division /
Pertal Kr/kg, kr/100kr, %	Integration ∑ Differentiat. Δ	Potens ^ Logaritme & rod

a kr og n kr er totalt T kr: a+n = T
a kr n gange er totalt T kr: n*a = T
r % n gange er totalt T%: (1+r)^n = 1+T
a1 kg á p1 kr/kg + a2 kg á p2 kr/kg er totalt T kr:
p1*a1+ p2*a2 = T: ∑ p*a = T

Algebra betyder at samle eller genforene på arabisk. Algebra kan oversættes til regning, forudsigelse. Algebra giver svaret på spørgsmålet: Hvordan kan vi forudsige optællingen af enkelttal til en samlet total? Der er fire måder at opsamle enkelttal på: plus (+), gange (*), potens (^) og integration (∑).

Job	Optæl	Forudsig
32kr og 63 kr 2kr 36 gange 20% 5 gange	1,2,…,95 2,4, …,72 120, 144...	T = 32+63 T=72*2 T=120%^5

Plus + bruges til at forudsige opsamling af uens enkelttal:
2kr og 3 kr og 4 kr er totalt T kr: 2+3+4 = T
(Optælling: 1,2 3,4,5 6,7,8,9. Forudsigelse: T=2+3+4=9 ☺.
2: et led)
Gange * bruges til at forudsige opsamling af ens enkelttal:
2kr + 2kr + 2kr + 2kr + 2kr = 5 gange 2kr = T, 5*2 = T
(Optælling: 2, 4, 6, 8, 10. Forudsigelse: T = 5*2 = 10 ☺.
5: en faktor)
Potens ^ bruges til at forudsige opsamling af ens procenttal: 5 gange 2% er totalt T%, 102%^5 = 1+T (Optælling: 100, 102, 104.04, 106.12, 108.24, 110.41. Forudsigelse: T = 102%^5 = 110.41. 102%: et grundtal, 5: en eksponent)
Integration ∑ eller ∫ bruges ved opsamling af forskellige per-tal:
2kg á 7kr/kg + 3kg á 8kr/kg er totalt T kr: 7*2 + 8*3 = T , ∑ kr/kg * kg = T , ∫ p*dx = T

Omvendte regningsarter findes til alle regningsarter, og bruges til at opdele en total i enkelttal.
15-3 forudsiger svaret på spørgsmålet 3+? = 15, hvor totalen 15 opdeles i 2 uens led (ukendt led).
(Afprøvning: 3+2=5 nej, 3+3=6 nej, … Forudsigelse: ? = 15-3 = 12. Test 3+12 = 15 ☺)
$\mathbf{\frac{15}{3}}$ forudsiger svaret på spørgsmålet 3*? = 15, hvor totalen 15 opdeles i 3 ens led (ukendt faktor).

(Afprøvning: 3*2=6 nej, 3*3=9 nej, … Forudsigelse: ? = $\frac{15}{3}$ = 5. Test 3*5 = 15 ☺)

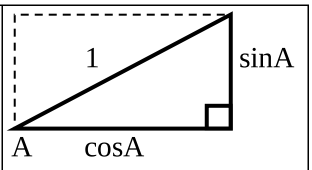
$\mathbf{\sqrt[3]{125} = 125\text{^}\frac{1}{3}}$ foruds. svaret på sp.målet ?^3 = 125, hvor 125 opdeles i 3 ens faktorer (ukendt grundtal).

(Afprøvning: 2^3=8 nej, 3^3=27 nej, … Forudsigelse: ? = $\sqrt[3]{125}$ = 5. Test 5^3 = 125 ☺) $\frac{1}{3}$: 3reciprok.

log3243 = $\frac{\log 243}{\log 3}$ = $\frac{\ln 243}{\ln 3}$ forudsiger svaret på spørgsmålet 3^? = 243, hvor totalen 243 opdeles i ens 3faktorer (ukendt eksponent). Log er en forkortelse for log10 . Ln er en forkortelse for loge, hvor e = 2.7182818

(Afprøvning: 3^2=9 nej, 3^3=27 nej, … Forudsigelse: ? = $\frac{\log 243}{\log 3}$ = = 5. Test 3^5 = 243 ☺)

sin, cos og tan. En diagonal deler et rektangel i 2 ens retvinklede trekanter. Lad diagonalen have længden 1. sinA forudsiger længden af siden over for A(væggen), og cosA forudsiger siden hos A (gulvet). tanA forudsiger længden af væggen hvis gulvet er 1.
Omvendt forudsiger sin-1A vinklen over for væggen. cos-1A forudsiger vinklen hos gulvet, og tan-1A forudsiger vinklen over for væggen hvis gulvet er 1.



Opgaver. Besvar spørgsmålene ved afprøvning, forudsigelse og test (løs ligningerne)

1. 4+? = 20, 4*? = 20, 4^? = 20, ?^4 = 20 2. 5+? = 40, 5*? = 40, 5^? = 40, ?^5 = 40 3. 6+? = 80, 6*? = 80, 6^? = 80, ?^6 = 80 4. 7+? = 90, 7*? = 90, 7^? = 90, ?^7 = 90	5. Indtegn på millimeterpapir en kvart cirkel med radius 10 cm. Indtegn forskellige retvinklede trekanter. Forudsig og test længden af væg og gulv. Forudsig og test vinklerne.

Ligninger, tilbageregning

<table>
<tr>
<td>En ligning (x+3 = 15) består af et start-tal, en beregning og et slut-tal. Enhver beregning kan vendes om så slut-tallet tilbage-beregnes til start-tallet ved at udføre den omvendte beregning.
Flyt til MODSAT side med MODSAT regnetegn.
Bemærk: 2+3 = 3+2 , 2*3 = 3*2 , 2^3 ≠ 3^2</td>
<td>
<table>
<tr><td>?+3 = 15</td><td>?*3 = 15</td><td>?^3 = 125</td><td>3^? = 243</td></tr>
<tr><td>x+3 = 15</td><td>x*3 = 15</td><td>x^3 = 125</td><td>3^x = 243</td></tr>
<tr><td>x = 15-3</td><td>$x = \frac{15}{3}$</td><td>$x = \sqrt[3]{125}$</td><td>$x = \frac{\log 243}{\log 3}$</td></tr>
<tr><td>+ <-> -</td><td>* <-> /</td><td>eksp <-> rod</td><td>gr.tal <-> log</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

En Ligning består af et start-tal, en beregning og et slut-tal, evt. i modsat rækkefølge: a+b = T, T = a+b.

x+3 = 15	Spørgsmål: Hvad er det tal, som plusset med 3 giver 15?
x = 15-3	Forudsigelse: 15-3 er det tal, som plusset med 3 giver 15. Test: 3+(15-3) = 15
Regel	**Plus-tal overflyttes som minus-tal, og omvendt**

x*3 = 15	Spørgsmål: Hvad er det tal, som ganget med 3 giver 15?
$x = \frac{15}{3}$	Forudsigelse: $\frac{15}{3}$ er det tal, som ganget med 3 giver 15. Test: $3*\frac{15}{3} = 15$
Regel	**Gange-tal overflyttes som divisions-tal, og omvendt**

x^3 = 125	Spørgsmål: Hvad er det tal, som opløftet i 3de giver 15?
$x = \sqrt[3]{125}$	Forudsigelse: $\sqrt[3]{125}$ er det tal, som opløftet i 3de giver 15. Test: $\sqrt[3]{125}$ ^3= 125
Regel	**Eksponent overflyttes som rod og omvendt**

3^x = 243	Spørgsmål: Hvad er det antal gange, der skal ganges med 3 for at få 243?
$x = \frac{\log 243}{\log 3}$	Forudsigelse: $\frac{\log 243}{\log 3}$ er det antal gange, der skal ganges med 3 for at få 243. Test: 3 ^ $\frac{\log 243}{\log 3}$ = 243
Regel	**Grund-tal overflyttes som logaritme, og omvendt**

Et blandet regnestykke indeholder flere regnestykker, men kan reduceres til et enkelt regnestykke ved at sætte en skjult parentes om det stærkeste regnestykke:
T = 2+3*4 = 2+(3*4) , T = 2+3^4 = 2+(3^4) , T = 2*3^4 = 2*(3^4) <u>Prioritet: 1. (), 2.^, 3. *, 4. +</u>

Formel-formular (lignings-skema) kan bruges til dokumentation af ligningsløsning

Her skrives det ukendte tal	c = ?	T = a+b*c	*Her skrives formlen*
Her skrives de kendte tal	a = 2	T = a+(b*c)	*Fra blandet til enkelt regnestykke med skjult parentes*
	b = 3	T-a = b*c	*+ over flyttes som det modsatte, -*
	T = 14	$\frac{(T-a)}{b} = c$	** over flyttes som det modsatte, /* *Parentes om det regnestykke der var i forvejen*
		$\frac{(14-2)}{3} = c$	Tallene indsættes *Løsningen beregnes*
		4 = c	
Her udføres eventuel test	Test	14 = 2+3*4 14 = 14 ☺	*Løsningen testes fordi vi har ændret en T-formel til en c-formel*

Ved modsat fortegn flyttes den ubekendte først:

c = ?	T = a-c
	T+c = a c = a-T

c = ?	$T = \frac{a}{c}$
	T*c = a $c = \frac{a}{T}$

Opgaver

Find de ukendte tal for formlen.

1. T = a+b*c	5. T = a-b*c
2. T = a+b/c	6. T = a-b/c
3. T = a*b^c	7. T = a/b^c
4. T = a+b^c	8. T = a-b^c

	T	b	a	c
1		1.5	12	20
2	60		12	20
3	60	1.5		20
4	60	1.5	12	

VækstRegning: Lineær, eksponentiel og potentiel

1. Kapitalen bliver a kr. større:

Kapital_{SLUT}	= Kapital_{BEG}	+ vækstal **(tilvækst)**
y	= b	+ a

y = ?	**y = b+a**
b = 20	y = 20+5
a = 5	y = 25

opg. A1-A4

b = ?	**y = b+a**
y = 20	y–a = b
a = 5	20–5 = b
	15 = b
test	*20 = 15+5*
	20 = 20 T.S.

opg. A9-A12

a = ?	**y = b+a**
y = 30	y–b = a
b = 23	30–23 = a
	7 = a
test	*30 = 23+7*
	30 = 30 T.S.

opg. A5-A8

a = ?	**b = y–a**
y = 21	b + a = y
b = 7	a = y–b
	a = 21-7
	a = 14
test	*7 = 21–14*
	7 = 7 T.S.

opg. C1-C12

2. Kapitalen bliver a kr. større x gange (lineær vækst):

Kapital_{SLUT}	= Kapital_{BEG}	+ vækstal · x
y	= b	+ a · x

y = ?	**y = b+a·x**
b = 20	y = 20+5·8
a = 5	y = 60
x = 8	

opg. A13-A16

b = ?	**y = b+(a·x)**
y = 60	y–(a·x) = b
a = 5	60–(5·8) = b
x = 8	**20 = b**
test	*60 = 20+5·8*
	60 = 60 T.S.

opg. A17-A20

a = ?	**y = b+(a·x)**
y = 60	y–b = a·x
b = 20	$\frac{(y-b)}{x} = a$
x = 4	(60-20)/4 = a
	10 = a
test	*60 = 20+10·4*
	60 = 60 T.S.

opg. A21-A24

x = ?	**y = b+(a·x)**
y = 60	y–b = a·x
b = 20	$\frac{(y-b)}{a} = x$
a = 8	(60-20)/8 = x
	5 = x
test	*60 = 20+8·5*
	60 = 60 T.S.

opg. A25-A28

3. Kapitalen bliver a gange større:

Kapital_{SLUT}	= Kapital_{BEG}	· vækstfaktor
y	= b	· a

y = ?	**y = b·a**
b = 20	y = 20·1.23
a = 1.23	y = 24.6

opg. B1-B4

b = ?	**y = b·a**
y = 20	y/a = b
a = 1.45	20/1.45 = b
	13.793 = b
test	*20 = 13.793·1.45*
	20 = 20.000 T.S.

opg. B9-B12

a = ?	**y = b·a**
y = 30	y/b = a
b = 23	30/23 = a
	1.304 = a
test	*30 = 23·1.304*
	30 = 29.992T.S.

opg. B5-B8

a = ?	**b = y/a**
y = 21	b · a = y
b = 17	a = y/b
	a = 21/17
	a = 1.235
test	*17 = 21/1.235*
	17 = 17.004 T.S.

opg. D1-D12

4. Kapitalen bliver a gange (r%) større x gange (eksponentiel)

Kapital_{SLUT}	= Kapital_{BEG}	· vækstfaktor x gange
y	= b	· a ^ x = b· (1+r) ^ x

y = ?	**y = b·(1+r)^x**
b = 20	y = 20·1.2^8
r = 20% = 0.20	y = 85.996
x = 8	

opg. A&B29-32

b = ?	**y = b·((1+r)^x)**
y = 60	y/((1+r)^x) = b
r = 20% = 0.20	60/(1.2^8) = b
x = 8	**13.954 = b**
test	*60 = 13.954·1.2^8*
	60 = 60.000 T.S.

opg. A&B33-36

r = ?	**y = b·((1+r)^x)**
y = 30	y/b = (1+r)^x
b = 20	$\sqrt[x]{(y/b)} = 1+r$
x = 5	$\sqrt[5]{(30/20)} - 1 = r$
	0.084 = **r= 8.4%**
test	*30 = 20·1.084^5*
	30 = 29.935 T.S.

opg. A&B37-40

x = ?	**y = b·((1+r)^x)**
y = 70	y/b = (1+r)^x
b = 20	$\frac{\log (y/b)}{\log (1+r)} = x$
r = 30% = 0.30	$\frac{\log (70/20)}{\log 1.3} = x$
	4.775 = x
test	*70 = 20·1.3^4.775*
	70 = 70.002 T.S.

opg. B41-44

4. Kapitalen bliver x gange større a gange (potentiel):

Kapital_{SLUT}	= Kapital_{BEG}	· vækstfaktor a gange
y	= b	· x ^ a

y = ?	**y = b·(x^a)**
b = 20	y = 20·8^1.2
a = 1.2	y = 242.515
x = 8	

opg. B13-B16

b = ?	**y = b·(x^a)**
y = 60	y/(x^a) = b
a = 1.2	60/(8^1.2) = b
x = 8	**4.948 = b**
test	*60 = 4.948·8^1.2*
	60 = 59.998 T.S.

opg. B17-B20

x = ?	**y = b·(x^a)**
y = 30	y/b = x^a
b = 20	$\sqrt[a]{(y/b)} = x$
a = 5	$\sqrt[5]{(30/20)} = x$
	1.084 = x
test	*30 = 20·1.084^5*
	30 = 29.935 T.S.

opg. B25-B28

a = ?	**y = b·(x^a)**
y = 70	y/b = x^a
b = 20	$\frac{\log (y/b)}{\log x} = a$
x = 1.2	$\frac{\log (70/20)}{\log 1.2} = a$
	6.871 = a
test	*70=20·1.2^6.871*
	70 = 69.998 T.S.

opg. B21-B24

Lineær vækst: Ret linie på millimeterpapir (++), eksponentiel vækst på enkeltlogaritmisk papir (+*), potentiel vækst på dob. log. (**)

Projekter til Matematik C

Med brug af formelregner TI-82

Indholdsfortegnelse

1. Projekt Prognoser

Problem fra virkeligheden

Vi ønsker at beregne to fremtidige værdier for en formue, der vokser med konstant vækst: Når formuen efter 2 og 5 måneder er hhv. 10 og 30 enheder, hvad vil den da være efter 8 måneder, og hvornår vil den være 60 eneheder?

1. Opstil en tabel med de givne oplysninger.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Oplist de formler, der skal bruges til at beregne de to ønskede værdier
4. Opstil en lineær model for væksten og brug den til at besvare de to spørgsmål algebraisk og geometrisk.
5. Opstil en eksponentiel model for væksten og brug den til at besvare de to spørgsmål algebraisk og geometrisk.
6. Opstil en potensmodel for væksten og brug den til at besvare de to spørgsmål algebraisk og geometrisk.
7. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.
8. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

2. Projekt Befolkningsvækst og Fødevarevækst

Problem fra virkeligheden

Den engelske økonom Malthus (1766-1834) forudsagde omkring år 1800 en kommende fødevarekrise: ”Da verdens befolkningen vokser eksponentielt og fødevaremængden lineært, vil befolkningstallet en dag overhale fødevaremængden med hungersnød til følge” (Malthus’ befolkningsprincip). Har Malthus ret?
Vi vil belyse problematikken med en model. Vi opstiller en tabel over tiden x angivet som antal år efter 1850; og verdens befolkning, der antages at være 1.59 mia i 1900 og 5.3 mia i 1990; og verdens fødevareproduktion, der antages at være 1.800 mia. dagsrationer i 1900 og 4.5 mia. dagsrationer i 1990. Befolkningstallet antages at vokse eksponentielt, og fødevaremængden antages at vokse lineært. Tabellens gyldighedsområde antages at være $0 < x < 250$.

1. Opstil en tabel for befolkningstallet og antal dagsrationer.

Formlen for befolkningstallet bestemmes ved ExpReg L1, L2, Y1. bogstaver.

2. Find en regressionsformel for hver af tabellens størrelser.
3. Fortolk betydningen af tallene i de to regressionsformler.
4. Illustrer de to størrelser geometrisk og find grafernes skæringspunkter.
5. Til kontrol, find algebraisk de to tidspunkter, hvor de to størrelser er ens.
6. Opstil en alternativ model, som bygger på den antagelse, at verdens befolkning vokser med 1% om året, og fødevaremængden med 40 om året
7. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til mundtlig eksamen.
8. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

3. Projekt Afstandsbestemmelse

Problem fra virkeligheden

Vi ønsker at bestemme afstanden fra en basislinie AB til et utilgængeligt punkt P

1. Udmål en basislinie AB og sigtevinklerne til B fra A og P.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Oplist de formler, der skal bruges til at beregne de øvrige stykker i trekant ABP, samt højden PC.
4. Beregn vinkel B i trekant ABR.
5. Beregn siden RB.
6. Beregn vinkel P i trekant PBR.
7. Beregn siden BP.
8. Beregn siden PC i trekant PBC.
9. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til mundtlig eksamen.
10. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

4. Projekt Broen

Problem fra virkeligheden

Over en 8 meter bred kløft skal bygges en hængebro af to krydsende stålbjælker fastgjort til klippevæggen 5 meter oppe og til en 3.5 meter lang stolpe, som er anbragt 1 meter fra kløften, og som er støttet af en stålwire, der danner en vinkel på 30 grader med vandret . De tre stållængder ønskes bestemt, samt samlingspunktet over kløften.

1. Konstruer en tegning af broen i målestoksforholdet 1:100. Påfør tegningen de opgivne mål samt relevante bogstaver.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Beregn længden af stålwiren
4. Beregn længden af de to stålbjælker.
5. Indlæg et passende koordinatsystem, og opstil i dette ligningerne for de to stålbjælker.
6. Find koordinaterne til stålbjælkerens skæringspunkt C.
7. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til mundtlig eksamen.
8. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

5. Projekt Statistik

Problem fra virkeligheden

Fra et spørgeskema er udtaget to spørgsmål, hvor følgende svar blev givet:
Hvor mange børn har din mor født? 4, 1, 2, 3, 4, 2, 3, 1, 2, 3, 2, 2, 2, 3, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 4, 1, 4, 5, 2, 2, 3, 3, 1, 2, 2, 2.
Hvor langt har du til skole? 5, 25, 17, 8, 16, 1, 7, 18, 1, 2, 17, 2, 5, 2, 1, 5, 14, 10, 5, 28, 4, 29, 18, 12, 3, 5, 8, 10, 4, 16, 19, 21, 4, 11, 10, 11, 20, 21, 4, 3, 25, 10, 21, 5, 20, 10, 5, 15, 2, 15.
Vi ønsker at sammenfatte de mange forskellige tal til 2-3 tal, som beskriver tallenes midte og variation.

1. Spørgsmål 1: Opstil de indsamlede data i en hyppighedstabel.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Beregn frekvenser og opsummerede frekvenser.
4. Find talmaterialets kvartilsæt, og oversæt det til journalist-sprog efter at have tegnet et boksplot.
5. Find talmaterialets middeltal, og oversæt dette til journalist-sprog.
6. Spørgsmål 2: Grupper de indsamlede data og opstil en hyppighedstabel.
7. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
8. Beregn frekvenser og opsummerede frekvenser.
9. Find talmaterialets kvartilsæt, og oversæt det til journalist-sprog efter at have tegnet et boksplot.
10. Find talmaterialets middeltal, og oversæt dette til journalist-sprog.
11. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.

6. Projekt Golf

Problem fra virkeligheden

Fra en placering på en 2 meter høj flad bakke skal en golfbold sendes over en 3 meter høj hæk, der befinder sig på bakken 2 meter væk, og ramme i et hul, der befinder sig 12 meter væk i højde nul.
Hvad er boldens banekurve? Hvilken højde har bolden i afstanden 10 meter? Hvornår har bolden højden 6 meter? Hvor højt når bolden op? Hvilken retning har bolden i begyndelsen? Hvilken retning har bolden ved nedslaget?

1. Indlæg et koordinatsystem, så golfbold befinder sig i punktet (x,y) = (0,2), og golfhullet i punktet (12,0).

2. Opstil en tabel over x og y og som indeholder modellens kendte og ukendte oplysninger.
3. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
4. Find en regressionsformel, der følger tabellens 3 talpar præcist. Hvor mange bøjninger er der?
5. Illustrer formlen geometrisk, og brug kurven til at finde de ukendte størrelser.
6. Til kontrol, brug også algebra til at finde de ukendte størrelser.
7. For at finde boldens retning hhv. i begyndelsen findes kurvens hældning i x = 0 ved hjælp af CAS-værktøjets dy/dx. Herefter kan vinklen v bestemmes af ligningen tan v = dy/dx.
8. Find på samme måde boldens retning ved nedslaget, i afstanden 10 meter og i højden 6 meter,
9. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.

7. Projekt Indsamling, Lafferkurve

Problem fra virkeligheden

Vi ønsker at indsamle et beløb til Operation Dagsværk blandt skolens 500 elever ved at sælge billetter til en fast pris. Hvilken af følgende tre indsamlingsmåder giver det største bidrag?
A. Uden markedsføring. Vi antager, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at ingen vil give over 40 kr, og at efterspørgslen falder hurtigt, så kun 100 kunder vil give 20 kr.
B. Med markedsføring. Vi antager, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at ingen vil give over 40 kr, og at efterspørgslen falder jævnt.
C. Med lotteri med 1 hovedpræmie på 500 kr og 3 sidepræmier på 200 kr. Et spørgeskema med spørgsmålet 'hvad vil du maksimalt betale?' viser, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at 480 kunder vil give 10 kr, 400 kunder vil give 20 kr, 200 kunder vil give 30 kr og 100 kunder vil give 40 kr.
1. Opstil en tabel med de givne oplysninger for hver af de tre måder.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Oplist de formler, der skal bruges til at besvare spørgsmålet.
4. Opstil ud fra alternativ A en kvadratisk model for efterspørgslen og besvar spørgsmålet både algebraisk og geometrisk.
5. Opstil ud fra alternativ B en lineær model for efterspørgslen og besvar spørgsmålet både algebraisk og geometrisk.
6. Opstil ud fra alternativ C en kubisk model for efterspørgslen og besvar spørgsmålet både algebraisk og geometrisk.
7. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.
8. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

8. Projekt Kørsel

Problem fra virkeligheden

Vi ønsker at bestemme en række egenskaber ved Peters kørsel, hvor farten blev målt hvert 5'te sekund til hhv. 10m/s, 30m/s, 20m/s, 40m/s og 15m/s.
1. Opstil en tabel med de givne oplysninger.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Oplist de formler, der skal bruges til at beregne de ønskede værdier.
4. Find en regressionsformel, der følger tabellens 5 talpar præcist. Hvor mange bøjninger er der?
Besvar følgende spørgsmål både algebraisk og geometrisk
5. Hvornår begyndte og sluttede kørslen?
6. Hvad var farten efter 12sekunder?
7. Hvornår var farten 25m/s?
8. Hvornår blev der accelereret?
9. Hvornår blev der bremset?
10. Hvad var den maksimale fart?
11. Hvor mange meter kørtes der i de forskellige 5sekunders intervaller?
12. Hvad var accelerationen i begyndelsen af disse intervaller?
13. Hvor langt kørtes i alt?
14. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.

9. Projekt Overtagelsesforsøg

Problem fra virkeligheden

Selskab A forsøger at overtage selskab B ved at opkøbe 1B-aktie pr. dag i 30 dage. B-aktien svinger i kurs og var 50, 80, 40 og 90 efter hhv. 0, 10, 20 og 30 dage. Hvad var kursen efter 4 dage? Hvornår var kursen 70 Kkr? Hvornår stiger kursen? Hvornår falder kursen? Hvornår topper og bunder kursen? Hvor mange Kkr. brugtes der I de forskellige 10 dages intervaller? Hvad var kursstigningen i begyndelsen af disse intervaller.

1. Opstil en tabel med de givne oplysninger.
2. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
3. Find en regressionsformel, der følger tabellens 4 talpar præcist. Hvor mange bøjninger er der?

Besvar følgende spørgsmål både algebraisk og geometrisk

4. Hvad var kursen efter 4 dage?
5. Hvornår var kursen 70 Kkr?
6. Hvornår stiger og falder kursen?
7. Hvornår topper og bunder kursen?
8. Hvor mange Kkr. brugtes der I de forskellige 10 dages intervaller?
9. Hvad var kursstigningen i begyndelsen af disse intervaller.
10. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.

10. Projekt Opsparing og Pension

Problem fra virkeligheden

Vi ønsker at finde den månedlige pension over 10 år, som kan kommer fra en opsparing på 1000 kr. hver måned i 30 år. Renten er 0.4% pr. md.

1. Oplist de begreber, der skal bruges til at beskrive problemet matematisk, og anfør hver gang en præcis definition af begrebet.
2. Oplist de formler, der skal bruges til at beregne de to ønskede værdier.
3. Opstil en model for opsparingen og bestem algebraisk og geometrisk den opsparede kapital efter hhv. 10, 20 og 30 år.
4. Hvor meget er eget bidrag og rente bidrag til opsparingen efter 30 år?

Skal opsparingen udbetales som pension over 10 år, benyttes to konti. På konto 1 er opsparingen til forrentning, og på konto 2 vil den udbetalte pension udgøre en ’negativ opsparing’.

5. Opstil en formel for kapitalens udvikling på de to konti.
6. Hvad er den månedlige pension, hvis de to konti skal balancere efter 10 år:
7. Bestem forholdet mellem det indskudte og det udtagne beløb.
8. Gentag beregningerne med en månedlig rente på 0.3% og 0.5%.
9. Konkluder, og lav er rapport, som kan bruges til eksamen.
10. Skitser eventuelt et bevis til en af de brugte formler.

1. Projekt Prognoser

Problemstilling: Hvordan kan man opstille prognoser under antagelse af konstant vækst?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

En formue antages at vokse med konstant vækst. Ud fra to kendte datasæt ønskes opstillet prognoser for en fremtidig værdi, samt for, hvornår en bestemt værdi nås.

2. Opstilling af det matematiske problem

Vi opstiller en tabel over den hidtidige kursudvikling, hvor x er antal dage og y er kursen

x	y = ?
2	10
5	30
8	?
?	60

1. Lineær vækst y = a*x + b
2. Exponentiel vækst y = b*a^x
3. Potens vækst y = b*x^a

x: +1, y: +a (stigningstallet)
x: +1, y: + r% (vækstprocenten, a = 1+r)
x: +1%, y: + a% (elasticiteten)

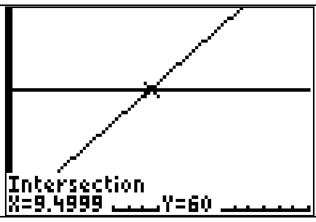
3. Løsning af det matematiske problem

Først findes ligningerne for y ved regression. Vi indtaster datasættene i formelregnerens lister under Stat.
Ønskes en lineær model vælges LinReg Y1.
Ønskes en eksponentiel model vælges ExpReg Y1.
Ønskes en potens model vælges PowerReg Y1.

Lineær vækst

y = ?	y = 6.667*x – 3.333
Test Trace	x = 2 og 5 giver y = 10 og 30
x = 8	y = 6.667*8 – 3.333 = 50
Test	Trace x = 8 giver y = 50

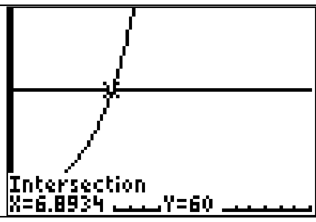
x = ?	y = 6.667*x – 3.333
y = 60	60 = (6.667*x)– 3.333 60 + 3.333 = 6.667*x 63.333/6.667 = x 9.5 = x
Test1	60 = 6.667*9.5– 3.333 60 = 60
Test2	MathSolver 0 = Y1-60 Giver x = 9.5
Test3	Grafisk aflæsning med y2=60 giver x = 9.5 (intersection)



Eksponentiel vækst

y = ?	y = 4.807 * 1.442^x
Test Trace	x = 2 og 5 giver y = 10 og 30
x = 8	y = 4.807 * 1.442^8 = 89.9
Test	Trace x = 8 giver y = 89.9

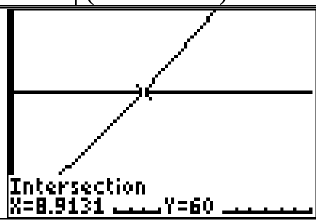
x = ?	y = 4.807 * 1.442^x
y = 60	60 = 4.807 * (1.442^x) 60/4.807 = 1.442^x log(60/4.807)/log1.142 = x 6.89 = x
Test1	60 = 4.807 * 1.442^6.89 60 = 60
Test2	MathSolver 0 = Y1-60 Giver x = 6.89
Test3	Grafisk aflæsning med y2=60 giver x = 6.89 (intersection)



Potens vækst

y = ?	y = 4.356*x^1.199
Test Trace	x = 2 og 5 giver y = 10 og 30
x = 8	y = 4.356*8^1.199 = 52.7
Test	Trace x = 8 giver y = 52.7

x = ?	y = 4.356*x^1.199
y = 60	60 = 4.356*(x^1.199) 60/4.356 = x^1.199 1.199√(60/4.356) = x 8.91 = x
Test1	60 = 4.356*8.91^1.199 60 = 60
Test2	MathSolver 0 = Y1-60 Giver x = 8.91
Test3	Grafisk aflæsning med y2=60 giver x = 8.91 (intersection)



4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Vi har set at vi med regressionsligninger kan opstille prognoseligninger til at forudsige fremtidige værdier, samt for, hvornår en bestemt værdi nås. De tre sæt svar er forskellige, da de bygger på forskellige antagelser.
Lineær vækst forudsætter at stigningstallet er konstant.
Eksponentiel vækst forudsætter at vækstprocenten er konstant.
Potens vækst forudsætter at elasticiteten er konstant.

2. Projekt Befolkningsvækst og Fødevarevækst

Problemstilling: Hvornår vil befolkningstallet overstige fødevaremængden

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Den engelske økonom Malthus (1766-1834) forudsagde omkring år 1800 en kommende fødevarekrise: ”Da verdens befolkningen vokser eksponentielt og fødevaremængden lineært, vil befolkningstallet en dag overhale fødevaremængden med hungersnød til følge” (Malthus’ befolkningsprincip). Har Malthus ret?

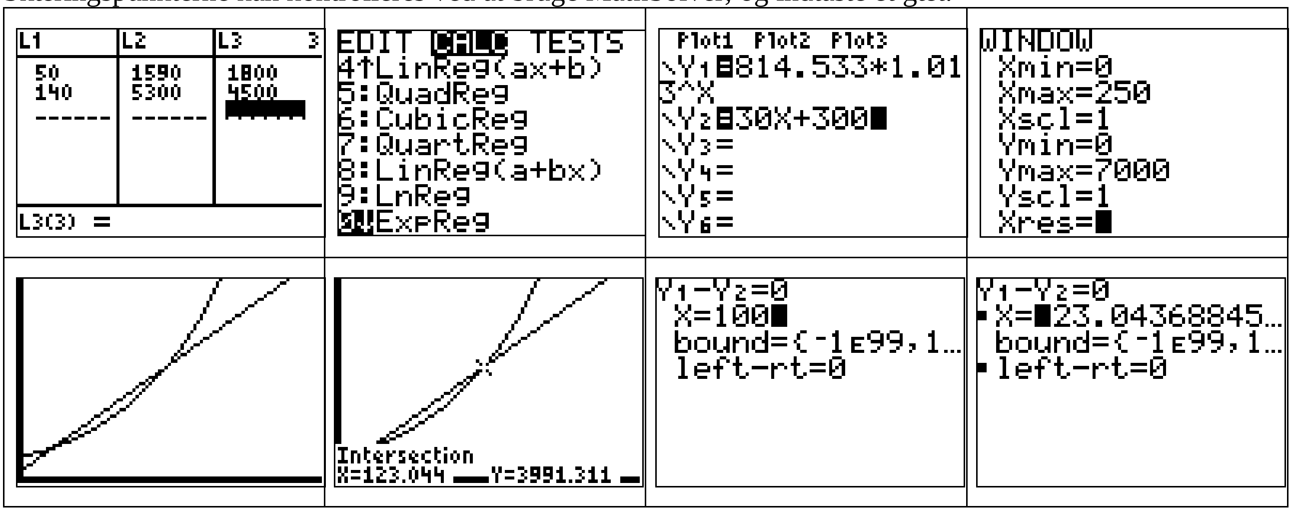
2. Opstilling af det matematiske problem

Vi opstiller en tabel over tiden x angivet som antal år efter 1850; og verdens befolkning, der antages at være 1.59 mia i 1900 og 5.3 mia i 1990; og verdens fødevareproduktion, der antages at være 1.800 mia. dagsrationer i 1900 og 4.5 mia. dagsrationer i 1990. Befolkningstallet antages at vokse eksponentielt, og fødevaremængden antages at vokse lineært. Tabellens gyldighedsområde antages at være 0 < x < 250.

x År efter 1850	Y1 Verdens befolkning i mio.	Y2 Verdens fødevareproduktion i mio. dagsrationer
(1900) 50	1590	1800
(1990) 140	5300	4500

3. Løsning af det matematiske problem

På TI-82 indlægges x-tal som liste L1, og y-tal som listerne L2 og L3.
Formlen for befolkningstallet bestemmes ved ExpReg L1, L2, Y1. Resultat y1= 815*1.013^x.
Dvs. når x er 0 i 1850 er befolkningstallet y=815; og når x vokser med 1 vokser befolkningstallet med 1.3%.
Formlen for fødevaremængden bestemmes ved LinReg L1, L3, Y2. Resultat y1= 300 + 30x.
Dvs. når x er 0 i 1850 er fødevaremængden y=300; og når x vokser med 1 vokser fødevaremængden med 30.
Perioder med hungersnød forekommer hvor Y1 er større end Y2.
Skæringspunkterne mellem Y1 og Y2 findes med ’Calc Intersection’ til ca. x = 30 og 123.
Dvs. ifølge modellen var der hungersnød fra 1850 til 1880, og igen efter 1973.
Antages i stedet, at verdens befolkning vokser med 1% om året, og fødevaremængden med 40 om året vil formlerne blive Y3= 815*1.01^x, og Y4 = 300+40x, hvis skæringspunkter da bliver ca. x = 16 og x = 258.
Dvs. i dette tilfælde var der hungersnød fra 1850 til 1866, og igen efter 2108.
Skæringspunkterne kan kontrolleres ved at bruge MathSolver, og indtaste et gæt.



4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Malthus har ret i, at der vil opstå hungersnød, hvis verdens befolkning fortsætter med at vokse eksponentielt, og verdens fødevaremængde fortsætter med at vokse lineært, for en krum kurve vil altid overhale en lige. Hvis fødevaremængden vokser med 30 mio. dagsrationer pr. år, vil hungersnøden indtræde år 1973, hvis verdens befolkning vokser med 1.3% pr. år, og i år 2108 hvis verdens befolkning vokser med 1% pr. år og fødevareproduktionen vokser med 40/år. Dog tidligere, hvis en del fødevarer bruges til brændstof til biler.

3. Projekt Afstandsbestemmelse

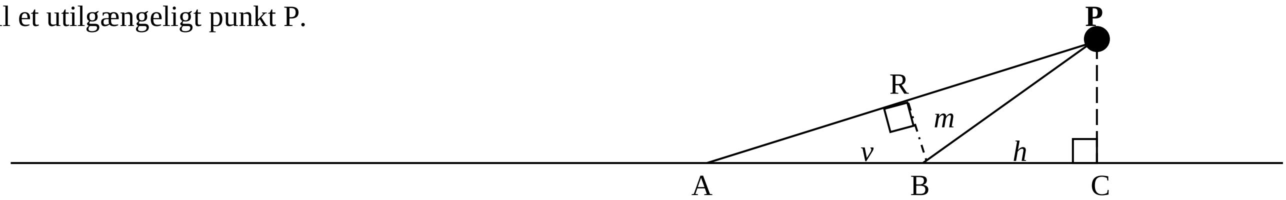
Problemstilling: Hvordan bestemmes afstanden til et utilgængeligt punkt?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

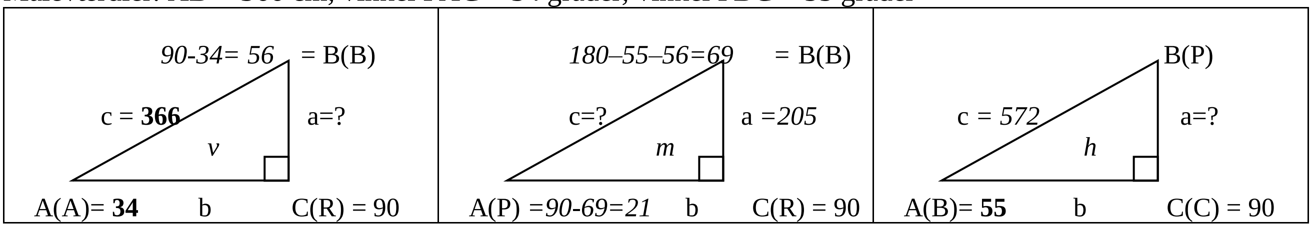
Fra en basislinie ønsker vi at bestemme afstanden
til et utilgængeligt punkt P.



2. Matematisk problem

Fra kendt basislinie AB måles sigtevinkler fra A og B til det utilgængelige punkt P.
Af de tre retvinklede trekanter ABR, BRP og BCP beregnes RB, BP samt endelig den ønskede afstand PC.

Måleværdier: AB = 366 cm, vinkel PAC = 34 grader, vinkel PBC = 55 grader



3. Løsning af det matematiske problem

Vi opstiller 3 formelskemaer

Trekant ABR

a = ?	$\sin A = \frac{a}{c}$
A = 34 c = 366	$\sin 34 = \frac{a}{366}$ sin34 * 366 = a 205 = a
Test1 ☺	$\sin 34 = \frac{205}{366}$ 0.559 = 0.560
Test2 ☺	Math Solver $0 = \frac{x}{366} - \sin 34$ giver x = 205

Trekant PBR

c = ?	$\sin A = \frac{a}{c}$
A = 21 a = 205	$\sin 21 = \frac{205}{c}$ c * sin21 = 205 $c = \frac{205}{\sin 21}$ c = 572
Test1 ☺	$\sin 21 = \frac{205}{572}$ 0.358 = 0.358
Test2 ☺	Math Solver $0 = \frac{205}{x} - \sin 21$ giver x = 572

Trekant PBC

a = ?	$\sin A = \frac{a}{c}$
A = 55 c = 572	$\sin 55 = \frac{a}{572}$ sin55 * 572 = a 469 = a
Test1 ☺	$\sin 55 = \frac{469}{572}$ 0.819 = 0.820
Test2 ☺	Math Solver $0 = \frac{x}{572} - \sin 55$ giver x = 469

Alternativ: I trekant PAB bruges sinus-relationen til at bestemme PB.
Vinkel PBA = 180- vinkel PBC = 180-55 = 125. Vinkel APB = 180- 34-125 = 21

$\frac{a}{\sin A} = \frac{p}{\sin P}$, dvs. $\frac{a}{\sin 34} = \frac{366}{\sin 21}$, dvs. $a = \frac{366}{\sin 21} * \sin 21 = 572$

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

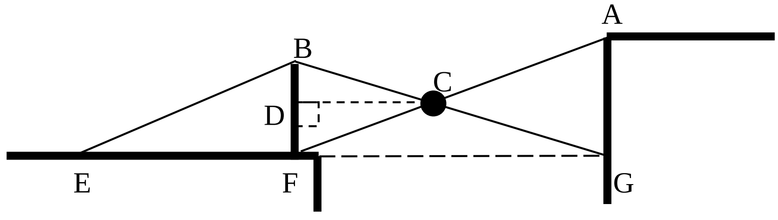
Ved hjælp af trekantsregning har vi har bestemt afstanden til det utilgængelige punkt PC til 469 cm.

4. Projekt Broen

Problemstilling: Hvordan dimensioneres en bro?

En matematisk model:

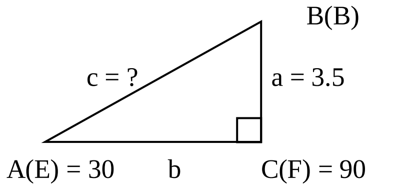
Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

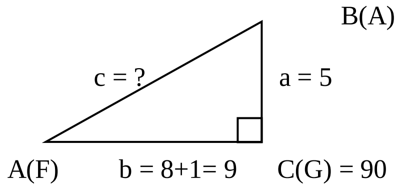
1. Problemet fra virkeligheden	
Over en kløft bygges en hængebro af stål fastgjort til klippevæggen og en stolpe. De tre stållængder ønskes bestemt, samt samlingspunktet over kløften. Den venstre fastspændings-vinkel skal være 30 grader.	

2. Matematisk problem

Af de retvinklede trekanter EFB, GFB og FGA beregnes BE, BG og FA. C bestemmes som skæringspunkt mellem de to rette linier BG og FA.

Måleværdier: vinkel FEB = 30 grader, FB = 3.5m, FG = 8m + 1m = 9m og AG = 5m.





Vi indlægger et koordinatsystem med nulpunkt i F. Herved fremkommer koordinaterne:
F: (0,0) og A: (9,5), samt
B: (0,3.5) og G: (9,0).
Vi finder ligningerne for FA og BG ved lineær regression.

3. Løsning af det matematiske problem

Vi opstiller formelskemaer

Trekant EFB

c = ?	$\sin A = \frac{a}{c}$
A = 30 a = 3.5	$\sin 30 = \frac{3.5}{c}$ sin30*c = 3.5 c = 3.5/sin30 c = 7.0
Test1 ☺	$\sin 30 = \frac{3.5}{7}$ 0.5 = 0.5
Test2 ☺	Math Solver $0 = \frac{3.5}{x} - \sin 30$ giver x = 7

Trekant FGA og GFB

c = ?	$a^2 + b^2 = c^2$
a = 5 b = 9	$5^2 + 9^2 = c^2$ √(106)= c 10.30 = c
Test1 & Test2	

c = ?	$a^2 + b^2 = c^2$
a = 3.5 b = 9	$3.5^2 + 9^2 = c^2$ √(93.25) = c 9.66 = c

Linierne BG og FA

BG: ?	y = ax + b
Test	y = – 0.389x + 3.5 Fundet ved LinReg L1, L2, Y1 Trace x=0 giver 3.5 Trace x=9 giver 0 StatPlot passer

Tilsvarende findes
FA: ? y = 0.556x

Calc Intersection giver
x = 3.71 og y = 2.06

I trekant FDC er DC = 3.71 og FD = 2.06
Pythagoras giver: FC = √(3.71^2 + 2.06^2) = 4.24

I trekant BDC er DC = 3.71 og FD = 3.6-2.06 = 1.54
Pythagoras giver: BC = √(3.71^2 + 1.54^2) = 4.02

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Ved hjælp af trekantsregning har vi bestemt de tre stållængder:
EB = 7.00 m, FA = 10.30 m og BG = 9.66.
Samlingspunktet er bestemt ved at FC = 4.24 m og BC = 4.02 m.
Som ekstra kontrol optegnes broen og bygges af piberensere i målestoksforholdet 1:100.

5. Projekt Statistik

Problemstilling: Hvordan kan vi kort beskrive mange forskellige tal fra et spørgeskema?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Tal fra besvarelse af et spørgeskema vil variere uforudsigeligt og kan derfor ikke beskrives med en formel. Hvordan kan vi give en samlet kort beskrivelse af mange forskellige talværdier?

2. Opstilling af det matematiske problem

I et spørgeskema indgik disse 2 spørgsmål: Hvor langt har du til skole? Hvor mange børn har din mor født? Svarene kan ikke forud-siges, men kan bagud-siges ved at blive opstillet i en tabel indeholdende observationer og hyppigheder. Afstands-tallene grupperes, medens børneantallet ikke grupperes. Et tal medtages første gang, det nævnes.

Obs.	Hyp.	Frek.	KumFrek.	Middeltal, Gns.
00-05	20	20/50 = 0.40	0.40	2.5*0.40 = 1.00
05-10	8	0.16	0.56	7.5*0.16 = 1.20
10-15	6	0.12	0.68	1.50
15-20	9	0.18	0.86	3.15
20-25	5	0.10	0.96	2.25
25-30	2	0.04	1.00	1.00
	50	1.00		M = 10.2

Obs.	Hyp.	Frek.	KumFrek.	Middeltal, Gns.
1	11	11/50 = 0.22	0.22	1*0.22 = 0.22
2	25	0.50	0.72	2*0.50 = 1.00
3	9	0.18	0.90	0.54
4	4	0.08	0.98	0.32
5	1	0.02	1.00	0.10
	50	1.00		M = 2.2

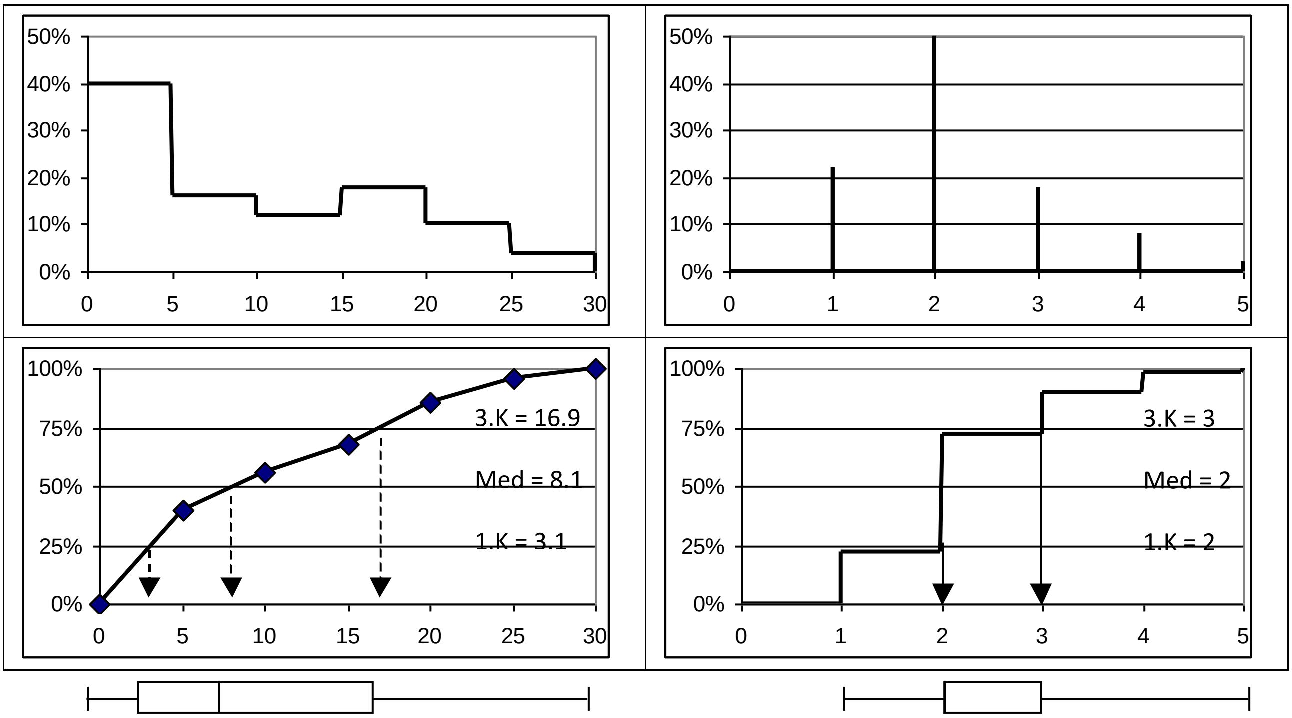
3. Løsning af det matematiske problem

Frekvensen angiver de enkelte hyppigheder i procent af alle svar. F.eks. lå 10% af alle svar i området 20-25, dvs. 10% af de svarende har fra 20 km til og med 25 km til skole. Frekvensen illustreres grafisk med et histogram ved grupperede og et pindediagram ved ikke-grupperede observationer.

Den kumulerede frekvens opsummerer frekvenserne. F.eks. har 86% af de svarende 20 km til skole eller derunder. Den kumulerede frekvens illustreres med en sumkurve. På sumkurven aflæses 1. kvartil, 2. kvartil (medianen) og 3. kvartil ved hhv. 25%, 50% og 75%. Et boks-plot viser mindste og største observation samt de tre kvartiler.

Middeltallet eller gennemsnittet angiver hvor langt de svarende havde til skole, hvis de alle havde lige langt. Ved grupperede observationer benyttes intervallernes midter-tal ved beregning af middeltal.

Tallene kan også findes ved at indtaste observationer og hyppigheder som lister i formelregneren, og derefter benytte Stat Calc 1-Var Stats L1, L2. Igen bruges midter-tal ved grupperede observationer.



4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Uforudsigelige tal kan ikke forud-siges af en formel, men kan bagud-siges af en tabel over observationer og hyppigheder. Ud fra tabellen kan beregnes tallenes middeltal. Tallenes frekvenser kan illustreres med histogram eller et pindediagram. Ud fra de opsummerede frekvenser aflæses tallenes tre kvartiler, der sammen med yderværdierne beskrives i et boks-plot.

6. Projekt Golf

Problemstilling: Hvordan sendes en golfkugle i et hul bag en hæk?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Fra en placering på en 2 meter høj flad bakke skal en golfbold sendes over en 3 meter høj hæk, der befinder sig på bakken 2 meter væk, og ramme i et hul, der befinder sig 12 meter væk i højde nul. Hvad er boldens banekurve? Hvilken højde har bolden i afstanden 10 meter? Hvornår har bolden højden 6 meter? Hvor højt når bolden op? Hvilken retning har bolden i begyndelsen? Hvilken retning har bolden ved nedslaget?

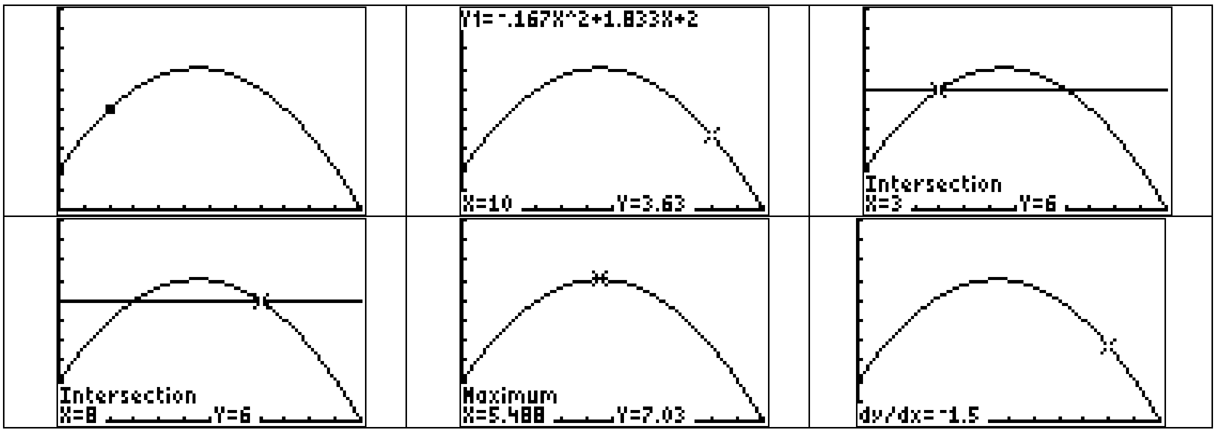
2. Opstilling af det matematiske problem

Vi opstiller en tabel over længde x og højde y. Tabellens gyldighedsområde (definitionsmængde) antages at være 0<x<12.

Længde x	Højde y	Retning v
0	2	?
2	5	
12	0	?
10	?	?
?	6	

3. Løsning af det matematiske problem

På TI-82 indlægges x-tal og y-tal som listerne L1 og L2. Med 3 talpar vælges kvadratisk regression (et 2.grads polynomium), der giver formlen y= -0.167x^2+1.833x +2, som indlægges som y1.Herefter besvares de stillede spørgsmål ved brug af ligningsskemaer og grafisk aflæsning. Y-tal bestemmes med 'Trace'. X-tal bestemmes med 'Calc Intersection'. Maximum med 'Calc Maximum', stejlhed med 'Calc dy/dx'.
For at finde boldens retning hhv. i begyndelsen, ved nedslaget, i afstanden 10 meter og i højden 6 meter, beregnes stejlhedstallet dy/dx i hhv. x = 0, x = 12, og x = 10. Herefter kan vinklen v bestemmes af ligningen tan v = dy/dx.



y = ?	y = y1
x=10	y = y1(10) = 3.667
Test	Grafisk aflæsning med Trace x=10 giver y=3.67

x = ?	y = y1
y = 6	Math solver 0 = y1 - 6 giver x =3 og x = 8
Test1	y1(3) = 6, y1(8)= 6
Test2	Grafisk aflæsning med y2=6 giver x = 3 og 8 (Calc intersection)

ymax=?	y = y1
	Calc maximum giver y = 7.042 ved x = 5.5
Test	dy/dx ≈ 0 ved x = 5.5

v = ?	tan v = dy/dx
x = 0	tan v = 1.833 v = tan-1(1.833) v = 61.4

v = ?	tan v = dy/dx
x = 12	tan v = -2.167 v=tan-1(-2.167) v =- 65.2

v = ?	tan v = dy/dx
x =10	tan v = -1.5 v = tan-1(-1.5) v = -56.3

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Boldens banekurve er en parabel. I afstanden 10 meter har bolden højden 3.667m. Bolden har højden 6 meter i afstanden x = 3 og x =8. Bolden når højst op i højden y = 7.04m. boldens retning hhv. i begyndelsen, ved nedslaget, i afstanden 10 meter er hhv. 61.4 grader, -65.2 grader og -56.3 grader.

7. Projekt Indsamling, Lafferkurve

Problemstilling: Hvordan kan man optimere udbyttet af en indsamling?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Vi ønsker at indsamle et beløb til Operation Dagsværk blandt skolens 500 elever ved at sælge billetter til en fast pris. Hvilken af følgende tre indsamlingsmodeller giver det største bidrag:

A) Vi undlader markedsføring. B) Vi foretager markedsføring. C) Vi foretager markedsføring og udskriver et lotteri.

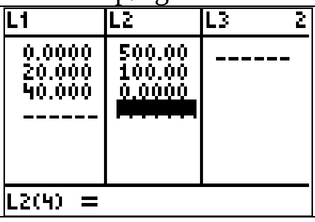
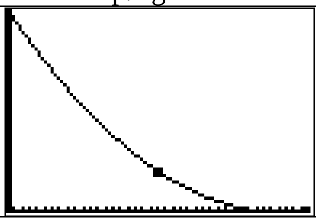
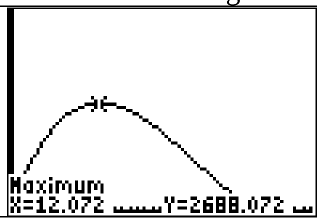
2. Opstilling af det matematiske problem

Efterspørgslen Y1 vil afhænge af den fastsatte pris x. Det indsamlede beløb vil da være **Y2 = Y1*x**.

3. Løsning af det matematiske problem

Model A. Vi antager, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at ingen vil give over 40 kr, og at efterspørgselen falder hurtigt så kun 100 kunder vil give 20 kr.

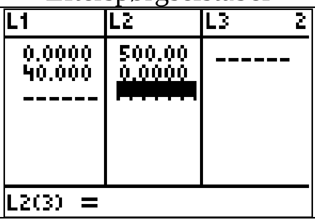
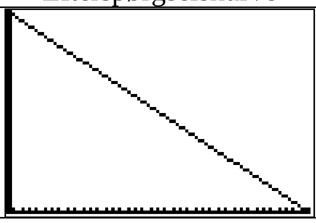
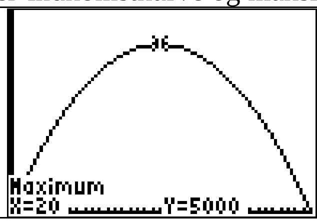
Efterspørgselskurve: 3 datasæt, dvs. 2 grads polynomium. 'QuadReg' giver Y1 = .375*x^2 – 27.5*x + 500

Efterspørgselstabel	Efterspørgselskurve	Laffer-indkomstkurve og maksimum
		

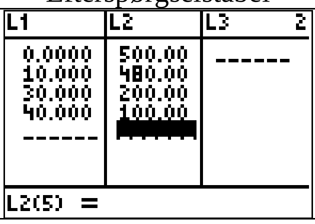
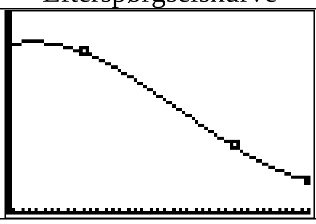
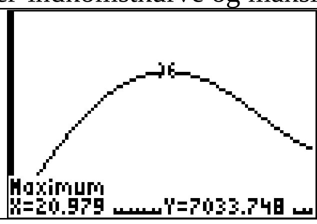
Test: Calc dy/dx ≈ 0 i x = 12.07. dy/dx = stigningstallet

Model B. Vi antager, at en markedsføring vil bevirke, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at ingen vil give over 40 kr, og at efterspørgselen falder jævnt.

Efterspørgselskurve: 2 datasæt, dvs. 1 grads polynomium. 'LinReg' giver Y1 = -12.5*x + 500

Efterspørgselstabel	Efterspørgselskurve	Laffer-indkomstkurve og maksimum
		

Model C. Vi laver en markedsføring af et lotteri med 1 hovedpræmie 500 kr og 3 sidepræmier på 200 kr. Vi antager, at dette vil bevirke, at alle 500 kunder vil købe en billet ved prisen 0 kr, at 480 kunder vil give 10 kr, 400 kunder vil give 20 kr, 200 kunder vil give 30 kr og 100 kunder vil give 40 kr. Efterspørgselskurve: 4 datasæt, dvs. 3 grads polynomium. 'CubicReg' giver Y1 =0.013*x^3 – 0.933*x^2 + 6*x +500

Efterspørgselstabel	Efterspørgselskurve	Laffer-indkomstkurve og maksimum
		

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Indsamling uden markedsføring vil give en indkomst på 2688 kr ved en billetpris på 12 kr
Markedsføring uden lotteri vil give en indkomst på 5000 kr ved en billetpris på 20 kr.
Markedsføring med lotteri vil give en indkomst på 7034 – (500 + 3*200) = 5934 kr ved billetprisen 21 kr.
Lafferkurven bruges som argument for, at skatteindkomsten godt kan øges hvis skatteprocenten sættes ned. Efterspørgselskurven fortæller da, at med voksende skatteprocent vil andelen af sort arbejde stige.

8. Projekt Kørsel

Problemstilling: Hvor langt og hvordan kørte Peter?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Ved kørsel svarer hastigheden 100 km/t til 100*1000/(60*60) = 27.8 m/s.. Under Peters kørsel blev hastigheden målt hvert 5'te sekund til hhv. 10m/s, 30m/s, 20m/s, 40m/s og 15m/s. Hvornår begyndte og sluttede kørslen? Hvad var farten efter 12sekunder? Hvornår var farten 25m/s? Hvornår blev der accelereret? Hvornår blev der bremset? Hvad var den maksimale fart? Hvor mange meter kørtes der I de forskellige 5sekunders intervaller? Hvad var accelerationen i begyndelsen af disse intervaller. Hvor langt kørtes I alt?

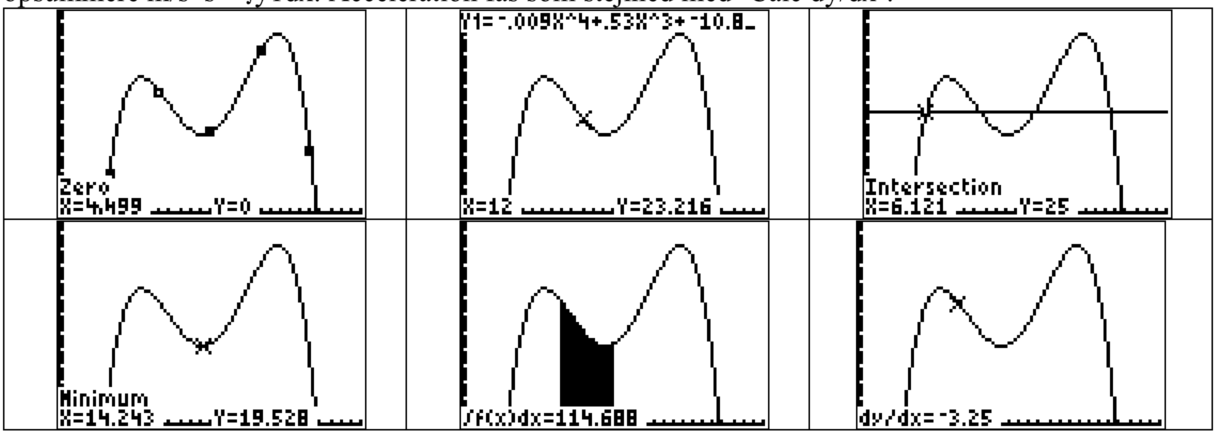
2. Opstilling af det matematiske problem

Vi opstiller en tabel over tid x og fart y.
Tabellens gyldighedsområde (definitionsmængde) antages at være 0<x<30.

Tid x sek	Fart y m/s
5	10
10	30
15	20
20	40
25	15

3. Løsning af det matematiske problem

På TI-82 indlægges x-tal og y-tal som listerne L1 og L2. Med 5 talpar vælges kvartisk regression (et 4.grads polynomium med en 3-dobbelt parabel), der giver formlen y = -0.009x^4+0.53x^3-10.875x^2+91.25x -235, som indlægges på y1. Herefter besvares de stillede spørgsmål ved ligningsskemaer og grafisk aflæsning. Start- og sluttidspunkt findes med 'Calc Zero'. Y-tal bestemmes med 'Trace'. X-tal bestemmes med 'Calc Intersection'. Maximum og minimum med 'Calc Maximum/Minimum'. Det samlede meter-tal fås ved at opsummere m/s*s = ∫y1dx. Acceleration fås som stejlhed med 'Calc dy/dx'.



y = ?	y = y1
x=12	y = y1(12) = 3.667
Test	Grafisk aflæsning med Trace x = 12 giver y = 23.216

x = ?	y = y1
y = 25	Math solver 0 = y1 - 25 giver x =6.12 og …
Test1	y1(3) = 6, y1(8)= 6
Test2	Grafisk aflæsning ved 25 giver x = 6.12, 11.44, 16.86 og 24.47 (Calc intersection)

ymax=?	y = y1
	Calc maximum Giver y = 7.042 ved x = 5.5
Test	dy/dx = 0 ved x = 5.5

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Kørslen begyndte efter 4.50 sek og sluttede efter 25.62 sek. Efter 12sekunder var farten 23.2 m/s. Farten var 25m/s efter 6.12 sek, 11.44 sek, 16.86 sek og 24.47 sek. Der blev accelereret i tids-intervallerne (4.50; 8.19) og (14.24; 21.74). Der blev bremset i tids-intervallerne (8.19;14.24) og (21.74;25.62).
Max-fart var 44.28 m/s = 159 km/t. efter 21.7 sek. I de forskellige tids-intervaller (5;10), (10;15), (15;20) og (20;25) kørtes der hhv. 142.8 m, 114.7 m, 142.8 m og 189.7 m. Accelerationen i begyndelsen af disse intervaller var hhv. 17.75, -3.25, 1.25, 4.25, -21.25 m/s^2. I alt kørtes der 597.4 m.

9. Projekt Overtagelsesforsøg

Problemstilling: Hvor meget kostede et overtagelsesforsøg?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Selskab A forsøger at overtage selskab B ved at opkøbe 1B-aktie pr. dag i 30 dage. B-aktien svinger i kurs og var 50, 80, 40 og 90 efter hhv. 0, 10, 20 og 30 dage. Hvad var kursen efter 4 dage? Hvornår var kursen 70 Kkr? Hvornår stiger kursen? Hvornår falder kursen? Hvornår topper og bunder kursen? Hvor mange Kkr. brugtes der I de forskellige 10 dages intervaller? Hvad var kursstigningen i begyndelsen af disse intervaller.

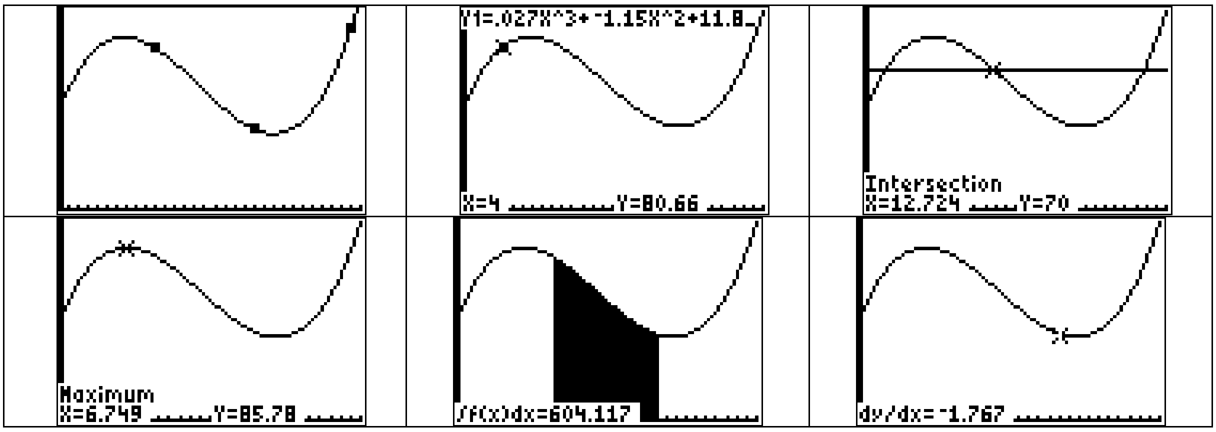
2. Opstilling af det matematiske problem

Vi opstiller en tabel over tid x og køb y, som svarer til kursen på 1 B-aktie.
Tabellens gyldighedsområde (definitionsmængde) antages at være 0<x<31.

Tid x dage	Køb y Kkr/dag
0	50
10	80
20	40
30	90
4	?
?	70

3. Løsning af det matematiske problem

På TI-82 indlægges x-tal og y-tal som listerne L1 og L2. Med 4 talpar vælges kubisk regression (et 3.grads polynomium med en dobbelt-parabel), der giver formlen y = 0.027x^3 – 1.150x^2 + 11.8333x + 50, som indlægges som y1. Test med Trace og StatPlot. De stillede spørgsmål besvares ved brug af formelskemaer og grafisk aflæsning. Y-tal bestemmes med 'Trace'. X-tal bestemmes med 'Calc Intersection'. Maximum og minimum med 'Calc Maximum/Minimum'. Det samlede Kkr-tal fås ved at opsummere □□(Kkr/dag)*dag = ∫Y1*dx, der beregnes med 'Calc ∫f(x)dx' da Y1 = f(x). Kursstigningen fås som stejlhed med 'Calc dy/dx'.



y = ?	y = y1
x=4	y = y1(4) = 80.64
Test	Grafisk aflæsning med Trace x = 4 giver y = 80.64

x = ?	y = y1
y = 70	Grafisk aflæsning med y2=70 giver x = 2.1, 12.6 og 28 5 (Calc intersection)
Test	Math solver 0 = y1 – 70 giver x =2.1 og …

ymax=?	y = y1
	Calc maximum Giver y = 85.69 ved x = 6.72
Test	dy/dx ≈ 0 ved x = 6.72

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Efter 4 dage var kursen 80.66. Kursen var 70 efter 2.1, 12.7 og 27.8 dage. Kursen stiger i tids-intervallerne (0; 6.7) og (21.6; 30). Kursen falder i tids-intervallet (6.7; 21.6). Kursen topper med 85.8 ved x = 6.7. Kursen bunder med 41.1 ved x = 21.6. I de forskellige tids-intervaller (0;10), (10;20) og (20;30) købtes for hhv. 775.8, 604.1 og 562.4 Kkr. I alt købtes for 1942 Kkr.
Kursstigningen i begyndelsen af disse intervaller var hhv. 11.8, -3.1, -1.8 og 15.7 Kkr/dag.

10. Projekt Opsparing og Pension

Problemstilling: Hvor meget pension kan en opsparing give?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

Ved en opsparing indskydes et fast opsparingsbeløb hver måned på en bankkonto.
Når opsparingen afsluttes, kan opsparingen bruges til at udbetale et fast pensionsbeløb hver måned fra bankkontoen. Hvad er forholdet mellem det månedlige opsparingsbeløb og pensionsbeløb?

2. Opstilling af det matematiske problem

Ved opsparing gælder to formler, den første gælder for ét enkelt indskud, den anden for månedlige indskud:
1) K = Ko(1+r)^n = Ko(1+R). K: slutkapital, Ko: startkapital, r: mdl. rente, R: samlet rente, n antal måneder.
2) K/a = R/r, K: slutkapital, a mdl. indskud, r: mdl. rente, R: samlet rente. #
Vi indskyder 1000 kr./måned i 30 år. Hvilken månedlig pension kan udbetales i 10 år?. Renten er 0.4%/md.

3. Løsning af det matematiske problem

Først findes den årlige rente R: 1+R = (1+r)^n = (1+0.004)^12, dvs. R = 1.049 –1 = 0.049 = 4.9% per år.
Så findes den samlede 30årige rente R: 1+R = (1+r)^n = (1+0.004)^(30*12) = 4.209.
Dvs. R = 4.209-1 = 3.209 = 321%.
Den rene rente er 30*12*0.4% = 144%. Dvs. rentes rente er 321% - 144% = 177%.
Med a = 1000, r = 0.4% bliver opsparingen efter 360 indskud K = a*R/r = 1000*3.209/0.004 = 802147.
Efter 30 år er eget bidraget 1000*360 = 360000. Rentebidraget er 802147 –360000 = 442147.
Vi beregner opsparingen efter 10, 20 og 30 år:

Måneder	120	240	360
Opsparing	153632	401675	802147

Skal opsparingen udbetales som pension over 10 år, benyttes to konti.
På konto 1 er opsparingen til forrentning, og vokser da på 10 år til K = 802147*(1+0.004)^120 = 1295089.
På konto 2 laves en ’negativ opsparing’, hvor der månedlig udbetales et fast beløb a, og hvor de to konti skal balancere efter 10 år: K = a*R/r = a*(1.004^120 –1) / 0.004 = 1295089.
Løses denne ligning fås a = 8430.
Forholdet mellem udbetaling og indbetaling er da (10*12*8430)/(30*12*1000) = 2.8.
Gentages beregningerne med en månedlig rente på 0.3% og 0.5% fås:

Mdl. rente	Årlig rente	Opsparet beløb	Månedlig pension	Forhold mellem ud- og indbetaling
0.3%	3.7%	646640	6425	(10*12*6425)/(30*12*1000) = 2.1
0.4%	4.9%	802147	8430	(10*12*8430)/(30*12*1000) = 2.8
0.5%	6.2%	1004515	11152	(10*12*11152)/(30*12*1000) = 3.7

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Ved en opsparing indskydes et fast opsparingsbeløb hver måned på en bankkonto. Kontoen vokser, fordi der hver måned tilføres tre beløb: et nyt indskud, rente af det samlede indskud, samt rente af de tilskrevne renter (rentes rente).
Når opsparingen afsluttes, fortsætter den med at vokse, dog bliver det månedlige indskud erstattet af en månedlig udbetaling, pension. Med et månedligt indskud på kr. 1000 i 30 år kan det hver måned udbetales kr. 8430 i 10 år. Med en månedlig rente på hhv. 0.3%, 0.4% og 0.5% udbetales hhv. 2.1, 2.8 og 3.7 gange mere end der indbetales. Dog kan prisstigninger i den 40årige periode, inflation, nedsætte denne faktor.

Bevis for opsparingsformlen ved konstant indskud på a kr og rente r%:
På konto 1 indsættes a/r, den årlige rente a/r*r = a overføres til konto 2 som fast årligt indskud a sammen med årlig rente til begge konti. Konto 2 vil da indeholde dels en opsparing K, dels den samlede rente R af a/r, altså a/r*R. Dvs. K = a/r*R eller K/a = R/r.

WEB-BASERET LÆRERKURSUS PÅ MATHeCADEMY.net

MATH**e**CADEMY tilbyder gratis PYRAMID**e**UDDANNELSE til matematiklærere, som vil undervise i Mange-baseret matematik nedefra, efter naturmetoden. Materialet er udviklet i forbindelse med web-baseret fjernundervisning i liniefaget matematik på et dansk seminarium.

MATH**e**CADEMY flytter autoriteten fra biblioteket tilbage til laboratoriet, hvor matematikken opstår gennem 2*4 opgaver i at tælle og regne i tid og rum. C1&2: Tæl, A1&2: Regn, T1&2: Tid, S1&2: Rum.

'Matematik nedefra' opbygger matematikken på baggrund af aktiviteter i et 'Tæl&Regn i Tid&Rum' TR-laboratorium hvor 8 læringsmøder med Mange finder sted efter mottoet 'først gribe så begribe'. I modsætning til matematik oppefra som udleder matematikken fra bibliotekets mængde-begreb efter mottoet 'først lære så anvende'.

Primærskolens matematik læres gennem sætningsfrie læringsmøder med sætningens grundled, dvs. som automatisk 'grib&begrib'- læring. Herved udvikles tavs kompetence og individuelle sætninger, som kommer fra og valideres i laboratoriet (CATS1)

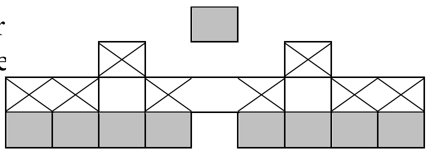
Sekundærskolens matematik læres gennem sætningsfyldte læringsmøder med sætningens grundled, dvs..som automatisk 'sladder'- læring. Herved bliver matematik Mange-lære kommende fra og valideret i laboratoriet (CATS2).

PYRAMIDeUDDANNELSE

PYRAMID**e**UDDANNELSE er 8 studerende i 2 teams á 4 studerende som vælger 3 par og 2 instruktører på skift. Læreren støtter instruktørerne som underviser hver deres team. Et par samarbejder om at løse tæl&regn-opgaverne, om at stille og rette hinandens rutineopgaver og om at udføre en undervisningsopgave med en rapport rig på observationer af både genkendelse og erkendelse, dvs. af både assimilation og akkommodation.

Instruktører retter tæl&regn-opgaverne med støtte fra læreren. Hvert par opponerer på et andet pars rapport. Den studerende betaler for sin undervisning ved at være støttelærer på en ny gruppe med 8 studerende.

1 støttelærer
2 instruktøre
3 par
2 teams



8 studerende og 1 støttelærer

På denne måde vil Mange-baseret matematik nedefra brede sig som en selvreproducerende virus på Internettet indtil den kommer frem om ti år når halvdelen af matematiklærerne er gået på pension ude af stand til at reproducere sig og gøre mængde-baseret matematik relevant for de matematikstuderende.

LÆRINGMØDER

	SPØRGSMÅL	**SVAR**
C1 tæl1	Hvordan optælles Mange? Hvordan omtælles: T = 8 = ? 3s T = 6 kg = ?$ Hvordan optælles i standardbundter?	Ved at bundte og stakke at optælle T i 3ere som T = (T/3)*3. T= 8= ?*3= ?3ere, T= 8=(8/3)*3 = 2*3 +2 = 2*3 +2/3*3 = 2 2/3*3 Hvis 4kg = 2$ så er 6kg = (6/4)*4kg = (6/4)*2$ = 3$ Ved bundtning og stakning i en mange-stak (antal, polynomium): T = 423 = 4+2+3 = 4titi+2ti+3 = 4*B^2+2*B+3
C2 tæl2	Hvordan kan vi regne os frem til slut-tallet, hvis tilvæksten er uforudsigelig?	Hvis optælling kan 'bagud-sige', at gennemsnittet er 8.2 og spredningen er 2.3, kan vi forud-sige, at det næste tal vil ligge i intervallet: gennemsnit ± 2*spredning, dvs. 8.2 ± 4.6, med 95% sandsynlighed
A1 regn1	Hvordan sammenstakkes konkrete stakke? T= 27+16= 2 ti 7+1 ti 6= 3 ti 13= ? Hvordan sammenstakkes abstrakte stakke?	Sammenstakning kan give overlæs som fjernes ved en omstakning og ombundtning forudsagt af omstaknings-ligningen T = (T-b)+b. T = 27+16 = 2 ti 7+1 ti 6 = 3 ti 13 = 3 ti 1 ti 3 = 4 ti 3 = 43 Ved at bruge menter i lodrette tal-opstillinger, og FYIS-ligningen T = (a+b)*(c+d) = ac + (ad+bc) + bd i vandrette talopstillinger
A2 regn2	Hvordan sammenlægges per-tal?	$/dag-tallet a skal ganges med dag-tallet b før det kan tillægges det totale $-tal T: T2 = T1 + a*b 2dage @ 6$/dg + 3dage @ 8$/dag = 5dage @ 7.2$/dag 1/2 af 2 coke + 2/3 af 3 coke= 3 af 5 coke= 3/5 af 5 coke

		1/2 af 4 coke + 2/3 af 3 coke= 4 af 7 coke= 4/7 af 7 coke
T1 tid1	Hvordan kan vi vende en regneproces om fra fremad-regning til tilbage-regning?	Ved at overflytte tal og vende deres regnetegn: x*3+2=14 vendes til x = (14-2)/3. Eller generelt: x+a=b vendes til x=b-a, x*a=b vendes til x=b/a, x^a=b vendes til x=a√b, a^x=b vendes til x=logb/loga
T2 tid2	Hvordan kan vi regne os frem til sluttallet, hvis tilvæksten er konstant? Hvordan kan vi regne os frem til sluttallet, hvis tilvæksten er variabelt?	Ved anvendelse af konstante vækstligninger: Hvis Ko = 30 og ΔK/n = a = 2, så er K7 = Ko+a*n = 30+2*7 = 44 Hvis Ko=30 og ΔK/K =r= 2%, så er K7= Ko*(1+r)^n = 30*1.02^7= 34.46 Ved anvendelse af variable vækstligninger: Hvis Ko = 30 og ΔK = 2 og ΔΔK = -1, så er K = Ko+b*n+a*n^2 Hvis Ko = 30 og dK/dx = K', så er ΔK = K-Ko = ∫K'dx
S1 rum1	Hvordan kan vi beskrive stakkes rumlige egenskaber som areal og diagonal? Hvordan kan vi beskrive figurers rumlige egenskaber?	Ved den Græske geometris 3 Pythagoras'er, mini, midi og maxi. Ved den arabiske geometris 3 vinkel-side relationer sinA=a/c, cosA=b/c og tanA=a/b Ved rumfangsformler, samt ved forskellige typer 2-dimensional afbildning af 3-dimensionale figurer
S2 rum2	Hvordan kan vi regne os frem til punkter og linier? Hvordan kan vi bruge den nye regneteknologi?	Ved brug af koordinatsystemet: Hvis Po(x,y) = (3,4) og Δy/Δx = (y-4)/(x-3) = 2, så er P1(8,y) = (8,2*(8-3)+4) = (8,14) Med indførelse af computeren kan vi nu regne på tal, tal-sæt (vektorer) og på vektor-sæt (matricer).
KL	Hvad beskriver talsprogets kvantitative litteratur? Har talsprogets litteratur også genrerne fakta, fiktion og fidus?	En talfortælling fortæller om Mange i tid og rum. Talesproget og talsproget har samme genrer:. Fakta er Da-Så beregninger eller FritFalds-beregninger. Fiktion er Hvis-Så beregninger eller Affalds-beregninger. Fidus er Hvad-Så beregninger eller Dødsfaldsberegninger
PM	Hvad er forskellen på moderne og postmoderne matematik	Moderne matematik har mængden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken oppefra som eksempler på abstraktioner, Postmoderne (og førmoderne) matematik har Mange som sit grundbegreb og fremstiller matematikken nedefra som abstraktioner fra eksempler
GN	Kan geometriens begreber også opstå i laboratoriet?	Geometri betyder jordmåling. Et område kan opdeles i mange-kanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke. En a*b stak har areal a*b, og en diagonal med længde c som findes af Pythagoras a^2+b^2=c^2. Vinklen kan findes ved tanA= a/b, som ombundter a i b'ere. Også rummåling hører under geometri, hvor kantede og runde former har overflader og rumfang.

KOMMENTARER

Fremstillingsformen er valgt for at tilbyde en mulighed for læring i alle fire læringsrum. De fire læringsrum stammer fra de fire forskellige svar på spørgsmålet "hvor kommer begreber fra - oppefra eller nedefra, udefra eller indefra?" De to traditionelle læringsrum, meddelelsesrummet og konstruktivisme-rummet, siger hhv. oppefra&udefra og oppefra&indefra, de to oversete læringsrum, fortællerummet og mesterlærerummet, siger hhv. nedefra&udefra og nedefra&indefra. De traditionelle læringsrum tager udgangspunkt i faget og ser verden som anvender af matematik. De oversete læringsrum ser verden som skaber af matematik, og tager udgangspunkt i Mange under devisen "først gribe, så begribe". Meddelelsesrummet og fortællingsrummet etablerer sætningsfyldte læringsmøder med sætninger med hhv. abstrakte og konkrete grundled. Konstruktivismerummet og mesterlærerummet etablerer sætningsfrie læringsmøder med hhv. abstrakte og konkrete grundled.

Matematikkens begreber kan således fremstilles på to forskellige måder, oppefra eller nedefra. Historisk er matematikken opstået nedefra som abstraktioner fra eksempler. Men i dag er matematikken vendt på hovedet og fremstilles oppefra som eksempler på abstraktioner, dvs. som noget der burde kaldes "meta-matik" i stedet for den historiske "mate-matik", som så kunne kaldes matematik nedefra efter naturmetoden.

Matematik nedefra er udviklet gennem en undersøgelse, som med baggrund i det globale matematik-fravalgs problem stillede spørgsmålet "findes der en postmoderne matematik?". Undersøgelsen opstillede den hypotese, at det er meta-matik, der fravælges, ikke mate-matik. For at teste denne hypotese udvikledes et undervisningsmateriale i ”postmoderne matematik” nedefra inspireret af matematikken historiske udvikling. Undersøgelsen viste at matematik nedefra er en forskel som gør en forskel både i undervisningen og i læreruddannelsen. Dette kompendium er således en redigeret form af dette materiale.

Først angives en oversigt over de 8 studieenheder med tilhørende udforskningsspørgsmål. I indledningen skitseres tanken bag matematik nedefra, ønsket om at opbygge en matematik på et forførelsesfrist grundlag, så den fremstår som sand udforskning af noget som er og altid har været i verden, verdens mangfoldighed, i modsætning til fortolkning af et problematisk mængdebegreb som blev udviklet omkring år 1900. Mate-matik nedefra er således Mange-fortællinger, hvor meta-matik oppefra er mængde-fortællinger.

INDHOLDSBESKRIVELSE

C1 Mange kan optælles i stakke ved tæl&stak-ligningen: T = (T/b)*b

Mangfoldighed findes i tid og rum: Sæt fingeren på pulsen, og sæt en streg for hver gentagelse. Tidslig mangfoldighed bliver da overført til rumlig mangfoldighed gennem en ikonsættelse, som kan organiseres forskelligt, som:

1. Streger ved siden af hinanden: | | | | | | |

2. Streger samlet i talsymboler (4 streger i 4-tallet)

3. Bundtet og stakket: |||||| -> ~~|||~~ ~~|||~~ -> 2 3s = 2*3

Mangfoldighed kan ombundtes (omtælles) til en anden bundtstørrelse: T = 3 7ere = 3*7 = ?*4 = ? 4ere

Fjernes 4ere, optælles i 4ere. Processen ‘at fjerne 4ere’ ikonsættes som ’/4’ og italesættes som ’optalt eller opdelt i 4ere’. Tæl&stak-ligningen får da udseendet T = (T/4)*4. T/4 kaldes et per-tal.

Svaret kan optælles eller forudsiges ved regning:

T=3 7ere=3*7=(3*7/4)*4=5*4+1=5*4 + ¼*4=(5 ¼)*4

Gange betyder standard-ombundtning i ti’ere:

T = 3 6ere = 3*6 = 18 = 1*10 + 8*1.

Ombundtning i tiere giver decimal-tal og procent-tal:

T= 3 6ere= 3*6= 18= (18/10)*10= (1 8/10)*10=1.8*10

T = 3 6ere = 3*6 = 18 = (18/100)*100 = 18%*100

Sukker kan optælles på forskellige måder, f.eks. som kilogram, liter, kroner, procent osv. Bundtningsformen kan skiftes ved en ombundtning (omveksling):

2 kg = 5 $ = 6 liter = 100 %, T = 7 kg = ?

T = 7 kg = (7/2)*2kg = (7/2)*5 $ = 17.50 $

T = 7 kg = (7/2)*2kg = (7/2)*6 litres = 21 liter

T = 7 kg = (7/2)*2kg = (7/2)*100 % = 350 %

P = 5% = (5/100)*100% = (5/100)*2 kg = 0.1 kg

Også bundter kan bundtes i bundter af bundter, bundter og ubundtede, så en given mangfoldighed kan altid italsættes som en mangestak (et polynomium, et antal):

T=234=2 bundter-af-bundter+3 bundter+4 ubundtede.

T = 2345 = 2+3+4+5 = 2*B^3 + 3*B^2 + 4*B + 5*1.

T = 2 7ere.

Hvor ti-bundteren optæller ‘bundt + 4’, dvs. 14, vil tolv-bundteren optælle ‘bundt + 2’ dvs. 12.

Altså er T = (14)10 = (12)12

C2 Uforudsigelige tal kan forudsiges af det gennemsnitlige niveau og variation

Optælling af de forskellige muligheder i et vind-eller-tab spil fører til Pascals trekant.

Tal kan variere uforudsigeligt f.eks i spørgeskemaundersøgelser. Optælling giver en tabel over hyppigheden, hvoraf den gennemsnitlige niveau og variation kan beregnes.

Disse gennemsnitstal bestemmer et interval som med 95% sandsynlighed vil indeholde det næste tal:

T = Tgns. ± 2*ΔTgns.

A1 Overlæs ved sammenstakning fjernes af omstakningsligningen T = (T-b)+b

T = 38 + 29 = 3 ti 8 + 2 ti 9 = 5 ti 17 = ?

Overlæs fjernes ved omstakning og ombundtning.

Først omstakkes overlæsset ved at fjerne 10 1ere: T = 17 = (17-10)+10 = 7+10.

Så ombundtes 10*1 til 1*10, som så overføres til 10erne som i bogføring:

T = 38+29 = 3t8+2t9 = 5t17 = (5+1)t(17-10) = 6t7= 67

T = 38+29=3ti8+2ti9=5ti17=5ti1ti7 =6ti7=67

Processen 'at fjerne 10' ikonsættes som '-10' og italesættes som 'minus 10'.

Omstaknings-ligningen får da udseendet T = (T-b)+b.

Svaret kan findes ved optælling eller forudsiges ved regning.

Gentaget sammenstakning kan give store overlæs:

T = 4*18 = 4*(1ti8) = 4ti32 = 4ti3ti2 = 7ti2 = 72

A2 Per-tal sammenlægges som totaler

$/dag-tallet a skal ganges med dag-tallet b før det kan tillægges det totale $-tal T: T2 = T1 + a*b

2dage @ 6$/dg + 3dage @ 8$/dag = 5dage @ 7.2$/dag

2dage @ 6% + 5dage @ 8% = 7dage @ 7.4%

1/2 af 2 coke + 2/3 af 3 coke= 3 af 5 coke= 3/5 af 5 coke

1/2 af 4 coke + 2/3 af 3 coke= 4 af 7 coke= 4/7 af 7 coke

Gentaget og omvendt sammenlægning af pertal fører til

Integration: T2=T1+a*b; T2-T1= +a*b; ΔT= ∑a*b= ∫y*dx

Differentiation: T2=T1+a*b; a= (T2-T1)/b= ΔT/Δb= dy/dx

T1 Fremadregning kan vendes til tilbageregning x*3+2=14 -> (x*3)+2=14 -> x=(14-2)/3

Fremadregning 4*3=? kan vendes til tilbageregning (en ligning) ?*3=12 eller x*3=12.

frem: $x \xrightarrow{*3} 12$ *tilbage:* $4 \xleftarrow{/3} 12$

Også gentaget beregning 4*3+2 kan vendes:

frem: $x \xrightarrow{*3} x*3 \xrightarrow{+2} (x*3)+2$

tilbage: $4 \xleftarrow[/3]{} 12 \xleftarrow[-2]{} 14$

Frem- og tibageregning kan danses på gulvet eller opstilles i kolonner i et regneskema som FLYT& VEND metoden: Flyt over og vend regnetegnet.

a = ?	T = b + a*n
T = 80	T = b + (a*n)
b = 20	T-b = a*n
n = 5	(T-b)/n = a
	(80-20)/5 = a
	12 = a
Kontrol:	*80 = 20+12*5*
	80 = 80 ☺

T2 Stakke i tid kan variere med konstant eller variabel tilvækst

En mangfoldighed kan være konstant eller variabel. En variabel mangfoldighed har både et niveau T og en variation, eller tilvækst, ΔT = Tslut-Tbeg

Tilvæksten af en stak T=c*b kan være et tal eller en %. ΔT = Δc*b + c*Δb (+Δc*Δb), eller ΔT/T ≈ Δc/c + Δb/b

Tilvæksten kan være konstant eller variabel:

tal	ΔT = a	T = b + a*x
procent	ΔT = r*T	T = b * (1+r)^x
tal&%	ΔT = r*T+a	T/a=R/r, 1+R=(1+r)^x
voksende tal	ΔT = b+a*x	T = 1/2*a*x^2+b*x+c
forudsigelig	dT = y*dx	T = b + ∫ y*dx, y = T’

S1 Stakke i rum kan omformes, gøres runde mm.: a*b=(a*b/c)*c =√(a*b)^2; a=a/b*b=tanA*b

Et område kan opdeles i mangekanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke.

En a*b stak har areal a*b, og en diagonal med længde c som findes af Pythagoras a^2+b^2=c^2.

Vinklen kan findes ved tanA= a/b, som ombundter a i b’ere. Et kvadrat med diameter d har omkredsen c = d*4* sin(180/4).

En cirkel med diameter d har omkredsen c= d*n*sin(180/n)= d*π, hvor n-> ∞.

S2 Former og positioner kan forudsiges når de placeres i et gitter

I en a*b stak har øverste højre hjørne P koordinaterne P(b,a).

En geometrisk figur har punkter P(x,y), hvor

En skrå ret linie:	y = a*x+b
En lodret ret linie:	x = c
En cirkel med radius r:	(x/r)^2 + (y/r)^2 = 1
En ellipse med radius a og b:	(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1
En hyperbel:	y*x = a
En parabel:	y = a*x^2 + b*x + c

Hvis Po(x,y) = (3,4) og hvis Δy/Δx = 2, så er P1(8,y)= (x+Δx,y+Δy)= ((8-3)+3,4+2*(8-3))= (8,14).

Computere kan beregne bade tal, talsæt (vektorer) og vektorsæt (matricer).

KL Kvantitativ litteratur: Fakta, fiktion og fidus

Kvantitativ litteratur forekommer inden for algebra (genforening), geometri (jordmåling), økonomi og naturlære, hvor den er grundlaget for den moderne tid ved at kunne forudsige en fysisk masses adfærd i rum og tid.

Der er tre genrer for kvantitativ litteratur:

- Fakta er ’da-så’ beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det beregnelige:

’Da prisen er 4 kr/kg, så koster 6 kg 6*4 = 24 kr’.

- Fiktion er ’hvis-så’ beregninger, som kvantificerer det kvantificerbare, og beregner det uberegnelige:

’Hvis indkomsten er 4 mio$/år, så vil 6 års indkomst være 6*4 = 24 mio$’.

- Fidus er ’hvad-så’ beregninger, som kvantificerer det ikke-kvantificerbare:

’Hvis konsekvensen ‘brækket ben’ K sættes til 2 mio$, og hvis sandsynligheden S sættes til 30%, så vil risikoen R være R = K*S = 2*0.3 = 0.6 mio$’.

Der er tre handlemuligheder over for kvantitativ litteratur: Fakta kontrolberegnes, fiktion scenarieberegnes, fidus henvises fra kvantitativ behandling i talsproget til kvalitativ behandling i talesproget.

PM Hvad er forskellen på moderne og postmoderne matematik?

Her sammenlignes moderne mængdematematik med postmoderne Mange-matematik. Moderne matematik har mængden som sit grundbegreb og fremstiller matematikken oppefra som eksempler på abstraktioner, Postmoderne (og førmoderne) matematik har Mange som sit grundbegreb og fremstiller matematikken nedefra som abstraktioner fra eksempler

GN Kan geometriens begreber også opstå i laboratoriet?
Geometri betyder jordmåling. Et område kan opdeles i mangekanter, så i trekanter og til sidst i retvinklede trekanter, halv-stakke. En a*b stak har areal a*b, og en diagonal med længde c som findes af Pythagoras a^2+b^2=c^2. Vinklen kan findes ved tanA= a/b, som ombundter a i b'ere. Også rummåling hører under geometri, hvor kantede og runde former har overflader og rumfang. GN giver en eksperimenterende opbygning af geometrien som supplement til S1.

Appendiks C giver en beskrivelse af studieformen pyramideundervisning samt forslag til dagsordner for 12 læringsmøder med Mange, omfattende faglige opgaver, rutineopgaver og didaktiske opgaver.

0. Talesprog & talsprog, sand & falsk abstraktion, fortolkning & forførelse

Inden for demokratiet er det vigtigt at skelne mellem information og debat. Inden for videnskab er det vigtigt at skelne mellem forskning og fortolkning. Inden for sprog er det vigtigt at skelne mellem sprog og metasprog, og mellem talesprog og talsprog. Inden for matematik er det vigtigt at skelne mellem sande og falske abstraktioner.

0.1 Demokratiets IDB

Demokrati er et valg mellem alternativer gennem en IDB-proces. Først informerer vi sig om alternativerne, så debatteres alternativerne og til sidst træffes en beslutning. Information er forhold som ikke kan være anderledes og afsluttes derfor med et udråbstegn "!". Debat er forhold som kan være anderledes og afsluttes derfor med et spørgsmålstegn "?".

I det første demokrati, det græske, underviste de vidende, sofisterne (sophia betyder viden på græsk), i forskellen på information og debat, på natur og vedtægt, på logos og nomos. Nutidens sofister hedder postmodernister eller poststrukturalister. De udviser skepsis over for metafortællinger, eller sagt på en anden måde, de skelner mellem naturlig korrekthed og politisk korrekthed, som f.eks. illustreres i "blyantsdilemmaet":

0.2 Blyantsdilemmaet

Anbragt mellem en lineal og en ordbog kan en blyant udpege sin længde, men ikke sin betegnelse. Sætningens grundled, tingen, kan altså selv falsificere et tal-udsagn om sin længde, men ikke et ord-udsagn om sin betegnelse. Tal-udsagn om længde kan derfor udtrykke en naturlig korrekthed, der kan danne basis for forskning, dvs. for validerbare udsagn baseret på troværdige data. Ord-udsagn kan kun udtrykke en politisk korrekthed, en fortolkning, som hvis den bliver fremført som forskning bliver til forførelse. Heraf den postmoderne grundsætning: "Der findes ingen sandhed kun forførelse".

0.3 Talesprog og talsprog

Ved hjælp af en lineal og en ordbog kan vi sætte tal og ord på ting, ting kan ital-sættes i vort tal-sptrog og ting kan itale-sættes i vort talesprog. Vi har således både ord-sætninger med grundled, udsagnsled og genstandsled; og tal-sætninger, ligninger, med tal, lighedstegn og regnestykker. Men også sætninger kan gøres til genstand for beskrivelse fra et over-sprog, et meta-sprog. Talesprogets meta-sprog hedder grammatik, og talsproget meta-sprog hedder matematik. Metasproget beskriver sproget, og sproget beskriver verden.

Vore to sprog og deres metasprog kan opfattes som et sprog-hus med to etager: I nederste etage bruges sproget til at beskrive verden, og i den øverste etage bruges metasproget til at beskrive sproget. Bruges metasproget til at beskrive verden opstår der syntaksfejl som "Udsagnsordet drak for meget". Matematik beskriver altså ikke verden, matematik beskriver talsproget, og talsproget beskriver verden.

		SPROGHUSET		
META-SPROG	GRAMMATIK	Grundled	Konstanter og variabler	MATEMATIK
SPROG	TALE-SPROG	Blyanten er rød	Areal = længde*bredde	TAL-SPROG
VERDEN		TING I TID OG RUM		

0.4 Falske og sande abstraktioner

I matematik findes forskning og fortolkning i form af sande og falske abstraktioner. En abstraktion er sand, hvis alle dens eksempler er sande. En abstraktion er falsk hvis nogle af dens eksempler er falske.

Udsagnet "2+2 = 4" er en falsk abstraktion da f.eks. 2uger + 2 dage =16 dage, og 2 m + 2 cm = 202 cm.

Udsagnet "2*2 = 4" er en sand abstraktion da 2 toere altid kan omtælles til 4 enere.

0.5 Mate-matik nedefra og meta-matik oppefra

Matematik nedefra efter naturmetoden opbygger talsproget og dets grammatik, matematikken, på et forførelsesfrit grundlag som er naturlig korrekt og ikke kun politisk korrekt. Matematik nedefra efter naturmetoden kunne også kaldes Mange-lære, hvis opgave det er at beskrive Mange med tal som kan optælles eller beregnes, og som kan være konstante eller variable. Matematik som begrunder sig ved henvisning til sig selv kunne modsat kaldes ”metamatik” oppefra.

Studiets organisering

En studiegruppe består af en lærer og 8 studerende som mødes fire semestre med to seminarer pr. semester hver på ½ dag. Første og sidste seminar er på 1 dag.

Pyramideundervisning

Makkerpar. Hver studerende finder en makker at danne makkerpar med. Makkerparret er fælles om at løse periodens didaktiske opgave, og fælles om at opponere på en didaktisk opgave fra et andet makkerpar, som findes inden for periodens teampar. Et makkerpar opstiller, udveksler og retter indbyrdes et sæt rutineopgaver. Et makkerpar mødes en gang om ugen.

Team. Hvert makkerpar finder et andet makkerpar at danne team med. Teamet er fælles om at løse periodens faglige opgave. Dette arbejde tilrettelægges på periodemødets team-time. Teamet mødes en gang om ugen til undervisning varetaget af periodens instruktor.

Instruktorpar. Hvert team udpeger hver periode på skift en periodeinstruktor som står for periodens undervisningen. En instruktor virker i to perioder, oplæringsperioden og instruktionsperioden. Instruktorparrets makkerpar danner et midlertidigt makkerpar i instruktionsperioden.

Oplæringsperioden begynder med en times instruktion af læreren på et periodeseminar. Herefter mødes instruktorparret en gang om ugen med hinanden og en gang om ugen til konference med læreren. Ved det følgende seminar underviser instruktorparret.

I instruktionsperioden underviser instruktoren sit team en gang om ugen, mødes med makkeren en gang om ugen og mødes til konference med læreren en gang om ugen. Instruktorparret er fælles om at aflevere en didaktisk rapport om deres undervisning i stedet for periodens didaktiske rapport. Læreren opponerer på instruktorparrets didaktiske opgave.

For den enkelte studerende betyder denne organiseringsform to ugentlige møder, et med makkeren og et med teamet. Hvis vi er instruktor kommer hertil et konferencemøde med læreren.

Periodens didaktiske opgave er en træning til det endelige eksamensprojekt. Samt et middel til at opnå uddannelsens endelige mål, at uddanne den studerende til en fagdidaktikker, som kan observere, reflektere og arbejde i team.

Periodens seminar

De 2*4 4-timers periodeseminarer vil typisk have følgende dagsorden:

Lektion 1+2: Introduktion til periodens fagbilag. Instruktorpar 8 underviser alle.
Lektion 2: Fællessang. Afslutning af periode 7. Instruktorpar 7 fremlægger deres instruktoropgaver. Team3 fremlægger et afsnit fra appendiks A samt en fagdidaktisk artikel.
Lektion 3: Team-dannelse og TeamTime. Der dannes makkerpar mhp. den didaktiske opgave. Der dannes teams mhp. den faglige opgave. Gensidig opponering aftales. Teamet mødes og aftaler arbejdsgangen for næste periode. Læreren underviser instruktorpar 9.

Periodens arbejde

Der vil være to ugentlige møder, et didaktisk møde med makkeren om den didaktiske opgave, et med fagligt møde med teamet om den faglige opgave. Instruktorparrene 8 og 9 har desuden en ugentlig instruktorkonference med læreren. Eventuelle spørgsmål stilles til teamets instruktor.

Et fagligt møde vil typisk bestå af et undervisningsforløb og et opgaveregningsforløb. Instruktoren står for undervisningen som gerne må omfatte besvarelsen af opgaver udleveret til teamet ugen forinden.

Uge 1+2. 1) Læs periodens fagbilag samt relevante dele af lærebogen. 2) Løs periodens rutineopgaver og send et opgavesæt til din makker. Nedskriv observationer i en logbog, og vær særlig opmærksom på eksempler på assimilering og akkommodering (genkendelse og erkendelse), dvs. hvor du kan genbruge eller må ændre eksisterende tænkemåder. 3) Påbegynd løsning af den faglige opgave og nedskriv undervejs observationer i en logbog. 4) Påbegynd løsning af den didaktiske opgave og nedskriv undervejs observationer i en logbog. I stedet for den didaktiske opgave skriver instruktorerne en instruktoropgave, som er en didaktisk projektopgave der beskriver, analyserer og vurderer periodens instruktion og som indeholder både observationer og fagdidaktiske referencer.

Uge 2+3. 1) Regn det modtagne rutineopgavesæt og returner det til makkeren. 2) Færdiggør den didaktiske opgave. Besvarelsen skal have kronikformat (ca. 10.000 anslag). Indlæg opgavebesvarelsen i tråden ”periode9” i mappen ”didaktiske opgaver” og send den til opponenten. 3) Færdiggør den faglige opgave. Indlæg opgavebesvarelsen i tråden ”periode9” i mappen ”faglige opgaver” og send den til opponenten.

Uge 4+5. 1) Der opponeres på den didaktisk opgavebesvarelse fra opponenten. Kommentarerne indeholder en beskrivelse, analyse og vurdering. De er detaljerede og fylder ½ kronik (ca. 5.000 anslag). 2) Det modtagne rutineopgavesæt rettes, kommenteres og returneres til makkeren. 3) Instruktorparrene opponerer på hinandens projektopgaver, som fremlægges på næste møde. Kommentarerne indlægges i tråden ”periode8” i mappen ”didaktiske opgaver”. Nedskriv undervejs observationer i en logbog. 4) Hvert instruktorpar opponerer på de faglige opgaver fra det andet instruktorpars teams. Kommentarerne indlægges i tråden ”periode8” i mappen ”faglige opgaver”.

Uge 5+6. Udvidelse af personlig arbejdsportfolio. Indsæt bl.a. 1) periodens didaktiske opgave og opponentens svar, 2) periodens faglige opgave, 3) refleksionsbrevet til kusine Lise, som sendes i kopi til læreren. 4) Næste seminar forberedes ved at læse det indlagte materiale.

Eksamensprojekt

I eksamensprojektet udvælges en af de didaktiske opgaver, som gives en uddybende beskrivelse analyse og vurdering under anvendelse af IDB-princippet. IDB-princippet indeholder 3 faser: Information, Debat og Beslutning. I informationsfasen informerer man sig om hvilke alternativer der findes inden for det valgte område. I debatfasen diskuteres disse alternativer i form af didaktiske mål-middel overvejelser. Endelig træffes en beslutning om hvordan tilrettelæggelsen skal være, næste gang der undervises i det pågældende emne hvorefter denne beskrives i detaljer. Eksamensprojektet vil typisk fylde 5000 ord.

Projektet afsluttes med at lave et udkast til et undervisningsforløb over 15-20 timer, som indeholder

- planer for hver uge (3 timer), herunder forslag til hjemmeopgaver.
- mulighed for tværfaglig undervisning med et eller flere andre fag.
- referencer til relevant didaktisk og pædagogisk teori.

ENGELSK SPROGEDE ARTIKLER

Bundles Bring Back Brains from Exclusion to Special Education

Abstract

The fourth of the United Nations' Sustainable Development Goals aims at ensuring inclusive and quality education for all. To reach this goal, mathematics education should look for different forms that avoid excluding students to special education. Here, difference research searching for differences making a difference asks the grand theories for advice. In philosophy, existentialism recommends that existence precedes essence. Sociology sees mathematics education as an institution tempted by a goal displacement making itself the goal instead of a means to obtain mastery of Many, the real end goal that the institution makes harder to reach to secure its own survival. And psychology warns us that existence and essence are taught in two different ways. Looking closer at the foundation of mathematics education, whole number addition, it turns out that both are problematic. Digits are taught as numbers where in reality they are operators needing a unit to become a number. Multidigit numbers are taught as number essence obeying a difficult place value system made redundant if using existing bundles as units. Finally, adding digits without units deprives sums of validity outside the 'no-unit-math' greenhouse. To see if bundle-numbers with units make a difference, a string of micro curricula was designed to allow children develop further the number-language that they bring to school and that leads directly to core mathematics. So, to reach the UN goals, mathematics education should maybe teach existence instead of essence, and accept its role as a flexible means to the real end goal, mastery of Many.

Key words: Mathematics education, special education, Sustainable Development Goals, arithmetic, number sense

Is Special Education Here by Nature or by Choice?

The United Nations' 17 Sustainable Development Goals aim to transform our world. Goal 4 aims at ensuring inclusive and quality education for all. This also applies to mathematics, our number-language of huge technical, economical, and social importance. So, of course, also mathematics education should avoid excluding students.

Telling Many from one and none is a fundamental human ability. It is glad to see how children vividly communicate about Many before school. And it is sad to see how they then stop, and how more and more are excluded from the class and sent to special education. To meet the UN goal, we thus must ask if exclusion is here by nature or by choice. So, we pose the Cinderella question: are there unnoticed forms of mathematics education that does not exclude students to special education, and that might bring them back again? Difference research (Tarp, 2018d) searching for differences making a difference may give an answer.

Grand Theory Looks at Mathematics Education

Searching for different forms of mathematics education, we may consult the three grand theories (Mills, 1959): philosophy, sociology and psychology.

In philosophy, the ancient Greek sophists said that telling nature from choice would prevent patronization by choice masked as nature. In contrast, Plato saw choice as an illusion since the physical was but examples of metaphysical forms only visible to philosophers from his academy (Russell, 1945). Today, the sophist skepticism is held by the existentialists holding that natural existence precedes socially constructed essence (Marino, 2004). Here, Heidegger (Tarp, 2018a) says that in a judging is-sentence we should trust the subject since it exists; while, as a social construction, the predicate should be questioned. Philosophy thus may enlighten the question: what is nature and what choice in numbers, operations, equations, functions, algebra, geometry, etc.

Sociology asks if social interaction should be flexible controlled by individual interaction, or fixed controlled by more or less democratic institutions, constructed socially as rational means to reach common goals (Weber, 1930). But being tempted by a 'goal displacement' (Bauman, 1990) so it itself becomes the goal instead, and ensuring its necessity by making the original goal harder to reach. And thus, unwillingly practicing 'the banality of evil' (Arendt, 1963). Sociology thus may enlighten the question: has a goal displacement in mathematics education made mastering mathematics the end goal, instead of being just one among several means to reach the real end goal, mastery of Many?

Psychology compares learning coming from adapting to outside existence (Piaget, 1970) with learning coming from adapting to inside socially constructed essence (Vygotsky, 1986). Psychology thus may enlighten the question: if mathematics education has a goal displacement, will changing the goal from mastering mathematics to mastering Many imply that fewer students are excluded to special education?

Differences to Traditional Primary Mathematics Education

The ICME13 Topical Survey (2016) describes the traditional mathematics education teaching children how to operate on single-digit and multi-digit whole numbers with addition first, then subtraction as reversed addition, then multiplication as repeated addition, and finally division as reversed multiplication.

The survey also shows that failure to understand the place value system for multi-digit numbers may exclude students to special education. So, we ask: can multi-digit numbers be understood differently? Is the place value system here by nature or by choice?

Writing out fully a total of 345, we get a polynomial sum of monomials, typically with ten as bundle-size, *B*. We see, that all digits carry units: ones, bundles, bundle-of-bundles, etc.

T = 345 = 3 Bundle-Bundles & 4 Bundles & 5 ones = 3 x *B*^2 + 4 x *B* + 5 x 1

By themselves, digits are just names wording the follower in a row, as do the names of weekdays and months. So, adding follower names is as meaningless as adding weekday names. But with like units, digits may add meaningfully as expressed by the so-called distributive law that should also be called the 'only add like units' law

2 3s + 4 3s = (2+4) 3s = 6 3s, or 2 x 3 + 4 x 3 = (2 + 4) x 3 = 6 x 3.

Letters do not connect to their sounds, but digits do if seen as icons with as many sticks as they represent if written less sloppy: 5 sticks in the 5-icon, etc.

The 5-icon allows 5 1s to be transformed into 1 5s that may be used as a bundle-unit later allowing us to master Many by bundle-counting. 1 cannot be a unit since a bundle-of-bundles of 1s stays 1, whereas 5 can be a unit since a bundle-of-bundles of 5s does not stay 5.

With eyes closed, learning a string of number-names by rote is like learning other strings of names. But, looking at a stack of 5s, the 5-bundle exists in space, whereas the number of 5s exists in time. So, we should include both the 'time-number' and the 'space-number' and the bundle-unit when counting existing things:

0 bundle 1, 0*B*2, …, 0*B*9, 0*B*ten or 1*B*0, 1*B*1, …, 1*B*9, 1*B*ten or 2*B*0,

Counting in tens explains why ten is written 10, short for 1*B*0. And why hundred is written 100, short for 1*BB* 0*B* 0, where *BB* is a bundle-of-bundles.

Likewise, thousand is *BBB.*

Counting ten fingers in 3s, we meet the bundle-of-bundles, *BB*, since ten = 1*BB* 0*B* 1. Likewise, when counting 5 fingers in 2s.

Here 5 = 1*BB* 0*B* 1, and ten = 1*BBB* 0*BB* 1*B* 0.

Here we see that multiplying with the bundle-size makes all digits move one place to the left.

Teaching 1+2 = 3 without units is falsified by, e.g., 1week + 2days = 9 days.

Addition is only meaningful with like units according to the distributive law:

T = 0*B*1 + 0*B*2 = 0*B*3.

Unspecified letter-numbers also need a common unit before adding:

T = *a* x *b* + *b* x *c* = *a* *b*s + *c* *b*s = (*a* + *c*) *b*s = (*a* + *c*) x *b*

With units, overloads and underloads introduce 'flexible bundle-numbers' and negative numbers from the beginning:

T = 0*B*8 + 0*B*9 = 0*B*17 = 1*B*7 = 2*B*-3, or when bundle-counting in tens:

T = 47 = 4*B*7 tens = 3*B*17 tens = 5*B*-3 tens.

Teaching that 3x5 is 15 is contradicted by the fact that 3x5 is, e.g., 30 5s.

3x5 is 3 5s that may or may not be recounted in another bundle-unit. Which again shows that, by itself, a digit is not a number, but an operator needing a unit to become a number.

Teaching that 8/2 is 8 split by 2 is hiding division's fundamental role as pushing away bundles when bundle-counting. So, 8/2 should be taught as from 8 push away 2s, or 8 counted in 2s.

Adults thus use polynomial numbers with units; and children do the same. Asked "How old next time?", a 3year old will say "Four" and show 4 fingers; but will react strongly to 4 fingers held together 2 by 2, 'That is not four, that is two twos', thus describing what exists: bundles of 2s in space, and 2 of them in time.

Children also use full sentences as in the word-language with a subject 'that', and a verb 'is', and a predicate '2 2s', which abbreviated shows a formula or function as a number-language sentence 'T = 2 2s'.

So, yes. Multi-digit numbers can be understood differently. Therefore, the place value system is here, not by nature, but by choosing to hide units in a number to force children learn the place value system, which again may exclude some to special education repeating the same in a slower pace. Hiding the units means teaching essence-numbers, including the units means teaching existence-numbers.

We thus have two paradigms (Kuhn, 1962) in mathematics. A 'no-unit-math' paradigm neglecting units by using digits as numbers, and with addition seldom valid outside its 'greenhouse'. And a more honest and ethical 'unit-math' paradigm that with monomials as numbers avoids outside validation problems; and possible also avoids excluding students.

This thus provides a hypothesis: Bundles Bring Back Brains from special education created by learning problems inside the 'no-unit-math' greenhouse.

To test this hypothesis, inspired by Tarp (2018c, d) we now design micro curricula, MC, to be tested by using Design Research (Bakker, 2018).

A Bundle-counting Curriculum

The no-unit-math tradition teaches how to operate on whole numbers without units but obeying a place value system, made redundant within the 'unit-math' paradigm using bundles as units instead. Teaching counting and recounting before adding totals creates a counting-before-adding curriculum (Tarp, 2018b).

MC01. Digits

The no-unit-math tradition presents both digits and letters as arbitrary symbols that do not connect to what they symbolize. A difference is letting students create digits themselves, not as symbols, but as icons with as many sticks or strokes as they represent if written less sloppy, thus linking digits directly to their degrees of Many. Being the bundle-size, ten has no icon since here a double-counting begins counting both bundles and unbundled. So, a two-digit number is not just one number but two numberings of bundles and unbundled singles.

A guiding question may be "There seems to be 5 strokes in a 5-digit if written less sloppy. Is this also the case with other digits? What about ten?" Materials can be sticks, a folding ruler, cars, dolls, spoons, etc.

MC02. Bundle-Counting Sequences

Using a place value system, the no-unit-math tradition counts without bundles. A difference is to practice bundle-counting in tens, fives, and threes by describing what exits, not 3 but 0*B*3, or 1*B*0 3s if counting in 3s. Including bundles in number-names prevents mixing up 31 and 13. And they may also inform that the 'strange' names 'eleven' and 'twelve' are Viking names meaning 'one left' and 'two left', and that the name 'twenty' has stayed unchanged since the Vikings said 'tvende ti'; and that English roughly is a mixture of Viking words labeling concrete things and actions, and French words labeling abstract ideas. The Viking tradition saying 'three-and-twenty' instead of 'twenty-three' was used in English for many years, e.g., by Jane Austen. Now it stops after 20. The Vikings also counted in scores: 80 = 4 scores, inspiring the French to do the same. And Danes still count 90 as half-5 scores.

A guiding question can be "Let's use the word 'bundle' when bundle-counting in tens, in 5s and in 3s." Materials can be fingers, sticks, and cubes. Using fingers and arms we can count to twelve, also called a dozen. Using cubes, the bundles are stacked on-top of each other.

First, we count in tens, and include the bundles: 0*B*1, …, 0*B*8, 0*B*9, 0*B*10 or 1*B*0, 1*B*1, 1*B*2.

Then we count in 5s (hands), and then we count in 3s (triplets).

Counting cubes in 3s, 3 bundles should be counted as 1 bundle-of-bundles, or 1*BB*.

Finally, we bundle-count from 0 to 111 by always including the units.

MC03. Bundle-Counting with Underloads and Overloads

Strictly following the place value system, the tradition always silences the units when writing ‘two hundred and fifty seven’ as plain 257. A difference may be inspired by the Romans using ‘underloads’ when writing four as ‘five less one’, IV; and by overloads when small children use ‘over-counting’: “twenty-nine, twenty-ten, twenty-eleven”.

A guiding question can be. “Let us count what is missing for the next bundle. And count as children with overloads as ‘twenty-eleven’”. Materials can be sticks, cubes, and an abacus.

First, we notice that five fingers can be counted in pairs in three different ways

T = 5 = I I I I I = II I I I = 1*B*3, overload.

T = 5 = I I I I I = II II I = 2*B*1, normal.

T = 5 = I I I I I = II II II = 3*B*-1, underload.

Using fingers and arms, first we count using underloads:

0*B*1 or 1*B*-9, 0*B*2 or 1*B*-8, …, 0*B*9 or 1*B*-1, 1*B*0, 1*B*1 or 2*B*-9, 1*B*2 or 2*B*-8.

The we count to twelve in 5s, and in 3s.

Then we count in tens from 1 to 111, using over-counting:

… 1*B*9, 1*B*10, 1*B*11 or 2*B*1, …, 9*B*9, 9*B*10, 9*B*11 or 10*B*1 or 1*BB*0*B*1.

Then we rewrite totals as ‘flexible bundle-numbers’ with overloads and underloads:

T = 38 = 3*B*8 = 2*B*18 = 1*B*28 = 4*B*-2 = 5*B*-12

MC04. Calculating with Flexible Bundle-Numbers

The tradition uses carrying when adding and multiplying, and borrowing when subtracting. Here, a difference is to de-model (Tarp, 2020) calculations by including the bundles as units.

A guiding question can be. “Let us use flexible bundle-numbers in calculations.”

Overload	Underload	Overload	Overload
65 + 27	65 - 27	7 48s 7 x 48	336 as 7s 336 /7
6 *B* 5 + 2 *B* 7	6 *B* 5 - 2 *B* 7	7 x 4 *B* 8	33 *B* 6 /7
8 *B*12 9 *B* 2	4 *B* -2 3 *B* 8	28 *B* 56 33 *B* 6	28 *B* 56 /7 4 *B* 8
92	38	336	48 7s

Figure 1: De-modeling calculations with flexible bundle-numbers

MC05. Calculations as Formulas

In a number-language sentence as “The total is 3 4s”, the tradition silences all but the calculation 3x4, always recounted in tens as 12 instead of 1*B*2 tens, thus leaving out the units.

A difference is to use full sentences with an outside subject, a verb and an inside predicate. And to emphasize that a formula is an inside prediction of an outside action. The sentence “*T* = 5x6 = 30” thus inside predicts that outside, 5 6s can be recounted as 3 tens. Likewise, the sentence *T* = 336/7 = 48 inside predicts that outside, the number of 7s in 336 is 48.

A guiding question can be. “Let us use full number-language sentences including both what is numbered, and the calculation predicting the number.”

First, we use a full sentence to recount 8 1s in 2s. We use ‘/’ as an icon for a broom pushing away the 2s. So ‘8/2 = 4’ is an inside prediction for the outside action “From 8, we push 2 away 4 times.”

When stacking the bundles of 2s, we use ‘x’ as an icon for a lift elevating the bundles. So ‘4x2 = 8’ is an inside prediction for the outside action “4 times stacking 2s gives 8 1s”.

When pulling away a stack to look for unbundled singles, we use ‘ – ’ as an icon for a rope pulling away the stack. So ‘ 9 – 4x2 = 1’ is an inside prediction for the outside action “From 9, pulling away 4 2-bundles will leave 1 unbundled.”

Recounting 8 in 2s thus gives a 'recount formula'

8 = (8/2) x 2, that with unspecified numbers says

T = (T/B) x B, or in words:

"A total T contains T-push-away-Bs B s", or "T contains T/B Bs".

Outside asking "How many 2s in 8", inside becomes the equation "? x 2 = 8", or "u x 2 = 8" using the letter u for the unknown number. The equation is easily solved outside by from 8 pushing away 2s, described inside by recounting 8 in 2s:

u x 2 = 8 = (8/2) x 2, so u = 8/2

So, an equation is solved by moving a number to the opposite side with the opposite sign.

Also, we see the formal definition of '8/2': "8 divided by 2 is the number u that multiplied with 2 gives 8".

MC06. Counting the Unbundled

Without units, the no-unit-math tradition neglects the question how to count the unbundled singles. A difference is to include them in the number-language sentence.

A guiding question can be "How to count the unbundled singles?" Materials can be cubes, and 1 or 2 dices where the total is recounted in 2s, 3s, etc."

Before outside recounting 9 cubes in 2s, inside we let a calculator predict the result: Entering 9/2 gives '4.some' predicting that "9 contains 9-push-away-2s 2s, or 4 2s & some". To find unbundled singles, outside we pull away the 4x2 stack, inside predicted by entering '9 – 4 x 2' giving 1. So, inside the calculator predicts that 9 recounts as 4B1 2s, which is also observed outside.

Placing the unbundled on-top of the stack, we can use a decimal point to separate the bundles from the unbundled:

T = 4B1 2s = 4.1 2s.

Likewise, when counting in tens: T = 4B2 tens = 4.2 tens = 4.2 x 10 = 42.

Counting the unbundled in bundles gives a 'fraction', 1 = (1/2) x 2 = 1/2 2s

Counting what is missing in a full bundle gives a negative number, 1 = 1B-1 2s.

Again, we see the flexibility of bundle-numbers:

T = 4B1 2s = 4 ½ 2s = 4.1 2s = 5.-1 2s.

Likewise, when counting in tens:

T = 4B2 tens = 4 2/10 tens = 4.2 tens = 5.-8 tens.

MC07. Changing Number Units

Always counting in tens, the tradition never asks how to change number units. A difference is to change from one icon to another, from icons to tens, or from tens to icons; or into a square. And each time see that increasing the base of a stack will decrease its height, and vice versa, to contain the same total.

A guiding question can be "How to change number units? What happens with the stack?" Materials can be an abacus or snap-cubes.

Asking '3 4s = ? 5s', we inside predict the result by entering on a calculator the 3 4s as 3x4 and count them in 5s by dividing by 5. The answer '2.some' predicts that 3 4s contains 3x4-push-away-5s 5s, or 2 5s & some. To find unbundled singles, outside we pull away the 2 fives from the 3 4s; inside we predict this by entering '3x4 – 2x5'. The answer '2' predicts that 3 4s can be recounted as 2B2 5s.

Asking "40 = ? 5s", we predict the result when solving the equation "u x 5 = 40" by recounting 40 in 5s:

u x 5 = 40 = (40/5) x 5, so u = 40/5.

Asking "6 8s = ? tens", or "6x8 = ?", we inside predict the result by looking at a ten-by-ten square with 6 and 8 as B-4 and B-2 on the sides. We see that the 6x8 box is left when from the BxB box we pull away a 4xB and a 2xB box, and add the 4x2 box pulled away twice.

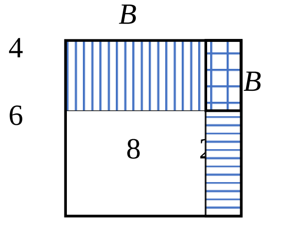
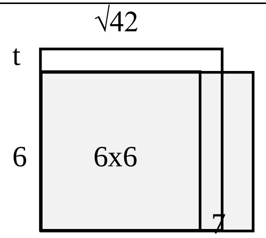
	$T = 6 \times 8$ $= (B-4) \times (B-2)$ $= BB - 2B - 4B + 8$ $= 4B8$ $= 48$	$T = \begin{pmatrix} 1B - 4 \\ 1B - 2 \end{pmatrix}$ $= 1BB - 2B - 4B + 8$ $= 10B - 6B + 8$ $= 4B8$ $= 48$	

Figure 2: Multiplying numbers as binomials; and squaring a 4x5 box

Inside, multiplying two 'less-numbers' horizontally creates a FOIL-rule: First, Outside, Inside, Last. Multiplying them vertically creates a cross-multiplication rule: First multiply down to get the bundle-of-bundles, and the unbundled, then cross-multiply to get the bundles.

Wanting to square a 6x7 stack, its side is called √42, using lines to iconize a half-square. To find √42 we see that removing the 6x6 square leaves 6 to share between the two 6xt boxes in a 6+t square, giving t = 0.5. A little less since we neglect the txt square. Inside, a calculator predicts that √42 = 6.48.

Intersection points between lines and circles leads to quadratic equations as x^2+ 6x + 8 = 0, easily solved when rotating the upper of two x by x+3 playing cards to create a square with sides x+3, and with zero area except for the 1 left in the upper 3-by-3 square after 8 is removed.

In total, (x+3) ^2 = 0 + 1 = 1 = √1 ^2, so x + 3 = ± 1, giving x = - 2 and x = - 4.

MC08. Changing Physical Units using Per-Numbers

The no-unit-math tradition only shifts physical units, and only after proportionality has been taught; typically answering the question "with 2 kg costing 3$, what does 3 kg cost?" by going through the unit cost.

A difference is to use 'per-numbers' coming from recounting the same quantity in a new unit, e.g.,

T = 3$ = (3$/2kg) x 2kg = p x 2kg, with the per-number p = 3$/2kg, or 3/2 $/kg.

A guiding question can be "How to change physical units?". Materials can be colored cubes.

Recounting in the per-number allows shifting units:

T = 6kg = (6/2) x 2kg = (6/2) x 3$ = 9$; and

T = 15$ = (15/3) x 3$ = (15/3) x 2kg = 10 kg.

Alternatively, we recount the units:

$ = ($/kg) x kg = (3/2) x 6 = 9; and kg = (kg/$) x $ = (2/3) x 15 = 10.

The no-unit-math tradition introduces fractions after division: 1/4 of 12 = 12/4. A difference is to see the fraction as a per-number with like units, 1/4 = 1 per 4 = 1$ per 4$.

Finding 3/4 of 12 thus means finding 3$ per 4$ of 12$ that recount in 4s as:

T = 12$ = (12/4) x 4$ giving (12/4) x 3$ = 9$,

So, 3 per 4 is the same as 9 per 12, or 3/4 = 9/12.

And finding 3/4 of 100 means finding 3$ per 4$ of 100$, giving 75$ per 100$, or 75%.

MC09. Recounting the Sides in a Box Halved by its Diagonal Gives Trigonometry

The no-unit-math tradition teaches trigonometry after plane and coordinate geometry. A difference is to see trigonometry as per-numbers coming from mutually recounting the sides in a box halved by its diagonal (Tarp, 2021).

A guiding question can be "How to recount the sides in a box halved by its diagonal?" Materials can be boxes or books.

Recounting the height in the base,

height = (height/base) x base = tangent Angle x base, shortened to

h = (h / b) x b = tan A x b = tan A bs, thus giving the formula

tangent Angle = height / base, or tan A = h/b.

Using the words run and rise instead of base and height, we get the formula

tangent Angle = rise/run.

The word 'tangent' is used since the height will be a tangent in a circle with center in the Angle, and with the base as its radius. This gives a formula for the circumference since a circle contains many right triangles:

In an h-by-r half-box, h recounts in rs as $h = (h/r) \times r = \tan A \times r$.

A half circle is 180 degrees that recounts in 100 parts as 180 = (180/100) x 100 = 1.8 100s = 100 1.8s. With A as 1.8 degrees, the circle and the tangent, h, are almost identical. So, half the circumference is

$C = 100 \times h = 100 \times \tan 1.8 \times r = 100 \times \tan (180/100) \times r = 3.1426 \times r$

Calling the circumference for $2 \times \pi \times r$, we get a formula for the number π:

$\pi = \tan (180/n) \times n$, for n sufficiently large.

MC10. Adding Next-To and On-Top

The no-unit-math tradition sees numbers as a one-dimensional cardinality with addition defined as counting on. A difference is to accept children's bundle-numbers as 2-dimensional boxes that add next-to and on-top.

A guiding question can be "How to add 2 3s and 4 5s on-top and next-to?". Materials can be cubes.

To add 2 3s and 4 5s on-top, the units must be made the same, outside by squeezing one or both; inside by recounting to changes units. Adding 2 3s and 4 5s next-to as 8s means adding areas as in integral calculus.

Recounting predicts the result by entering $(2 \times 3 + 4 \times 5)/B$, where B can be 3, or 5, or 8.

Single digits must carry units before adding. Here 1 6s and 1 9s may add next-to as 1 15s; or they may add on-top as 2B3 6s or 2B-3 9s that both may be recounted as 1B5 tens.

Adding 20% to 100% gives 120%. With a per-number 30$/100% this gives 120% = (120/100) x 100% = (120/100) x 30 $ = 120% x 30$.

So, we add 20% to 30$ by multiplying 30$ with 120%.

Reversing adding next-to and on-top, a guiding question can be "How many 3s to add to 4 5s to get a total of 6 5s or 5 8s?". Materials can be cubes, or an abacus.

To outside find the answer, in both cases we pull way the 4 5s from the total before recounting in 3s, which inside is predicted by asking the calculator:

$(6 \times 5 – 4 \times 5)/3$, or $(5 \times 8 – 4 \times 5)/3$.

Reversed integral calculus is called differential calculus reflecting that we take a difference before recounting by division.

MC11. Adding Per-Numbers and Fractions

Seeing fractions as numbers that add without units, the no-unit-math tradition teaches 'mathematism' (Tarp, 2018d), true inside but seldom outside classrooms. A difference is respecting that fractions and per-numbers are not numbers, but operators needing numbers to become numbers before adding.

A guiding question is "What is 2kg at 3$/kg plus 4kg at 5$/kg?" Materials can be a peg board with rubber bands, vertically placed in the distances 2 and 6, and horizontally in 3 and 5.

Inside, we see that unit-numbers add directly whereas, before adding, per-numbers must be multiplied to become unit-numbers. But the moment you multiply you create an area. So, per-numbers add by their areas, i.e., as the area under the per-number curve. Adding areas is called integral calculus.

The opposite is called differential calculus asking, e.g., "2kg at 3$/kg plus 4kg at how many $/kg total 6 kg at 5$/kg."

The two connect by the fact that when adding serial differences between serial numbers, a, b, c, d, the middle terms disappear leaving only the net-difference between the end and initial numbers:

$(b – a) + (c – b) + (d – c) = d – a$.

As special per-numbers, fractions also add by areas: 2apples with 1/2 red plus 3 apples with 2/3 red total 5 apples with 3/5 red, and not with 7/6 red as taught by no-unit-math.

MC12. Change by Adding or by Multiplying

The no-unit-math tradition taches adding arithmetic and geometric sequences as series. A difference is adding constant unit-numbers and per-numbers. A guiding question can be “What is 2$ plus 3$/day?” and “What is 2$ plus 3%/day?” Materials can be a peg board and an abacus.

Inside we see that adding 3$/day to 2$ gives a total of $T = 2 + 3 \text{ x } n$ after n days. This is called change by adding, or linear change with the general formula $T = b + a \text{ x } n$.

And that adding 3%/day to 2$ gives a total of $T = 2 \text{ x } 103\%\text{^}n$ after n days since adding 3% means multiplying with 103%. This is called change by multiplying or exponential change with the general formula $T = b \text{ x } a\text{^}n = b \text{ x } (1 + r)\text{^}n$.

Reversing change by adding means meeting an equation as $100 = 20 + 5 \text{ x } u$, easily solved by splitting and recounting:

$100 = (100\text{-}20) + 20 = 80 + 20$, so $u \text{ x } 5 = 80 = (80/5) \text{ x } 5$, so $u = 80/5 = 16$.

Reversing change by multiplying gives two equations. In the equation $20 = u\text{^}5$, we want to find the factor u of which 5 gives 20, predicted by the factor-finding root $u = {}^{5}\sqrt{}20 = 1.82$. In $20 = 5\text{^}u$ we want to find the number u of 5-factors that give 20, predicted by the factor-counting logarithm $u = \log5(20) = 1.86$.

We now know all the ways to unite parts into a total, and to split a total in parts, the ‘Algebra-square’ (Tarp, 2018d), also showing that basic equations are solved by moving to opposite side with opposite calculation sign:

Operations unite/ split Totals in	Changing	Constant
Unit-numbers m, s, kg, $	$T = a + n$ $T - n = a$	$T = a \text{ x } n$ $T / n = a$
Per-numbers m/s, $/kg, $/100$ = %	$T = \int a \, dn$ $dT/dn = a$	$T = a\text{^}n$ ${}^{n}\sqrt{}T = a \quad \log_a(T) = n$

Figure 3: The 4 ways to unite into a total, T, and the 5 ways to split a total

Observations

In a small-scale testing, the students were asked to write to an uncle about how they experienced some micro curricula. Typical answers expressed surprise that mathematics could also be taught and learned in a way where it is always connected to actual things and actions; and positive attitudes were frequently expressed. Some proudly talked about returning to the class and becoming stars when teaching fellow students and the teacher different ways to do math.

A large-scale testing is left to others. In music, the composer writes a score, but performing it and evaluating public success is left to other professionals. Likewise, a curriculum architect designs curricula to be tested and evaluated by PhD projects typically, a different genre than articles on designs creating a new paradigm that, according to Kuhn (1962), opens up a virgin research field ‘west of Mississippi’ waiting to be researched through micro-curricula, where the old field may long have failed to produce new ground-breaking work.

Conclusion

We asked: Is special education here by nature, or are there unnoticed forms of mathematics education that do not exclude students? Inspired by grand theory we saw that seeing mastery of mathematics as the goal of mathematics education is problematic since it creates a goal displacement hiding the real end goal, mastery of Many. And, if existence should precede essence, mathematics should teach existing bundle-numbers with units coming from bundle-counting totals before adding them; and stop teaching the essence of socially constructed place value numbers. This difference uncovers a ‘unit-math’ paradigm as an alternative to the ruling ‘no-unit-math’ paradigm. To see if bundles bring back brains from special education, a string of micro curricula was designed showing that bundle-counting leads directly to core mathematics. Furthermore, positive small-scale testing encourages a large-scale testing.

It thus seems possible for mathematics education to meet number four of the UN Sustainable Development Goals. And it will transform the world for children being allowed to develop further the mastery of Many they have developed before school without being lectured inside the ‘no-unit-math’ greenhouse paradigm risking it sums to be falsified outside. So, to clear the road to the end goal, mastery of Many, mathematics should become ethical by including units on numbers, and by discarding both the place value system, and addition without units.

Hopefully, inclusive and quality education for all will soon allow also the number-language a communicative turn as had the word-language in the 1970s (Widdowson, 1978).

References

Arendt, H. (1963). *Eichmann in Jerusalem, a report on the banality of evil.* London: Penguin Book.

Bakker, A. (2018). *Design research in education.* Oxon, UK: Routledge.

Bauman, Z. (1990). *Thinking sociologically.* Oxford, UK: Blackwell.

ICME13 Topical Survey. (2016). *Teaching and Learning Whole Numbers in Primary School.* Springer Open.

Kuhn T.S. (1962). *The structure of scientific revolutions.* Chicago: University of Chicago Press.

Marino, G. (2004). *Basic writings of existentialism.* New York: Modern Library.

Mills, C. W. (1959). *The sociological imagination.* Oxford, UK: Oxford University Press.

Piaget, J. (1970). *Science of education of the psychology of the child.* New York: Viking Compass.

Russell B. (1945). *A history of western philosophy.* New York: A Touchstone Book.

Tarp, A. (2018a). A Heidegger view on how to improve mathematics education. *Philosophy of Mathematics Education Journal, 33*.

Tarp, A. (2018b). A twin curriculum since contemporary mathematics may block the road to its educational goal, mastery of many. In ICMI study 24. *School Mathematics Curriculum Reforms: Challenges, Changes and Opportunities. Pre-conference proceedings.* Editors: Yoshinori Shimizu and Renuka Vithal, 317-324.

Tarp, A. (2018c). Good, bad & evil mathematics - tales of totals, numbers & fractions. Flexibility in Mathematics Education. *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Taipei, Taiwan*.

Tarp, A. (2018d). Mastering Many by counting, re-counting and double-counting before adding on-top and next-to. *Journal of Mathematics Education, 11*(1), 103-117.

Tarp, A. (2020). De-modeling numbers, operations and equations: From inside-inside to outside-inside understanding. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science 17*(3), 453-466.

Tarp, A. (2021). Teaching Mathematics as Communication, Trigonometry Comes Before Geometry, and Probably Makes Every Other Boy an Excited Engineer". *The Journal on Systemics, Cybernetics and Informatics: JSCI, 19*(7), 82-113

Vygotsky, L. (1986). *Thought and language.* MIT press.

Weber, M. (1930). *The protestant ethic and the spirit of capitalism.* London UK: Unwin Hyman.

Widdowson, H. G. (1978). *Teaching language as communication.* Oxford, UK: Oxford Univ. Press.