

# Digitale lærresurser i matematikundervisningen

Delrapport skola

Skolforskningsinstituttets  
systematiske oversikter



SKOLFORSKNINGS  
INSTITUTET

## Digitala läresurser i matematikundervisningen Delrapport skola

### PROJEKTGRUPP:

Johan Wallin, fil.dr (projektledare)

Elin Hafsteinsdóttir, fil.dr

Johan Samuelsson, docent

Eva Bergman

Maria Bergman

Sara Fundell

Agneta Gulz, professor, Filosofiska institutionen vid Lunds universitet och Institutionen för datavetenskap vid Linköpings universitet (extern forskare)

Ola Helenius, fil.dr, Nationellt centrum för matematikutbildning vid Göteborgs universitet (extern forskare)

Anette Jahnke, fil.dr, Nationellt centrum för matematikutbildning vid Göteborgs universitet (extern forskare)

Ola Helenius och Anette Jahnke har deltagit som en part i arbetet med att granska forskningslitteratur i de delar där krav på oberoende har ställts.

### EXTERNA GRANSKARE:

Björn Berg Marklund, fil.dr, Institutionen för informationsteknologi, Högskolan i Skövde

Johan Lithner, professor, Institutionen för naturvetenskapernas och matematikens didaktik, Umeå universitet

GRAFISK FORM: FamiljenPangea och Skolforskningsinstitutet

OMSLAGSFOTO: Anna Hedman

TRYCK: Lenanders Grafiska AB, Kalmar, 2018

ISBN: 978-91-984382-8-4 (tilltryck)

ISBN: 978-91-984383-0-7 (tilltryck pdf)

CITERA DENNA RAPPORT: Skolforskningsinstitutet. *Digitala läresurser i matematikundervisningen.*

*Delrapport skola. Systematisk översikt 2017:02 (1/2). Solna: Skolforskningsinstitutet.*

©Skolforskningsinstitutet

[www.skolfi.se](http://www.skolfi.se)



Svanenmärkt trycksak 3041 0145



Skolforskningsinstitutet verkar för att undervisningen i förskolan och skolan bedrivs på vetenskaplig grund. Det gör vi genom att

- sammanställa forskningsresultat, och
- bevilja forskningsmedel för praktisknära forskning.

# Förord

Skolforskningsinstitutet har i uppdrag att göra forskningsammansättningar som rör undervisningsnära frågor. Det gör vi bland annat i form av så kallade systematiska översikter. Uppdraget knyter an till skollagens krav på att förskolans och skolans utbildning ska vila på vetenskaplig grund.

*Digitala lärarresurser i matematikundervisningen* är institutets andra översikt och har producerats parallellt med den första. Tillsammans bryter de ny mark beträffande vilken typ av forskningsbaserade underlag som erbjuds svenska förskollärare och lärare som stöd i deras viktiga arbete. Många fler kommer att följa.

Översikten är baserad på 85 studier vilket är att betrakta som mycket i dessa sammanhang. Vi har valt att presentera den i två delar, en för förskolan och en för skolan.

Att producera systematiska forskningsöversikter är ett omfattande arbete. Många personer med olika kompetenser är involverade. Att göra något första gången erbjuder också särskilda utmaningar. Jag vill därför börja med att tacka samtliga mina medarbetare som alla på olika sätt bidragit i detta arbete. Särskilt tack naturligtvis till projektgruppen med Johan Wallin som projektledare. Och till de tre externa forskarna i projektgruppen, Agneta Gulz, Lunds och Linköpings universitet, Ola Helenius, Göteborgs universitet och Anette Jahnke, Göteborgs universitet, som medverkat i alla led som rör det vetenskapliga arbetet: urval, granskning, analys och syntesarbete, samt författande. Institutet är helt beroende av gott samarbete med externa forskare knutna till varje översikt. Stort tack för att ni steg ombord på detta projekt och följde med hela vägen!

Utöver dessa vill jag tacka Björn Berg Marklund, Högskolan i Skövde och Johan Lithner, Umeå universitet, för granskning och många kloka synpunkter på ett manus som då började närma sig en färdig översikt.

Vi har också haft god hjälp av följande lärare som varit referenspersoner: Nicholas Geber, Annika Linell, Annika Perlander, Johanna Rahm och Magnus Sjölander. Ni ingår också i Skolforskningsinstitutets Försöksverksamhet och kommer med tiden att pröva delar av översikten i era egna verksamheter. Det blir spännande att följa.

Det är roligt att denna översikt kommer i anslutning till regeringens digitaliseringsstrategi för skolväsendet där man bland annat lyfter fram vikten av att lärare ska ha kunskap och mandat att avgöra när och hur digitala verktyg ska användas för att stärka lärandet.

Min förhoppning är att just denna översikt ska ge förskollärare och lärare, men även andra som på olika sätt är involverade i barns och elevers matematikutveckling, både karta och kompass i en terräng som kanske är svåröverskådlig men där spännande möjligheter kan dölja sig under varje sten och bakom varje träd!

Skolforskningsinstitutet, november 2017

Lena Adamson, myndighetschef

# Att utveckla undervisningen med stöd av systematiska översikter

Arbetet med en systematisk översikt innebär att sammanställa och analysera stora mängder forskning inom ett väl avgränsat område i syfte att besvara en på förhand specificerad frågeställning. Resultatet ska utgöras av den bästa tillgängliga internationella forskningen på området vid den tidpunkt då översikten framställs.

En systematisk översikt utmärks av öppet redovisade och strukturerade metoder för att identifiera, välja ut och sammanställa forskningsresultaten. Syftet är att minimera risken för att slump eller godtycklighet ska påverka resultaten. Det ska också vara möjligt att följa och värdera arbetet som lett fram till urvalet av forskning och sammanställningen av resultaten. Den som läser en systematisk översikt ska själv ha möjlighet att ta hänsyn till ytterligare forskning som eventuellt har tillkommit efter att översikten har genomförts, och som kan komplettera slutsatserna.

Skolforskningsinstitutets systematiska översikter är i första hand till för förskollärare och lärare. De riktar sig naturligtvis också till skolledare och alla andra beslutsfattare som på olika sätt kan främja goda förutsättningar för att bedriva skolans undervisning på vetenskaplig grund.

Begreppet vetenskaplig grund syftar på resultaten från vetenskapliga studier. Det kan handla om ämnesinnehåll, men också om vad den senaste forskningen säger om hur man bäst undervisar inom just detta ämnesområde. Det är det sistnämnda som är Skolforskningsinstitutets uppdrag. Våra systematiska översikter ska bidra till forskningsbaserad kunskap inom undervisning som kan underlätta för de verksamma att

- utveckla och förbättra metoder och arbetssätt
- utveckla förmågan att göra professionella bedömningar i relation till barns och elevers utveckling och lärande.

Här är det viktigt att påpeka att institutets översikter inte är manualer som ska följas till punkt och pricka. Forskningsbaserad kunskap är ett viktigt redskap för hög kvalitet i undervisningen, men det är alltid bara ett av flera beslutsunderlag. En lokal anpassning måste alltid ske när dessa resultat integreras i den egna undervisningen. Här är den enskilde förskollärarens eller lärarens kunskaper, erfarenheter och bedömningsförmåga, tillsammans med behoven hos barn eller elever, de två andra grundläggande och nödvändiga komponenterna för att undervisningen ska bli av högsta kvalitet. Värt att minnas är också att metoder och arbetssätt, som även om de visat sig vara mycket välfungerande i många studier, alltid är beroende av den allmänna undervisningskvaliteten.

Skolforskningsinstitutets översikter kommer att ha olika karaktär beroende på vilken sorts forskning som ligger till grund. Därmed kan användningen också se olika ut.

I vissa översikter finns generella slutsatser som sammanfattar det fullständiga forskningsläget. Då måste vi ha i åtanke att även om en viss undervisningsmetod har visat sig ge goda effekter i en forskningsstudie är det inte alls säkert att resultaten blir lika goda när de ska användas i ett annat sammanhang. Vi måste också tänka på att när ett medelvärde i en grupp höjs, så är det just ett medelvärde där några ligger över och några ligger under. Klassen kan alltså höja sitt medelvärde inom ett kunskapsområde med det nya arbetssättet, men enskilda elever kan fortfarande behöva andra insatser. Detta berör spänningsfältet mellan gruppen och individen i lärarens uppdrag. Att använda ett väl beforskat arbetssätt, som i studier visat sig fungera för många elever, kan föra gruppen framåt samtidigt som läraren får mer tid för att enskilt anpassa undervisningsmetoder för det fåtal elever som behöver detta.

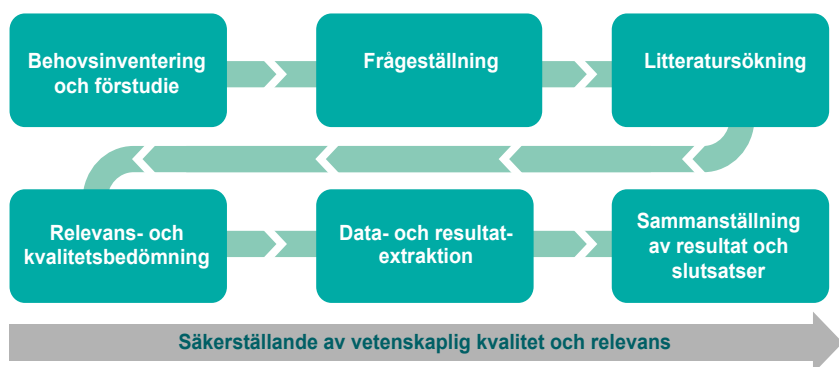
I andra översikter kan resultaten snarare likna en mosaik där många studier tillsammans ger en fördjupad förståelse inom ett visst undervisningsområde, samtidigt som någon av de enskilda ingående studierna kan ge mer konkreta exempel på hur ett moment kan behandlas.

I ytterligare andra översikter kan resultaten bidra till utvecklingen av det professionella språket inom ett visst undervisningsområde, vilket i sin tur kan bidra till en mer avancerad kommunikation i kollegiet.

Slutligen, god undervisningskvalitet bör i grunden bestå av precis samma grundläggande komponenter som god forskning, alltså ha tydliga mål för vad som ska uppnås, relevanta metoder, kritisk reflektion och kollegial granskning; allt för att veta mer om vilka resultat – elevernas utveckling och lärande – som uppnås, varför dessa uppnås och hur man kan utveckla och förbättra dessa resultat.

## Arbetsgången för Skolforskningsinstitutets systematiska översikter

FIGUR 1. Arbetsgång



Nedan beskriver vi de olika stegen i arbetsgången kortfattat. För en ingående beskrivning av metod och genomförande för denna systematiska översikt, se kapitel 5 Metod och genomförande.

## Behovsinventering och förstudie

Syftet med behovsinventeringarna är att ringa in undervisningsnära ämnesområden där behovet av vetenskapligt grundad kunskap bedöms vara stort. Identifierade områden utreds sedan vidare inom ramen för förstudier.

## Frågeställning

Utifrån resultaten från förstudien och i samråd med de ämnesexperter som knyts till projektet formuleras översiktens frågeställning. För att precisera denna och ge vägledning för de kommande databassökningarna formuleras tydliga kriterier som måste uppfyllas av de studier som inkluderas i översikten.

## Litteratursökning

Sökningen efter forskningslitteratur görs framför allt i internationella forskningsdatabaser, med hjälp av söksträngar. En söksträng är den instruktion, i form av en kombination av ord, som matas in i en databas. Söksträngarnas utformning avgör vilka studier som fångas och utgör därför en nyckelfaktor för översiktens kvalitet.

## Relevans- och kvalitetsbedömning

De studier som fångas bedöms mot bakgrund av översiktens frågeställning. Först bedöms relevansen, dvs. om studierna anses kunna bidra till att besvara översiktens frågeställning eller ej. Därefter granskas studiernas vetenskapliga kvalitet. Endast studier som bedöms vara relevanta och som håller tillräckligt hög kvalitet i förhållande till översiktens frågeställning inkluderas i översikten.

## Data- och resultatextraktion

De ingående studiernas resultat extraheras och analyseras.

## Sammanställning av resultat och slutsatser

Här sammanställs de ingående studiernas resultat till en helhet för att ge en djupare förståelse. Tillvägagångssätten kan variera bland annat beroende på översiktens frågeställning och vilken typ av forskning som ingår i översikten. Utifrån sammanställningen dras sedan slutsatser. Dessa svarar på översiktens frågeställning och ska kunna ligga till grund för professionella bedömningar i praktiken.



Arbetet bedrivs i projekt i vilka flera olika kompetenser finns representerade. Målet är att presentera så opåverkade svar på översiktens frågeställning som möjligt. Arbetet kännetecknas av utpräglad systematik och transparens.







# Sammanfattning

Denna systematiska översikt sammanställer forskning om digitala lärresurser för att utveckla barns och elevers kunskaper i matematik. Forskningen spänner över förskolan till och med gymnasieskolan och anknäyer specifikt till matematikundervisningen. I denna rapport redovisas översiktens resultat för grund- och gymnasieskolan.

De digitala lärresurser som studeras erbjuder alla en interaktivitet. Det betyder att eleverna är aktiva i relation till lärresursen i själva undervisningssituationen.

De frågor som besvaras i rapporten är:

- Vilka effekter har matematikundervisning med digitala lärresurser på elevers kunskaper i matematik?
- Vad kan förklara om en matematikundervisning med digitala lärresurser har effekt eller inte på elevers kunskaper i matematik?

Översikten har sin bakgrund bland annat i lärares frågor om huruvida undervisning med hjälp av digitala lärresurser kan påverka elevers kunskapsutveckling.

## Digitala lärresurser i grund- och gymnasieskolan

Det vetenskapliga underlaget består av 75 studier. Endast två studier är gjorda i Sverige, men alla studier berör ett matematikinnehåll som är relevant för den svenska skolan. Upp till och med årskurs 6 dominerar digitala lärresurser med fokus på området tal och taluppfattning, men det finns studier som behandlar annat innehåll, till exempel algebra eller geometri. I högre årskurser är det vanligaste innehållet algebra samt samband och förändring.

När det gäller matematiska förmågor är det många digitala lärresurser som fokuserar på begrepps- och proceduranvändning, men även bland dem kan ofta också aktiviteter som involverar andra förmågor adresseras, såsom problemlösnings- och resonemangsförmåga.

Vi har kunnat identifiera fem olika huvudkategorier av digitala lärresurser för matematikundervisning i grund- och gymnasieskolan:

- **Uppgifter:** lärresurser som levererar matematikuppgifter tillsammans med vägledning eller individanpassning. Uppgifterna och vägledningen regleras i många fall utifrån hur användaren presterar.
- **Objekt:** lärresurser med vilka matematik och matematiska objekt, till exempel geometriska former, kan representeras genom att utnyttja det digitala mediet.
- **Spel:** lärresurser som utnyttjar spelmekanismer såsom uppdrag, utmaningar, belöningar och tävlingsmoment för att förmedla ett ämnesinnehåll. Spel

karaktäriseras ofta av lekfullt utforskande inom ramen för en berättelse.

- **Verktyg:** lärresurser som har tagits fram i ett annat syfte än för att bedriva undervisning, men som kan användas i matematikundervisningssammanhang, till exempel ett kalkyl- eller grafritande program.
- **Kurspaket:** lärresurser av ett mer omfattande slag som kan innehålla flera funktioner och beröra många matematikområden. Ofta är kurspaketen tänkta att användas som ett komplement under en längre tid, till exempel under en hel årskurs. I vissa fall handlar det om undervisningspaket som består av olika kombinationer av digitala lärresurser och tryckt material samt lektionsupplägg, lärarhandlingar och kompetensutveckling för lärarna.

Kategorierna är inte exakta och det finns överlapp mellan dem. Vid kategoriseringen strävade vi efter att hitta en huvudmekanism för lärresursen i fråga.

## Undervisning med digitala lärresurser kan ha positiva effekter

Genomgången visar tydligt att det går att konstruera digitala lärresurser som kan användas för att utveckla många olika matematiska förmågor, i synnerhet om de används i en i övrigt rik undervisningsmiljö. Men det går inte att dra slutsatsen att en lika effektiv undervisning inte skulle kunna utformas på andra sätt, utan digitala lärresurser.

## Gynnsamt med ett tydligt fokus på tröskelbegrepp

Det är positivt för elevers kunskapsutveckling om undervisning med digitala lärresurser har ett avgränsat matematikinnehåll som eleverna kan arbeta med på ett fokuserat sätt. En stor del av forskningen behandlar sådana arbetssätt och det finns flera tänkbara skäl till att de i många fall ger goda resultat. Dels kan det vara lättare att konstruera bra digitala lärresurser om man begränsar sig till ett mindre omfattande matematikinnehåll, dels kan det vara lättare för både lärare och elever att lära sig att använda den sortens lärresurser. Genomgången tyder vidare på att det av forskningstekniska skäl är lättare att uppnå tydliga effekter vid den här sortens upplägg.

När ett relativt smalt matematikinnehåll behandlas är det i allmänhet valt på ett genomtänkt sätt, exempelvis kan det handla om steg i matematikutvecklingen som är vedertaget problematiska. Ofta talar man om så kallade tröskelbegrepp – matematiska begrepp som eleverna behöver förstå för att kunna utvecklas vidare inom ett område. Exempel på tröskelbegrepp som berörs i underlaget är bråk och funktioner.

## Varierade sätt att uppleva, erfara och kommunicera matematik

Det förefaller vara positivt för elevers kunskapsutveckling om de digitala lärresurserna möjliggör att eleverna kan uppleva och urskilja matematiska begrepp och processer visuellt och dynamiskt. Det kan exempelvis uppnås genom att använda digitala geometriska objekt för att ge elever rika och varierade upplevelser av geometriska

egenskaper. Det verkar vidare vara bra om lärresurserna är konstruerade på ett sätt som uppmuntrar till att elever samtalar om matematikupplevelserna med varandra och med lärare. Det kan åstadkommas såväl med digitala lärresurser för samarbetsinriktade arbetssätt som med digitala lärresurser för självständigt arbete.

## Med undantag för kurspaket kan de flesta typer av digitala lärresurser fungera bra

Digitala kurspaket har i allmänhet studerats i stora elevgrupper under lång tid, till exempel en hel årskurs. Man kan säga att dessa studier utgör en slags motpol till studier med ett avgränsat matematikinnehåll. Även resultatmässigt är kontrasten stor; kurspaketen tycks i de allra flesta fall inte innebära några betydelsefulla vinster för kunskapsutvecklingen. Möjligen är kurspaketens enskilda delar inte lika bra som lärresurser med ett mer avgränsat ämnesinnehåll, eller så innefattar de både gynnsamma och ogynnsamma enskilda delar som medför att effekterna tar ut varandra.

En nackdel med studierna av digitala kurspaket är att det kan vara svårt att säkerställa i vilken utsträckning lärresurserna verkligen har använts så som det var tänkt. Samtidigt är det en fördel att studierna avspeglar vad som kan förväntas när omfattande digitala lärresurser används under lång tid i stora grupper. En tänkbar bidragande förklaring till att kurspaketen vanligen innebär små vinster – om några – är att det kan vara en större utmaning att förändra matematikundervisningen så att den generellt tar stöd i digitala lärresurser.

Med undantag för kurspaketen har vi inte funnit stöd för att någon kategori av digitala lärresurser sticker ut när det gäller effekter på elevers matematikkunskaper. Det går att nå goda resultat med såväl uppgifter och objekt som spel och verktyg. Digitala verktyg har dock undersökts i endast två studier, båda på gymnasienivå. Det är i sig ett viktigt resultat att så få studier behandlar digitala verktyg i matematikundervisningen.

## Lärarens roll och arbete är centralt

Lärarens roll och arbete kan skilja sig beroende på utformningen av och syftet med en viss digital lärresurs. Medan vissa lärresurser är tänkta att i huvudsak erbjuda eleverna självständiga matematikaktiviteter, förutsätter andra att läraren själv hanterar den digitala lärresursen. Genomgången visar att det går att nå bra effekter på elevernas matematikkunskaper i båda fallen.

Digitala lärresurser för självständigt arbete kan vara ett kompletterande stöd i undervisningen och på så sätt möjliggöra att lärare kan ägna mer tid och kraft åt andra aspekter av undervisningen. Det gör att resultatet blir mer beroende av lärresursen i sig, snarare än på interaktionen med övrig undervisning. Om lärresurserna erbjuder individanpassad vägledning kan det skapa särskilt goda förutsättningar för elevernas kunskapsutveckling. Men även när digitala lärresurser för självständigt arbete

används verkar det vara särskilt gynnsamt om de används på ett integrerat sätt tillsammans med annan undervisning. Det är helt jämförbart med hur andra resurser för lärande i allmänhet kan användas. Exempelvis kan en digital lärresurs användas för att ge eleverna vissa typer av erfarenheter som sedan också behandlas inom den lärarledda undervisningen. Digitala lärresurser för självständigt arbete är vanligare i årskurser till och med mellanstadiet.

Arbetsätt med digitala lärresurser som innebär en hög grad av aktiv lärarmedverkan eller som är tekniskt komplexa kräver oftast att lärarna först får möjlighet att utbilda sig i hur lärresurserna fungerar och vad som kan göras med stöd av dem. I dessa fall behöver man beakta länken mellan lärresurserna, undervisningens upplägg i övrigt och innehållet i kompetensutvecklingen. Det är tänkbart att de digitala lärresurser som i sig kräver en högre lärarinvolvering också ger bra förutsättningar för att skapa en sådan länkning. Samtidigt krävs då också mer av läraren. För den här sortens lärresurser blir det avgörande för resultatet vad läraren själv väljer att göra med lärresurserna tillsammans med sina elever.

## Urval av forskning

Av nära 10 000 publikationer som identifierades i litteratursökningen har vi gått igenom drygt 700 studier i fulltext. Av dessa bedömdes totalt 85 studier kunna bidra till att besvara den systematiska översiktens frågor, varav 75 avser grund- och gymnasieskolan och 10 avser förskolan. I denna rapport redovisas resultaten från de 75 studier som avser grund- och gymnasieskolan.

Alla studierna är kontrollerade experiment, vilket innebär att forskarna har jämfört två eller flera undervisningsinsatser med varandra. Alla studier mäter också i vilken grad elevers kunskaper i matematik påverkas av undervisningen. Undervisningen med digitala lärresurser som har undersökts är i alla studier upplagd på ett sätt som syftar till att passa förskole- eller skolmatematiken. Det betyder bland annat att undervisningen behandlar matematikinnehåll som valts på ett medvetet sätt i relation till en viss målgrupp.

De allra flesta digitala lärresurser som har studerats finns inte på svenska. Flertalet är inte heller öppet tillgängliga. Även om detta medför att lärresurserna oftast inte kan användas direkt i ett svenskt sammanhang ger översikten kunskap om hur digitala lärresurser kan se ut till innehåll och funktion samt hur de kan användas i undervisningen för att ge effekter på kunskapsutvecklingen i matematik.



# Innehåll

<b>1. Varför en översikt om digitala lärresurser i matematikundervisningen?</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Syfte och frågeställning</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Bakgrund</b>	<b>1</b>
1.2.1 Ett digitaliserat samhälle – en digitaliserad skola	2
1.2.2 Matematikundervisning och digitala lärresurser	2
<b>2. Om denna översikt</b>	<b>7</b>
<b>2.1 En översikt – två rapporter</b>	<b>7</b>
<b>2.2 Litteratursökning och urval</b>	<b>7</b>
2.2.1. Flest studier inriktade på mellanåren	9
2.2.2 Forskning från olika länder	9
<b>2.3 Rapportens disposition</b>	<b>10</b>
2.3.1 Resultatkapitlets uppbyggnad och innehåll	10
<b>3. Resultat</b>	<b>17</b>
<b>3.1 Slutsatser</b>	<b>18</b>
<b>3.2 Årskurs 1–3: Sammanfattning av resultaten</b>	<b>20</b>
3.2.1 Många digitala lärresurser kan fungera bra, men variationen är stor	21
3.2.2 Betydelsen av lärares insatser	21
3.2.3 Effekterna kan hänga samman med undervisningssituationerna	22
3.2.4 Forskningstekniska aspekter påverkar effekternas storlek	22
3.2.5 Inga eller knappt märkbara effekter	23
3.2.6 Kort- och långtidsstudier samt utmaningen att mäta hållbara kunskaper	23
<b>3.3 Årskurs 1–3: Beskrivning av ingående studier</b>	<b>24</b>
3.3.1 Digitala uppgifter	24
3.3.2 Digitala objekt	28
3.3.3. Digitala spel	29
3.3.4 Digitala kurspaket	34
<b>3.4 Årskurs 4–6: Sammanfattning av resultaten</b>	<b>36</b>
3.4.1 Varför visar de olika studierna olika effekter?	37
3.4.2 Att välja digitala lärresurser	37
3.4.3 Tydligt fokus på ett avgränsat matematiskt innehåll som integreras i övrig undervisning	38
3.4.4 Inga betydelsefulla vinster med digitala kurspaket	38
3.4.5 Forskningstekniska aspekter påverkar effekternas storlek	39
<b>3.5 Årskurs 4–6: Beskrivning av ingående studier</b>	<b>40</b>
3.5.1 Digitala uppgifter	40



3.5.2	Digitala objekt	43
3.5.3	Digitala spel	47
3.5.4	Digitala kurspaket	50
<b>3.6</b>	<b>Årskurs 7–9 och gymnasieskolan: Sammanfattning av resultaten</b>	<b>52</b>
3.6.1	Varierande effekter på elevers kunskaper i matematik	54
3.6.2	Relevant och avgränsat matematikinnehåll med fokus på tröskelbegrepp	54
3.6.3	Variation av digitala uppgifter	54
3.6.4	Förståelse och färdigheter hänger ihop	55
3.6.5	Varierade sätt att uppleva, erfara och kommunicera matematik	55
3.6.6	Berikar en redan rik undervisning	55
3.6.7	Lärares roll och arbete	56
3.6.8	Forskningsuppläggen har betydelse för tolkningen av effekterna	56
<b>3.7</b>	<b>Årskurs 7–9 och gymnasieskolan: Beskrivning av ingående studier</b>	<b>57</b>
3.7.1	Digitala uppgifter	57
3.7.2	Digitala objekt	62
3.7.3	Digitala spel	65
3.7.4	Digitala verktyg	68
3.7.5	Digitala kurspaket	69
<b>4.</b>	<b>Kartläggning</b>	<b>75</b>
4.1	Forskning från olika länder	75
4.2	Typer av lärresurser	75
4.3	Matematikområden	76
4.4	Matematikförmågor	77
4.5	Jämförelser	78
4.6	Studieupplägg	79
4.7	Antal deltagande elever	80
4.8	Studielängd	81
<b>5.</b>	<b>Metod och genomförande</b>	<b>85</b>
5.1	Behovsinventering och förstudie – den övergripande inriktningen	85
5.2	Frågeställning – vad det är vi undersöker och varför	86
5.2.1	Inklusionskriterier	86
5.2.2	Exklusionskriterier	87
5.2.3	Hur vi har resonerat vid valet av inklusions- och exklusionskriterier	88
5.3	Litteratursökning – att finna tänkbart relevant forskning	90
5.3.1	Sökstrategi	90

<b>5.4 Relevans- och kvalitetsbedömning</b>	<b>92</b>
5.4.1 Relevansgranskning i flera steg	92
5.4.2 Kvalitetsbedömning – vilken forskning som är tillförlitlig	93
5.4.3 Hur vi har bedömt studierna	98
<b>5.5 Data- och resultatextraktion</b>	<b>99</b>
<b>5.6 Sammanställning av resultat och slutsatser</b>	<b>100</b>
5.6.1 Hur vi har grupperat studierna	100
5.6.2 En kunskapsutveckling i matematik kan mätas	100
5.6.3 Sammanställning av resultat från flera studier	101
<b>6. Översiktens begränsningar</b>	<b>107</b>
6.1 Studier kan ha missats	107
6.2 Alla studier publiceras inte	107
6.3 Överförbarhet och relevans för svenska förhållanden	107
6.4 Medelvärden och spridningsmått	108
6.5 Instrument för utvärderingen av resultaten	108
6.6 Utmaningar med att tekniken ständigt utvecklas	109
<b>Referenser</b>	<b>111</b>
Delrapport skola	111
Delrapport förskola	118

Bilagor (återfinns på [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se))

Bilaga 1: Sökstrategi

Bilaga 2: Kvalitetsbedömning av primärstudier

Bilaga 3: Redovisning av beräkningar som ligger till grund för skogsdiagrammen

Bilaga 4: Studier som inte kunnat rekvireras i fulltext

Bilaga 5: Studier som exkluderades i sista granskningssteget

Bilaga 6: IT-verktyg som hjälpt vid genomförandet av den systematiska översikten









# 1. Varför en översikt om digitala lärresurser i matematikundervisningen?

I detta kapitel redovisar vi översiktens syfte och frågeställning samt ger en bakgrund till översikten.

## 1.1 Syfte och frågeställning

Denna systematiska översikt sammanställer forskning om digitala lärresurser för att utveckla barns och elevers kunskaper i matematik<sup>1</sup>. Forskningen spänner över förskolan till och med gymnasieskolan och de arbetssätt som undersöks kopplar specifikt till matematikundervisningen. I denna rapport redovisas översiktens resultat för skolan.

De frågor som besvaras i rapporten är:

- Vilka effekter har matematikundervisning med digitala lärresurser på elevers kunskaper i matematik?
- Vad kan förklara om en matematikundervisning med digitala lärresurser har effekt eller inte på elevers kunskaper i matematik?

Alla studier som ingår har undersökt om elevers kunskapsutveckling i matematik påverkas på ett mätbart sätt av en undervisning med stöd av någon specifik digital lärresurs. Det vetenskapliga underlaget består enbart av experimentella jämförande studier som med hjälp av för- och eftertester har undersökt förvärvade kunskaper inom något relevant matematikområde.<sup>2</sup>

## 1.2 Bakgrund

Såväl verksamma som organisationer inom skolområdet vittnar om ett behov av tillförlitlig kunskap om undervisning med stöd av digitala lärresurser: om det har effekter på elevers kunskapsutveckling i matematik och hur olika lärresurser kan användas på ett genomtänkt sätt i ett pedagogiskt sammanhang.

---

1 Vi har valt att använda begreppet kunskaper som ett samlingsbegrepp för olika kunskapsformer. I resultatsammanställningarna redovisas både vilket matematikinnehåll som berörs i studierna och vilka matematikförmågor som studierna har haft som mål att utveckla genom undervisningen.

2 I kapitel 5 Metod och genomförande finns mer information om vad vi har bedömt som viktigt att tänka på när den här sortens forskning ska tolkas. Där redovisas också mer detaljerat hur vi har resonerat när vi har bedömt studierna.

## 1.2.1 Ett digitaliserat samhälle – en digitaliserad skola

Sverige är en utpräglad IT-nation, och för de allra flesta av oss ingår datorer, datorplattor och smarttelefoner<sup>3</sup> med uppkoppling till internet som en naturlig del i vardagen. Med ökad tillgång till IT-utrustning ökar också användningen av digitala resurser och tjänster. IT-användningen genomsyrar i dag de flestas privatliv, samhällsdeltagande, utbildning och arbetsliv (Davidsson & Findahl, 2016).

Samtidigt som digitaliseringen och utvecklingen inom IT är något som skolan måste förhålla sig till är det också något som kan ha potential att på olika sätt påverka undervisningen och lärandet, och därmed kunskapsresultaten. Man ska dock vara medveten om att anpassningen av skola och utbildning till denna samhällsutveckling inte nödvändigtvis har som uttalat syfte att förbättra kunskapsresultaten. Men digitaliseringen och framväxten av IT erbjuder möjligheter som kan få konsekvenser för lärandet (Alexanderson & Davidsson, 2016; Digitaliseringskommissionen, 2014).

Ett skäl till att digitalisera skolan är att elever ska utveckla digital kompetens. Med detta menas bland annat att alla ska få möjlighet att lära sig att använda modern digital teknik som verktyg för kunskapssökande, kommunikation, skapande och lärande, vilket har skrivits in i läroplanerna för både grund- och gymnasieskolan. Digital kompetens har också tagits upp som en nyckelkompetens för livslångt lärande i det gemensamma referensverket för EU-länderna (European Commission DG Education & Culture, 2006; Skolverket, 2016c; Sveriges regering, 2017).

Ett annat skäl till digitaliseringen är att möjliggöra användningen av digitala lärresurser för att förmedla ett ämnesinnehåll. Det finns många olika typer av lärresurser att tillgå, och olika sätt att använda dem i undervisningen. I regeringens digitaliseringsstrategi beskrivs det övergripande målet att skolan ska vara ledande i att använda digitaliseringens möjligheter på bästa sätt för att uppnå en hög digital kompetens hos elever och för att främja kunskapsutvecklingen och likvärdigheten (Sveriges regering, 2017a).

Trots den digitala teknikens genomslag i svenska skolan under senare år tycks dock matematikundervisningen inte ha påverkats i särskilt stor utsträckning. Dator eller datorplatta används ännu sällan på matematiklektionerna och det är relativt ovanligt att elever använder digitala lärresurser för matematikrelaterade skoluppgifter (Skolverket, 2016a).

## 1.2.2 Matematikundervisning och digitala lärresurser<sup>4</sup>

Att kunna räkna hör till självklara vardagskunskaper som är centrala i samhällslivet. Men matematik som ämne handlar inte bara om räkning, utan också om såväl logik, abstraktion och problemlösning som att kunna resonera, argumentera och kommunicera.

<sup>3</sup> Termerna som används rekommenderas av Svenska datatermgruppen, [www.datatermgruppen.se](http://www.datatermgruppen.se).

<sup>4</sup> Digitala lärresurser används ibland som samlingsbegrepp för allt som är digitalt och till nytta i undervisning och lärande. Det vi i den här översikten menar med digitala lärresurser i matematikundervisningen är digitala resurser som specifikt anknyter till matematik, erbjuder en interaktivitet och används i syfte att förmedla ett ämnesinnehåll. För en detaljerad beskrivning, se kapitel 5 Metod och genomförande.



Dessa förmågor är viktiga för att kunna utvecklas till en deltagande samhällsindivid. Goda kunskaper i matematik är också en förutsättning för att klara många högre utbildningar, särskilt inom naturvetenskap och teknik. Skolans ämnes- och kursplaner för matematik lyfter fram ett antal generella förmågor som eleverna ska utveckla genom undervisningen. Exempelvis handlar det om förmåga att kunna formulera och lösa problem med hjälp av matematik, förstå och använda matematiska begrepp, föra och följa matematiska resonemang samt argumentera och redogöra för frågeställningar och slutsatser (Skolverket, 2016b).

Orsakerna till att beskriva matematikkunskaper genom en rad förmågor i relation till ett centralt innehåll, knyter bland annat an till ambitionen att förbättra undervisningen och lärandet samt att möta ett behov av ett tydligare och mer nyanserat språk i kursplanerna. Genom att namnge och särskilja olika aspekter på kunskaper tydliggörs komplexiteten och att alla väsentliga aspekter av matematiken ska ges utrymme i undervisningen.

Det finns en rad olika sätt att bedriva matematikundervisning med stöd av digitala lärresurser och det är tänkbart att arbetssätten har betydelse för elevers kunskapsutveckling. Det kan exempelvis handla om att använda lärresurser med inbyggd individanpassad vägledning för att hjälpa elever att lösa uppgifter eller lärresurser med fokus på hur olika matematiska objekt kan visualiseras på en skärm. Det kan också vara program som inte i första hand är utvecklade för undervisning utan snarare är mer eller mindre professionella program för att hantera matematik, till exempel kalkylprogram. Ytterligare exempel är olika typer av spel, där ett ämnesinnehåll kan förmedlas på ett lekfullt sätt genom att utnyttja bland annat berättelser, uppdrag och tävlingsmoment. Många digitala matematiklärresurser kan ha som syfte att ge förutsättningar för mer laborativt och undersökande arbete. Det kan då exempelvis handla om att eleverna med hjälp av programmen själva får upptäcka olika matematiska samband och stimuleras till att föra matematiska resonemang samt att formulera egna frågor.









## 2. Om denna översikt

### 2.1 En översikt – två rapporter

Denna systematiska översikt omfattar forskning från förskolenivå upp till gymnasienivå. Vi har valt att publicera översiktens resultat i två delrapporter, en för förskolan och en för grund- och gymnasieskolan. Här redovisas resultaten för skolan.

### 2.2 Litteratursökning och urval

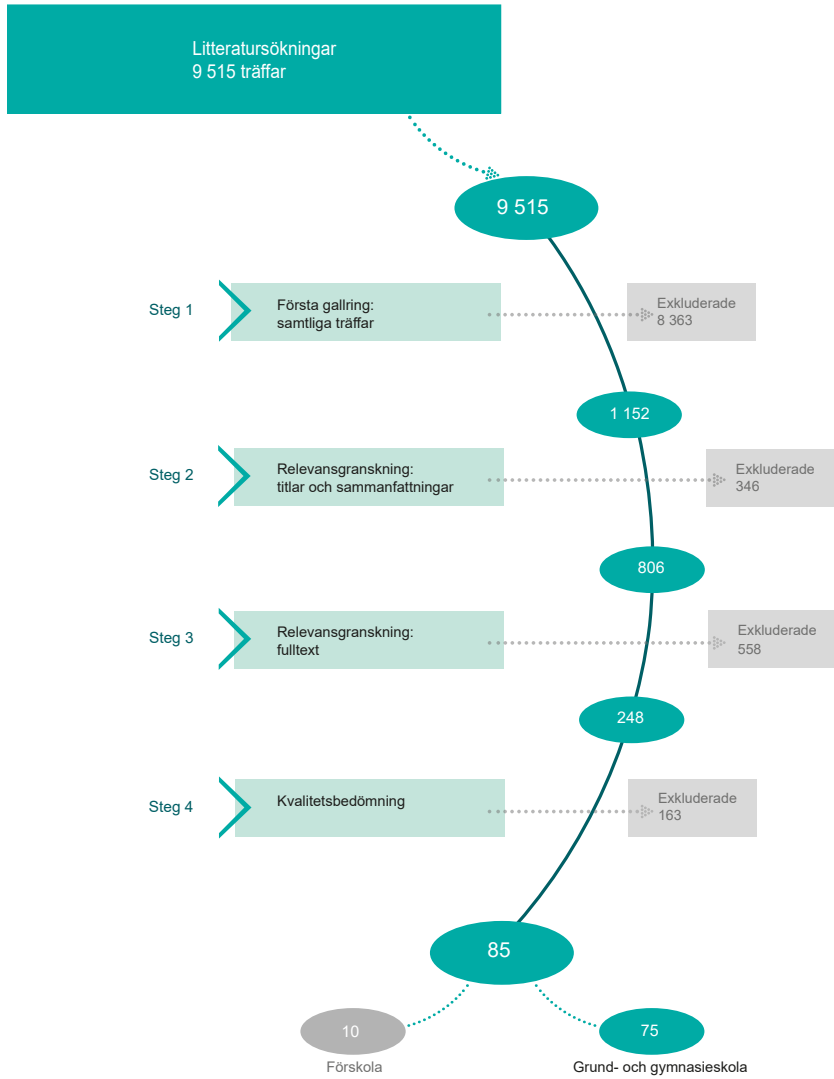
Den internationella forskningen om digitala läresurser i matematikundervisningen är omfattande. De krav som vi har ställt på vilken typ av digitala läresurser som ska ha undersökts och vilken typ av resultat som ska ha rapporterats, ledde till ett slutligt urval om 85 studier. Av dessa avser 75 grund- och gymnasieskolan och 10 förskolan. Här redovisas resultaten från de 75 studier som avser grund- och gymnasieskolan.

Flödesschemat över litteratursökningar och urval av forskning på nästa sida visar hur många studier som har valts ut i de olika stegen i urvalsprocessen. Efter att dubletter<sup>5</sup> räknats bort genererade litteratursökningarna 9515 träffar. Efter gallring i två steg utifrån information i titlar och sammanfattningar, gick projektgruppen igenom 733 publikationer i fulltext. Av dessa bedömde vi att 648 studier inte var användbara för att besvara översiktens frågor. Bland de 806 referenser som kvarstod efter relevansgranskning 2 ingår 73 referenser som inte var möjliga att rekvirera i fulltext. En detaljerad beskrivning av arbetsgångens alla steg och hur vi har resonerat kring bedömningarna av studierna finns i kapitel 5 Metod och genomförande.

---

5 Dubblett innebär två exemplar av samma referens. Dubbletter uppkommer vanligen som en följd av att samma referens fångas upp från två eller flera databaser. Det förekommer också att en och samma studie rapporteras (ibland delvis omskriven) i fler än en källa. Dessa dubbletter upptäcks vanligen senare i urvalsprocessen.

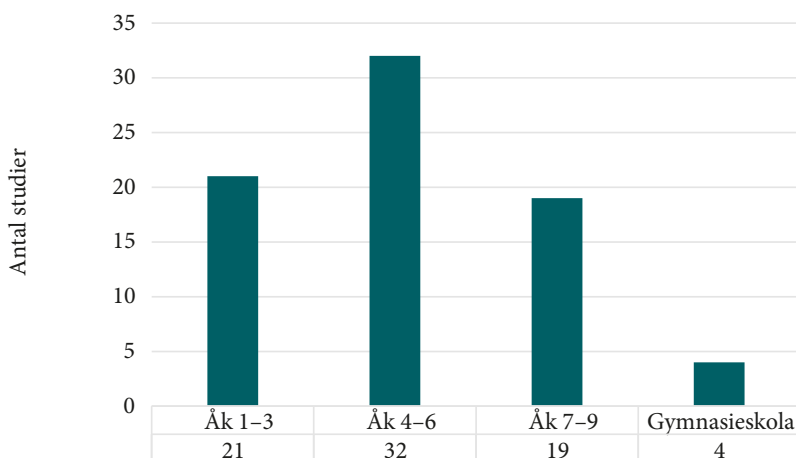
FIGUR 2. Flödesschema: litteratursökning och urval



### 2.2.1. Flest studier inriktade på mellanåren

I diagrammet nedan redovisas hur antalet studier fördelar sig mellan grupperna årskurs 1–3, årskurs 4–6, årskurs 7–9 respektive gymnasieskolan.

FIGUR 3. Antal studier per årskurs

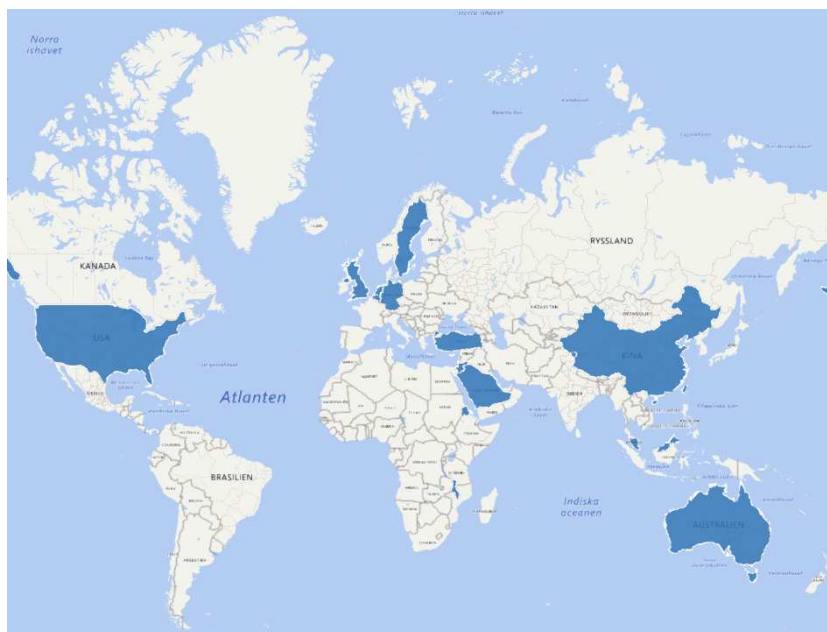


Diagrammet visar antalet studier som redovisas i rapporten uppdelat på årskurs 1–3, årskurs 4–6, årskurs 7–9 respektive gymnasieskolan. En studie omfattar tydligt både årskurs 4–6 och 7–9, vilket medför att det totala antalet i diagrammet blir 76.

### 2.2.2 Forskning från olika länder

Projektet har drivits utifrån ambitionen att finna all forskning med relevans för den systematiska översikten inom de ramar som är definierade och urvalet av forskning har inte avgränsats med avseende på ursprungsländer. Även om majoriteten av studierna kommer från USA finns forskning från totalt 18 länder representerade i urvalet för skolan. När det gäller Norden är det endast två studier som ingår, båda från Sverige.

**Figur 4.** Länder forskningen är gjord i



## 2.3 Rapportens disposition

I kapitel 1 ger vi en beskrivning av de frågor som rapporten besvarar och redovisar bakgrunden till varför en översikt om digitala läresurser är angelägen. I kapitel 2 (detta kapitel) redovisas hur många studier som litteratursökningarna har genererat och hur många studier som återstod efter urvalsprocessen. Resultat och slutsatser redovisas i kapitel 3. I kapitel 4 ges en sammanställning av underlagets karaktäristik för grund- och gymnasieskolan, i syfte att erbjuda en översiktlig bild av den identifierade litteraturen. Genom att förteckna utvalda egenskaper hos studierna ges en överskådlig bild av det vetenskapliga underlaget för skolan. I kapitel 5 ges en detaljerad beskrivning av metoder och genomförandet av översikten. I kapitel 6 tar vi avslutningsvis upp översiktens begränsningar, i relation till valda metoder och analyser.

Till översikten hör ett antal bilagor. Här finns kompletterande information om bland annat litteratursökningar, verktyg som har använts i arbetet och beräkningar. Bilagorna återfinns på webbplatsen [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

### 2.3.1 Resultatkapitlets uppbyggnad och innehåll

Resultatkapitlet inleds med en kort sammanfattning av det vetenskapliga underlaget. Därefter följer slutsatserna.

För att underbygga slutsatserna redovisas sedan själva resultatbeskrivningarna.



Dessa är uppdelade i separata avsnitt för årskurs 1–3, årskurs 4–6 respektive årskurs 7–9 och gymnasieskolan. I endast ett fåtal studier anges uttryckligen att eleverna som har deltagit har gått i motsvarande gymnasieskolan i det aktuella skolsystemet. Därför har vi valt att redovisa dessa studier tillsammans med de studier som gäller årskurs 7–9. Anledningen till uppdelningen är att det matematikinnehåll som har varit aktuellt i studierna skiljer sig beroende på elevernas ålder. Dispositionen medger att läsningen av resultatbeskrivningarna kan koncentreras till de årskurser som upplevs mest relevanta.

Under rubriken Sammanfattning av resultaten redovisas först de ingående studiernas effektresultat. Därefter relateras studierna och deras resultat till varandra i syfte att underbygga framträdande mönster när det gäller hur de uppmätta effekterna kan förklaras. Här belyser vi även det vetenskapliga underlaget ur ett relevansperspektiv.

Under rubriken Beskrivning av ingående studier beskrivs studierna med avseende på de undersökta lärresursernas uppbyggnad och funktion och hur de har använts i undervisningen. Detta för att ge förståelse för vad som faktiskt har hänt i studierna. Här belyser vi också hur resultaten kan tolkas kopplat till studiernas olika forskningsupplägg. Studierna analyseras bland annat i termer av styrkor och svagheter som påverkar tolkningen av resultaten, dvs. de effekter som har uppmätts.

Eftersom underlaget är stort beskrivs inte alla studier i detalj utan ibland används i stället en utvald, representativ studie som exempel.

I resultatkapitlet ingår tabeller över forskningslitteraturen som de olika avsnitten bygger på. Här finns bland annat uppgift om de typer av digitala lärresurser som har studerats, vilket matematikinnehåll som har varit aktuellt och vilka förmågor forskarna har haft som mål att utveckla genom undervisningen.

### *Effekter illustreras med hjälp av skogsdiagram<sup>6</sup>*

Utgångspunkten för arbetet har varit att försöka avgöra om användning av digitala lärresurser i matematikundervisningen bidrar till elevers kunskapsutveckling i matematik på ett mätbart sätt. Varje avsnitt med resultatbeskrivningar innehåller därför ett så kallat skogsdiagram (forest plot)<sup>7</sup>.

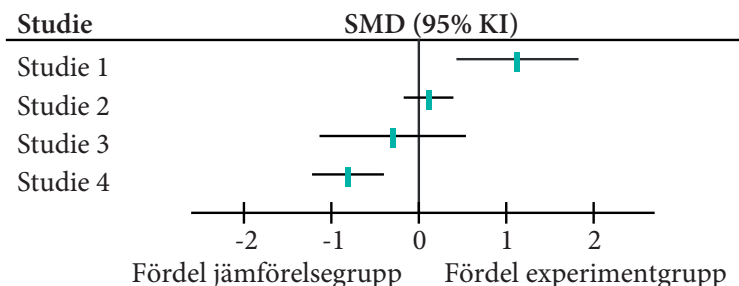
Skogsdiagrammen illustrerar de effekter på de deltagande elevernas kunskaper i matematik som har rapporterats i de ingående studierna. Diagrammen visar också hur de olika studiernas resultat förhåller sig till varandra. För att kunna presentera resultaten i skogsdiagram har vi gjort vissa beräkningar<sup>8</sup>. I underlaget ingår dock några studier där resultaten presenterats på ett sätt som gör att vi inte har kunnat använda dem i ett skogsdiagram, eftersom de data som behövs för våra beräkningar inte har funnits tillgängliga. Dessa studier finns inte med i diagrammen utan redovisas på annat sätt.

6 Se kapitel 5 Metod och genomförande för en mer utförlig beskrivning.

7 Namnet har sitt ursprung i uttrycket ”inte se skogen för alla träd” med innebörden att det kan vara svårt att se helheten på grund av för stor anhopning av detaljer.

8 I bilaga 3 finns en detaljerad beskrivning av de beräkningar som ligger till grund för skogsdiagrammen, se [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

FIGUR 5. Skogsdiagram



Bilden visar ett exempel på ett skogsdiagram. Studie 1 visar ett resultat till fördel för experimentgruppen. Studie 4 visar ett resultat som är till fördel för jämförelsegruppen. Studie 2 och studie 3 visar resultat där det inte är någon statistiskt säkerställd skillnad mellan experiment- och jämförelsegrupperna. Detta kan man utläsa av att den linje som representerar konfidensintervallen korsar mittlinjen. Konfidensintervallens bredd illustrerar det talområde som troligen inkluderar respektive studies medelvärde. SMD = standardiserad skillnad i medelvärde; 95 % KI = 95 % konfidensintervall.

### Tolkning av studiernas resultat<sup>9</sup>

Vi vill lyfta fram fem viktiga aspekter att hålla i minnet när man läser resultatanalyserna.

För det första är det viktigt att poängtera att man i studierna har använt olika typer av jämförelser. I vissa studier är det undervisning *med* digitala läresurser som jämförs med undervisning *utan* digitala läresurser. I andra studier prövas en viss funktion eller ett undervisningsupplägg med digitala läresurser genom att jämföra med en undervisning som också innefattar digitala läresurser, men då utan just den funktion man vill undersöka<sup>10</sup>. De senare har till syfte att generera kunskap om läresursernas möjligheter och begränsningar, och hur läresurserna kan utvecklas när det gäller att bidra till elevers kunskapsutveckling i matematik.

En andra aspekt är i vilken utsträckning studierna kan säga något om hållbarheten i matematikkunskaper. Det handlar om *när* effekter av en insats synliggörs, med andra ord vid vilken tidpunkt man undersöker kunskaperna. I de flesta studier genomförs endast ett test direkt efter att undervisningen har avslutats. Dessa studier kan inte ge oss svar på hållbarheten i matematikkunskaperna. Men i underlaget finns också studier som har adresserat frågan om resultatens hållbarhet genom att använda uppföljningstester en tid efter undervisningen har avslutats.

En tredje viktig aspekt i studierna handlar om relationen mellan de matematikkunskaper som arbetet med en digital läresurs har haft som syfte att utveckla och de tester som har använts för att mäta kunskaperna. I många fall är testerna konstruerade av forskarna själva och består av uppgifter som liknar de som eleverna har arbetat med. I viss

<sup>9</sup> Se kapitel 5 Metod och genomförande för en mer utförlig beskrivning.

<sup>10</sup> Ibland jämförs många olika grupper, alla med något olika innehåll.

mån är det förståeligt att koppla testerna till det specifika innehållet, men samtidigt är det övergripande målet att behärska innehållet i enlighet med målen med undervisningen. En del studier använder i stället standardiserade tester. Detta kan, å den andra sidan, medföra att inga effekter kan påvisas som en följd av att delvis andra saker testas än det som var fokus för arbetet med den digitala lärresursen. Frågan om så kallad transfer – det vill säga att inte bara klara uppgifter på specifika tester utan även på standardiserade tester – adresseras i relativt få studier. Transfer handlar också om att inte bara klara av uppgifter inom det område som testas, utan även kunna applicera kunskaperna i andra sammanhang.

En fjärde aspekt kopplar till undervisningsinsatsens utsträckning i tid och dess intensitet. I studierna varierar omfattningen i tid från några pass per vecka under några veckor upp till flera år. Tiden kan kopplas till det matematikinnehåll studien fokuserar på. Ett avgränsat och preciserat innehåll innebär per automatik en kortare insats eftersom det inte kan ses som meningsfullt att tillägna området orimligt mycket undervisningstid. Är innehållet mer omfattande kan det vara rimligt att låta insatsen pågå under lång tid.

Den femte och sista aspekten är antalet elever som deltar. Skogsdiagrammen illustrerar tydligt sambandet mellan studiestorlek och osäkerheten i skattningarna, med större variationsvidd i studier med färre deltagare. Ju fler som deltar i en studie desto större blir säkerheten i skattningarna.

### *Effektresultaten förklaras med hjälp av orsaksanalyser*

En effekt är alltid sammansatt av många olika orsaker, dvs. det är många faktorer som bidrar till den effekt som följer av en undervisningsinsats med stöd av digitala lärresurser.

Vår bedömning är att tänkbara orsaksfaktorer mycket övergripande kan delas in i tre olika kategorier:

- **Forskningsupplägg:** Går det att bedöma om själva forskningsupplägget kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. vad som jämförs med vad?
- **Egenskaper hos de digitala lärresurserna:** Går det att utifrån lärresursernas konstruktion finna egenskaper som kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. om lärresurserna möjliggör att eleverna kan uppleva och urskilja matematiska begrepp och processer visuellt och dynamiskt?
- **Pedagogiskt upplägg:** Går det att utifrån hur de digitala lärresurserna har integrerats i övrig undervisning finna arbetssätt som kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. om arbetet med lärresurserna har kombinerats med andra aktiviteter?

Orsaksanalyserna syftar till att finna framträdande mönster i hur effektresultaten kan förklaras genom att jämföra hur de olika studierna och deras resultat förhåller sig till

varandra. I det arbetet har vi använt skogsdiagrammen som analytiska verktyg. Genom att studiernas effektresultat visualiseras i diagrammen underlättas möjligheten att upptäcka skillnader och likheter, dvs. hur studiernas resultat relaterar till varandra.







## 3. Resultat

Det vetenskapliga underlaget består av 75 studier. Endast två av studierna är utförda i Sverige, men samtliga studier berör ett matematikinnehåll som är relevant för den svenska skolan. Upp till och med årskurs 6 dominerar digitala läresurser med fokus på området tal och taluppfattning, underlaget innehåller dock även studier som behandlar annat innehåll, t.ex. algebra eller geometri. I högre årskurser är det vanligaste innehållet algebra samt samband och förändring.

När det gäller matematiska förmågor är det många läresurser som fokuserar på begrepps- och proceduranvändning, men även bland dem kan ofta också aktiviteter som involverar andra förmågor adresseras, såsom problemlösnings- och resonemangsförmåga.

Vi har kunnat identifiera fem huvudkategorier av digitala läresurser för matematikundervisning i grund- och gymnasieskolan:

- **Uppgifter:** läresurser som levererar matematikuppgifter tillsammans med olika former av vägledning eller individanpassning. Uppgifterna och vägledningen regleras ofta utifrån hur användaren presterar.
- **Objekt:** läresurser med vilka matematik och matematiska objekt, t.ex. geometriska former, kan representeras genom att utnyttja det digitala mediet. Inom denna kategori faller bland annat läresurser som möjliggör digitala konstruktioner som kan manipuleras på olika sätt. Ett exempel kan vara en kub som i en digital representation – till skillnad från en fysisk kub – kan skalas eller manipuleras så att proportionerna ändras, och vridas runt och betraktas från olika håll, vilket man inte kan göra med en kub tecknad på papper.
- **Spel:** läresurser som utnyttjar spelmekanismer för att förmedla ett ämnesinnehåll, såsom berättelser som innehåller uppdrag, utmaningar, lekfullhet och utforskande samt belöningar och tävlingsmoment.
- **Verktyg:** programvara som har tagits fram i ett annat syfte än för att bedriva undervisning, men som kan användas för att utföra matematiska aktiviteter, t.ex. ett kalkylprogram.
- **Kurspaket:** läresurser av ett mer omfattande slag som kan innehålla flera funktioner och beröra många matematikområden. Ofta är kurspaketen tänkta att användas som ett komplement under en längre tid, t.ex. under en hel årskurs. I vissa fall handlar det om undervisningspaket som kan bestå av olika kombinationer av läresurser och tryckt material samt lektionsupplägg, lärarhandlingar och kompetensutveckling för lärarna.

Kategorierna är inte exakta och det finns överlapp mellan dem. Vid kategoriseringen strävade vi efter att hitta en huvudmekanism för läresursen i fråga. Användningen av digitala objekt är ett tydligt exempel på när kategorierna överlappar. Många digitala

lärrresurser innefattar i någon mån digitala representationer av matematiska objekt, men då ofta i form av statiska bilder. I kategorin digitala objekt avses i stället representationer av matematiska objekt eller processer som går att interagera med och som därmed möjliggör ett mer undersökande arbetssätt. Detsamma gäller spel: många av lärrresurserna i övriga kategorier innehåller inslag av spelmoment. Trots att kategoriseringen inte är entydig har den varit till hjälp för att beskriva och analysera studierna. Vi tror också att den kan vara till stor hjälp för att orientera sig inom området.

I resultatbeskrivningarna som följer efter slutsatserna är underlaget strukturerat utifrån dessa fem typer av digitala lärrresurser. Alla kategorier av digitala lärrresurser finns dock inte representerade i alla avsnitt.

### 3.1 Slutsatser

- Genomgången visar tydligt att det går att konstruera digitala lärrresurser som kan användas för att utveckla olika matematiska förmågor, i synnerhet om de används i en i övrigt rik undervisningsmiljö. Men det går inte att dra slutsatsen att en lika effektiv undervisning inte skulle kunna utformas på andra sätt, utan digitala lärrresurser.
- Med undantag för digitala kurspaket finns inte tillräckligt vetenskapligt stöd för att dra slutsatsen att någon kategori av digitala lärrresurser är utmärkande när det gäller effekter på elevers matematikkunskaper. Det går att nå goda resultat med såväl uppgifter och objekt som spel och verktyg. Digitala verktyg har dock undersökts i endast två studier, båda på gymnasienivå. Det är i sig ett viktigt resultat att så få studier behandlar digitala verktyg i matematikundervisningen.
- Det är positivt för elevers kunskapsutveckling om undervisningen med digitala lärrresurser har ett avgränsat matematikinnehåll som eleverna fokuserat kan öva på. Det finns flera tänkbara skäl till att sådana sätt att arbeta i många fall ger goda resultat. Dels kan det vara lättare att konstruera bra digitala lärrresurser om man begränsar sig till ett mindre omfattande matematikinnehåll, dels kan det vara lättare för både lärare och elever att lära sig att använda den sortens lärrresurser. Genomgången tyder vidare på att det av forskningstekniska skäl är lättare att uppnå tydliga effekter vid den här sortens upplägg.
- Det förefaller vara gynnsamt om undervisningen med stöd av digitala lärrresurser har fokus på så kallade tröskelbegrepp, dvs. matematiska begrepp som det är av central betydelse att eleverna förstår för att kunna utvecklas vidare inom ett område. Exempel på tröskelbegrepp som berörs i underlaget är bråk och funktioner.
- Det verkar vara positivt för elevers kunskapsutveckling om de digitala lärrresurserna möjliggör att eleverna kan uppleva och urskilja matematiska begrepp och processer visuellt och dynamiskt. Det kan exempelvis uppnås genom att använda digitala geometriska objekt för att ge elever rika och varierade upplevelser av geometriska



egenskaper. Det verkar vidare vara bra om de digitala lärresurserna är konstruerade på ett sätt som uppmuntrar till att elever samtalar om matematiken med varandra och med lärare. Det kan åstadkommas såväl med lärresurser för samarbetsinriktade arbetssätt som med lärresurser för självständigt arbete.

- Att använda digitala kurspaket tycks i de allra flesta fall inte innebära några betydelsefulla vinster för kunskapsutvecklingen. Kurspaketen har i allmänhet studerats i stora elevgrupper under lång tid, t.ex. en hel årskurs. Man kan säga att dessa studier utgör en slags motpol till de studier som har undersökt digitala lärresurser med ett avgränsat matematikinnehåll. Möjligen är kurspaketens enskilda delar inte lika bra som lärresurser med ett mer avgränsat ämnesinnehåll, eller så innefattar de både gynnsamma och ogynnsamma enskilda delar som medför att effekterna tar ut varandra. En nackdel med studierna av digitala kurspaket är att det kan vara svårt att säkerställa i vilken utsträckning lärresurserna verkligen har använts så som det var tänkt. Samtidigt är det en fördel att studierna avspeglar vad som faktiskt kan förväntas när den här sortens lärresurser används under lång tid i stora grupper. En tänkbar bidragande förklaring till att kurspaketen vanligen innebär små vinster – om några – är att det kan vara en större utmaning att förändra matematikundervisningen så att den generellt tar stöd i digitala lärresurser.
- Lärarens roll och arbete kan skilja sig beroende på utformningen av och syftet med en viss digital lärresurs. Medan vissa lärresurser är tänkta att i huvudsak erbjuda eleverna självständiga matematikaktiviteter, förutsätter andra att läraren själv hanterar lärresursen. Genomgången visar att det går att nå bra effekter på elevernas matematikkunskaper i båda fallen.
- Digitala lärresurser för självständigt arbete kan vara ett kompletterande stöd i undervisningen och på så sätt möjliggöra att lärare kan ägna mer tid och kraft åt andra aspekter av undervisningen. Det gör att resultatet blir mer beroende av lärresursen i sig, snarare än på interaktionen med övrig undervisning. Om lärresursen då erbjuder individanpassad vägledning kan det skapa särskilt goda förutsättningar för elevernas kunskapsutveckling. Men även när digitala lärresurser för självständigt arbete används verkar det vara särskilt gynnsamt om de används på ett integrerat sätt tillsammans med annan undervisning. Det är helt jämförbart med hur andra resurser för lärande i allmänhet kan användas. Exempelvis kan en digital lärresurs användas för att ge eleverna vissa typer av erfarenheter som sedan också behandlas inom den lärarledda undervisningen. Digitala lärresurser för självständigt arbete är vanligare till och med årskurs 6.
- Arbetssätt med digitala lärresurser som innebär en hög grad av aktiv läarmedverkan eller som är tekniskt komplexa kräver oftast att lärarna först får möjlighet att utbilda sig i hur lärresurserna fungerar och vad som kan göras med stöd av dem. I dessa fall behöver man beakta länken mellan lärresurserna, undervisningens upplägg i övrigt och innehållet i kompetensutvecklingen. Det är

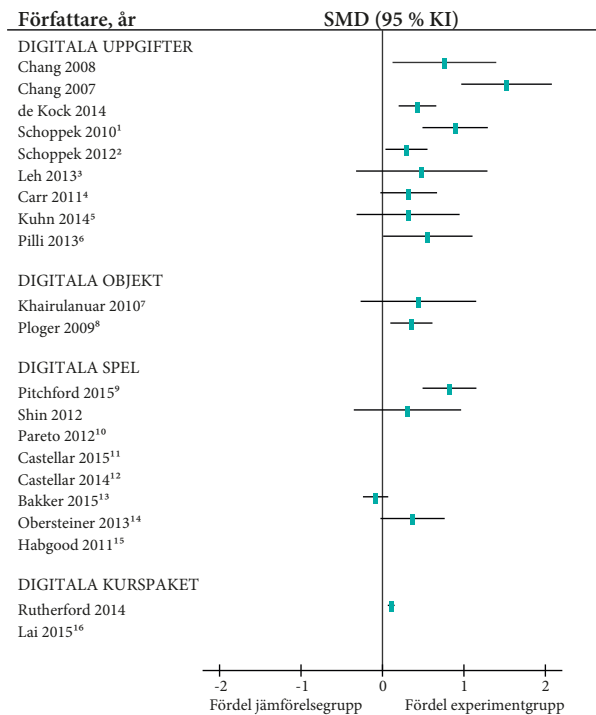
tänkbart att de digitala lärresorer som kräver en högre lärarinvolvering också ger goda förutsättningar för att skapa en sådan länkning. Samtidigt krävs då också mer av läraren. För den här sortens lärresorer blir det avgörande för resultatet vad läraren själv väljer att göra med lärresorerna tillsammans med sina elever.

- I underlaget finns endast två studier från Sverige, och ingen ytterligare från övriga Norden. Det är en brist att det inte görs, och har gjorts, mer forskning i Sverige om digitala lärresorers eventuella betydelse för elevers kunskapsutveckling i matematik.

### 3.2 Årskurs 1–3: Sammanfattning av resultaten

Det vetenskapliga underlaget för årskurs 1–3 består av 21 studier. Eftersom vi vid grupperingen huvudsakligen har utgått ifrån deltagarnas ålder berörs företrädesvis elever i åldrarna 7–9 år. Skogsdiagrammet nedan illustrerar de effekter på elevernas kunskaper i matematik som har uppmätts i de ingående studierna. Diagrammen visar också hur studiernas resultat förhåller sig till varandra. Studierna har placerats i kategorierna uppgifter, objekt, spel och kurspaket.

**FIGUR 6.** Skogsdiagram årskurs 1–3



### Fotnoter

- <sup>1</sup> Avser experiment 1, SD omräknat från SE, justerat för resultat på förtest.
- <sup>2</sup> Avser två experimentgrupper, fördröjt eftertest, justerat för resultat på förtest.
- <sup>3</sup> Avser resultat för word problem solving, fördröjt eftertest, justerat för resultat på förtest.
- <sup>4</sup> Avser tre experimentgrupper (flickor och pojkar sammanslaget), achievement test.
- <sup>5</sup> Avser resultat för matematiktest (DEMAT), Number sense training group jämfört med kontroll.
- <sup>6</sup> Avser två utfall, fördröjt eftertest.
- <sup>7</sup> Avser två experimentgrupper, justerat för resultat på förtest.
- <sup>8</sup> Avser resultat för två experimentgrupper och två jämförelsegrupper, written test.
- <sup>9</sup> Avser två experimentgrupper respektive två jämförelsegrupper samt tre utfall, maths tablet jämfört med non-maths tablet.
- <sup>10</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>11</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>12</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>13</sup> Avser resultat för tre experimentgrupper och sex utfall.
- <sup>14</sup> Avser resultat för tre experimentgrupper.
- <sup>15</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>16</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

Skogsdiagrammet visar beräknade effektstorlekar med konfidensintervall för de ingående studierna. SMD = standardiserad skillnad i medelvärde; 95 % KI = 95 % konfidensintervall.

### 3.2.1 Många digitala lärresurser kan fungera bra, men variationen är stor

Underlaget visar tydligt att resultaten varierar vad gäller effekter av att använda digitala lärresurser i matematikundervisningen. Jämfört med ordinarie klassrumsundervisning tycks matematikundervisning med digitala lärresurser kunna ha såväl betydelsefulla som närmast försumbara eller inga effekter på elevers kunskaper i matematik.

Lika lite som det finns ett enkelt svar på om matematikböcker är bra, finns det inget enkelt svar på om digitala lärresurser för matematik är bra för undervisning i matematik. Både böcker och digitala lärresurser är samlingskategorier för en typ av produkt. En bok kan vara utmärkt, en annan medioker, och till viss del beror kvaliteten också på i vilket sammanhang boken ska användas. För digitala lärresurser är frågan kanske ännu mer komplex eftersom det finns långt fler digitala lärresurser för matematik än det finns läroböcker i matematik. Dessutom finns anledning att tro att det finns en större bredd hos de aktörer som utvecklar digitala matematiklärresurser än hos aktörerna som producerar läroböcker i matematik.

### 3.2.2 Betydelsen av lärarens insatser

Genomgången visar att en välfungerande digital lärresurs som individanpassar både formen av stöd och återkoppling samt uppgifters svårighetsgrad kan ha ett stort värde. När elever i hög grad kan arbeta självständigt blir det möjligt för läraren att på ett nytt sätt använda en digital lärresurs i kombination med genomgångar och kommunikativ interaktiv undervisning för delar av klassen. En bra digital lärresurs kan med andra ord bland annat vara ett stöd för en undervisning i smågrupper och på detta sätt ha ett större

pedagogiskt värde än den effekt som kan tänkas följa av lärresursen som sådan.

I underlaget dominerar digitala lärresurser som kan användas relativt självständigt av elever och med låg grad av lärarhandledning, så länge hård- och mjukvara fungerar. Det ska dock inte tolkas som att lärarens roll inte är viktig. För att vara gynnsamma kräver många arbetssätt att en lärare först introducerar området, inleder med en genomgång innan arbetet med lärresursen vidtar och följer upp det självständiga arbetet. Lärares insatser är alltid centrala, men lärresurser som kan användas självständigt av elever kan – om de är väl utformade – också ha ett egenvärde. Medan en erfaren lärare kan bedriva bra undervisning med de flesta typer av lärresurser, kan en digital lärresurs av god kvalitet göra viktig skillnad för en mindre erfaren lärare. En digital lärresurs kan därmed fungera som en livlina för såväl svagare lärare som deras elever (Ginsburg m.fl., 2013).

### **3.2.3 Effekterna kan hänga samman med undervisningssituationerna**

En berättigad fråga är i vilken grad ett visst resultat kan förklaras av att själva undervisningssituationen förändras till följd av att en digital lärresurs används. Ett illustrativt exempel ges i studien av Pitchford (2015). I studien redovisas en stor effekt på elevers matematikkunskaper av att använda en digital lärresurs. Den ordinarie undervisning som jämförelsegruppen fick del av skedde i stora grupper om 70–80 elever utan läroböcker och med tillgång till endast mycket enkla hjälpmedel som anteckningsbok och penna. Till följd av de stora klasserna var också möjligheten att kommunicera med läraren begränsad. Undervisningen i experimentgruppen däremot gavs i mindre grupper i särskilt avsedda klassrum där lärare också kunde följa de enskilda elevernas arbete via en digital lärarmodul. Det är därför tänkbart att den mer gynnsamma undervisningssituationen till stor del förklarar de positiva effekterna på elevernas kunskapsutveckling.

### **3.2.4 Forskningstekniska aspekter påverkar effekternas storlek**

För att tolka de olika studiernas resultat blir det viktigt att vara vaksam på vad som jämförs med vad. Exempel på hur forskningstekniska aspekter kan misstänkas ha en viktig betydelse för resultatet illustreras tydligt i de två studierna av Schoppek och kolleger (Schoppek, 2012; Schoppek & Tulis, 2010). I den första studien (Schoppek & Tulis, 2010) redovisas en mycket stor uppskattad effektstorlek. Här fick eleverna i experimentgruppen en extra timmes undervisning i veckan under sju veckor, vilket jämförelsegruppen inte fick. Det är sannolikt att den större exponeringen för matematik bidrog till den uppmätta effekten. Dessutom gavs extraundervisningen utanför skolan på ett universitet – något som markant torde öka risken för att effekten till del beror på den extra uppmärksamhet som eleverna fick. I uppföljningsstudien (Schoppek, 2012) där alla elever fick samma mängd matematikundervisning i skolan under ordinarie skoltid, visas också en fördel för den digitala lärresursen, men då av betydligt mer blygsam storlek.

### 3.2.5 Inga eller knappt märkbara effekter

Alla kategorier innehåller exempel på studier som inte kan påvisa några betydelsefulla effekter på elevers matematikkunskaper av att använda digitala lärresurser. Resultatet i studien av Carr och medarbetare (2011) är anmärkningsvärt: ingen skillnad kan påvisas trots att experimentgrupperna fick påtagligt mer matematikundervisning än jämförelsegruppen – en timme mer i veckan under tjugo veckor.

Ett annat exempel finner vi i studien av Bakker och kolleger (2015) där ingen skillnad kan påvisas mellan experiment- och jämförelsegrupp beträffande matematisk förståelse och färdighet avseende multiplikation. Detta trots att experimentgruppen strukturerat arbetade en timme i veckan under 40 veckor med lärspelet inriktade på multiplikation och jämförelsegruppen under motsvarande tid arbetade med lärspelet även de, men inriktade på addition och subtraktion. Ett tredje exempel ges i studien av Rutherford och kolleger (2014), där resultatet på standardiserade matematiktester inte skilde sig mellan en jämförelsegrupp som fått ordinarie undervisning och en experimentgrupp som 90 minuter i veckan under ett läsår arbetat med en digital lärresurs och sammantaget fått betydligt mer matematikundervisning än jämförelsegruppen.

I studien av Leh och Jitendra (2013) ges exempel på när undervisning med en digital lärresurs tycks vara likvärdig en lärarledd insats, även om det bör påpekas att deltagarantalet i studien är lågt. I det här fallet är resultatet knappast förvånande då de två arbetssätt som jämförs har stora likheter, något som också kommenteras av författarna själva. Det enda som i princip skiljer arbetssätten åt är att det i ena fallet används en digital lärresurs och i det andra genomförs undervisningen som en lärarledd insats. I sådana situationer blir det andra slags överväganden som behöver göras, till exempel: Vilket arbetssätt är mest resurskrävande? Har den digitala respektive den icke-digitala metoden positiva sidoeffekter?

Ett annat exempel ges i studierna av Castellar och medarbetare (Castellar m.fl., 2015; Castellar m.fl., 2014) som illustrerar hur ett lärspelet för att träna huvudräkning inte tycks kunna dra någon nytta av det digitala mediet i relation till det som ska tränas. Användningen av spelet ledde inte till bättre resultat än metoder med papper och penna.

### 3.2.6 Kort- och långtidsstudier samt utmaningen att mäta hållbara kunskaper

Trots att många forskare framhåller att vi behöver veta mer om långtidseffekter av en viss insats, är det relativt få av studierna som innehåller uppföljningstester, fördröjda tester och liknande. Det finns några sådana studier i underlaget (Bakker m.fl., 2015; Lai m.fl., 2015; Leh & Jitendra, 2013; Pilli & Aksu, 2013; Schoppek, 2012; Schoppek & Tulis, 2010) men vi skulle gärna ha sett fler. Med nuvarande kunskapsläge är det svårt att dra några säkra slutsatser om resultatens hållbarhet.

## 3.3 Årskurs 1–3: Beskrivning av ingående studier

### 3.3.1 Digitala uppgifter

Med digitala uppgifter avses lärresurser som erbjuder uppgifter, instruktioner och vägledning i digital form med en interaktivitet eller ett upplägg som i betydande grad går utöver vad som kan göras med en lärobok<sup>11</sup>. Användning av digitala uppgifter har undersökts i nio studier. Undervisningen i studierna fokuserar framför allt på aritmetik. Flertalet studier adresserar såväl förståelse och begreppslig uppfattning som färdighetsträning. Tidsåtgången för undervisningsinsatserna är relativt begränsad i samtliga studier.

TABELL 1

DIGITALA UPPGIFTER (ÅK 1–3)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Chang (2008), Taiwan Learning multiplication through computer-assisted learning activities	Multiplikation	Begrepp Procedur	KE 3 veckor Ca 40 elever 0,76 (0,13–1,39)
Chang (2007), Taiwan Developing geometry thinking through multimedia learning activities	Geometriska former	Begrepp	KE Studielängd oklart Ca 70 elever 1,52 (0,98–2,07)
de Kock (2014), Nederländerna Can teachers in primary education implement a metacognitive computer programme for word problem solving in their mathematics classes?	Procent Rationella tal Bråk Decimaltal Metrisk systemet Addition Subtraktion Division	Begrepp Procedur	KE 10 veckor Ca 400 elever 0,43 (0,21–0,65)
Schoppek (2010), Tyskland Enhancing Arithmetic and Word-Problem Solving Skills Efficiently by Individualized Computer-Assisted Practice	Tal: kombinera, ersätta, jämföra Talrymder: tallinje, positionssystem, talsekvenser Addition Subtraktion Multiplikation Division	Begrepp Procedur Problemlösning Resonemang	KE 7 veckor Ca 110 elever 0,89 (0,50–1,29)

11 Digitala lärresurser som har bedömts i huvudsak vara digitala versioner av vanliga läroböcker har inte inkluderats i översikten.

Schoppek (2012), Tyskland	Tal: kombinera, ersätta, jämföra	Begrepp Procedur Problemlösning	RCT 8 veckor Ca 280 elever 0,30 (0,05–0,54)
Dynamic task selection in learning arithmetic: The role of learner control and adaptation based on a hierarchy of skills	Talrymder: tallinje, positionssystem, talsekvenser Addition Subtraktion Multiplikation Division		
Leh (2013), USA	Tal: tolka, jämföra, förändra, del-helhet	Begrepp Procedur Problemlösning Resonemang	RCT 6 veckor + fördröjt eftertest efter 4 veckor Ca 25 elever 0,48 (-0,32–1,28)
Effects of Computer-Mediated versus Teacher-Mediated Instruction on the Mathematical Word Problem-Solving Performance of Third-Grade Students with Mathematical Difficulties	Addition Subtraktion		
Carr (2011), USA	Beräkningsmetoder Välja metod	Begrepp Procedur Problemlösning	RCT 20 veckor Ca 180 elever 0,32 (-0,02–0,66)
Combined Fluency and Cognitive Strategies Instruction Improves Mathematics Achievement in Early Elementary School	Addition Subtraktion		
Kuhn (2014), Tyskland	Taluppfattning: jämföra, tallinje	Begrepp Procedur	RCT 3 veckor Ca 40 elever 0,32 (-0,31–0,94)
Number sense or working memory? The effect of two computer based trainings on mathematical skills in elementary school	Addition 1–20		
Pilli (2013), Cypern	Rationella tal Multiplikation Division	Procedur	KE 12 veckor Ca 55 elever 0,56 (0,02–1,10)
The Effects of Computer-Assisted Instruction on the Achievement, Attitudes and Retention of Fourth Grade Mathematics Students in North Cyprus			

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie

Den största effekten i denna kategori finner vi i studien av Chang och medarbetare (2007). I studien undersöks en digital geometrilärresurs, GeoCal, som är utvecklad på basis av Van Hieles teorier om nivåer för förståelse av geometri<sup>12</sup>. Elever i en experimentgrupp fick under fyra tvåtimmarslektioner arbeta i tur och ordning med de fyra områdena igenkänningsförmåga, visuella associationer, visuell analys och abstraktioner/relationer. Som jämförelsegrupp användes en grupp elever som fick ordinarie geometriundervisning. För alla elever var det första gången de hade geometriundervisning i skolan.

Det finns en del saker som försvårar tolkningen av studiens resultat. Till exempel är det oklart om de ordinarie lektionerna handlade om rena lärargenomgångar eller om eleverna i jämförelsegruppen också fick arbeta med något speciellt material. Det framkommer inte heller ifall undervisningen av jämförelseleverna också tog hänsyn

12 Har sitt ursprung i forskning av holländska Dina och Pierre van Hiele om hur elevers tänkande i geometri utvecklas. Teorin bygger på fem nivåer: 1) igenkänning (visualisering), 2) analys, 3) abstraktion, 4) deduktion, och 5) stringens (Hedrén, 1992).

till van Hieles teorier. Gissningsvis var det inte så, eftersom författarna drar slutsatsen att resultaten ger ytterligare stöd för värdet av att använda van Hieles teori. Det betyder att forskarna åtminstone till del har studerat betydelsen av att tillämpa van Hieles teori i geometriundervisningen.

Två andra studier visar stora effekter (Chang m.fl., 2008; Schoppek & Tulis, 2010). Chang och kolleger (2008) undersöker en digital lärresurs för multiplikation. Lärresursen är utformad enligt en undervisningsmodell bestående av tre steg: 1) undervisning om grundläggande begrepp, 2) undervisning om innebörden av att multiplicera, och 3) symbolers egenskaper samt att genomföra beräkningar.

I studien genomfördes tre lektionspass. Passen inleddes med 40 minuters genomgång av lärare varefter eleverna fick arbeta under 70 minuter. Som jämförelsegrupp användes en skolklass som fick samma lärarledda inledande genomgångar om 40 minuter men under de 70 minuterna fick arbeta med pappersbaserat material. För båda grupperna avslutades lektionspassen med att läraren gjorde en tio minuters summering.

Författarnas analys visar att det framför allt är utvecklingen av begreppslig förståelse som förklarar experimentgruppens bättre resultat. När det gäller färdigheter påvisas däremot ingen skillnad mellan grupperna<sup>13</sup>. Allra störst effekt ses också för de elever som hade begränsad förståelse när studien började. Elever som redan hade god förståelse gynnades inte av arbetet med lärresursen. Forskarnas förslag till förklaring av resultaten är att arbete med lärresursen är mer motiverande än arbete med pappersbaserat material och att elever med mindre förkunskaper till skillnad från elever med större förkunskaper behöver stöd för att öka sin motivation inom området.

I studien av Schoppek och Tulis (2010) undersöks Merlins Math Mill (MMM), en lärresurs för att träna aritmetik i olika former. Samma lärresurs studeras också i studien av Schoppek (2012). MMM innehåller cirka 5 500 matematikproblem sorterade i tre huvudtyper och undertyper: 1) beräkningsproblem (mest ekvationer), 2) textuppgifter: kombinera, byta, jämföra, addition, multiplikation, division, talpussel, och 3) talrymder: tallinje, jämföra tal, positionssystemet, talsekvenser.

I en version av MMM finns inbyggd individanpassning som styr eleverna till att jobba mer med de typer av problem de lyckats sämst med och att träna de förmågor de ännu inte behärskar. Ett uttalat mål med den digitala lärresursen är att utveckla vad man kallar multipla strategier. Detta tros kunna minska risken att eleverna etablerar vissa rutinlösningar eller rutinstrategier utan att förstå deras begränsningar. Namnet på lärresursen kommer från den digitala figuren Merlin, som finns med och kommenterar om eleven gjort rätt eller fel. Första gången eleven gör fel ger Merlin vägledning, andra gången eleven gör fel visar Merlin en korrekt lösning.

Även effektstorleken i studien av Schoppek och Tulis (2010) är stor, och effekten rapporteras gälla i lika hög grad för låg- och högpresterande elever. Man ska dock notera att eleverna som använde lärresursen under de sju veckorna fick arbeta sju

---

13 I skogsdiagrammet redovisas ett sammanslaget medelvärde avseende båda förmågorna som rapporteras i studien.



timmar extra med matematik jämfört med jämförelseleverna. Möjligen bidrog det utökade arbetet med matematik till resultatet. Dessutom var det eleverna själva som fick välja om de ville delta i experimentgruppen, dvs. gruppen bestod av elever som ville arbeta en extra timme i veckan med den digitala lärresursen. Det medför en påtaglig risk att både eleverna i experimentgruppen och lärarna hade särskilt höga förväntningar på undervisningen.

Två studier i kategorin har fokus på textuppgifter i relation till problemlösning (de Kock & Harskamp, 2014; Leh & Jitendra, 2013). I den ena (de Kock & Harskamp, 2014) påvisas en medelstor effekt till fördel för experimentgruppen. Eleverna i experimentgruppen fick arbeta med lärresursen under 20 minuter i veckan i tio veckor medan elever i en jämförelsegrupp fick arbeta under motsvarande tid med matematikboken. Studien är stor med totalt nära 400 deltagare och lärresursen som studeras är relativt omfattande såtillvida att där ingår textuppgifter som rör många matematikområden, t.ex. de fyra räkneseätten, bråk, procent och det metriska systemet. Ett uttalat syfte med lärresursen är att stödja elevers metakognitiva<sup>14</sup> förmågor genom att ge dem övergripande strategihjälp i olika steg av problemlösningen. Medan eleven jobbar ges vägledning i form av påståenden eller frågor att kryssa i, såsom 1) jag har läst noga, 2) jag planerar hur jag ska lösa problemet, och 3) jag kontrollerar mitt svar. De olika stegen visualiseras i programmet i form av en trappa. Uppgifterna är uppdelade i olika block och har tre olika svårighetsgrader. Beroende på hur stor andel problem i ett block som eleven lyckas lösa anpassas svårighetsgraden. Det finns med andra ord en viss enkel individanpassning inbyggd i lärresursen.

Undervisningen utmärktes av en hög grad av självständigt arbete från elevernas sida, samtidigt som lärarnas involvering var hög både i själva undervisningssituationen och i anslutning till arbetet med lärresursen. Förutom att introducera lärresursen för eleverna och uppmuntra dem att använda hjälpen som gavs, gick lärarna i efterhand igenom programloggen där de kunde se hur de enskilda eleverna lyckades eller inte och hur deras kunskapsutveckling såg ut. Lärarna fick också varje vecka dokumentera och rapportera till forskarna om hur studien framskred. Även lärarna i jämförelsegruppen hade en aktiv roll under studien på så sätt att de gav samma typ av metakognitivt stöd till eleverna.

Även om villkoren i grupperna som jämförs var mycket likartade påpekar forskarna att det är möjligt att lärarna i experimentklasserna kände ett större engagemang än lärarna i jämförelseklasserna till följd av att de hade mer kontakt med forskarna under studiens gång.

Den andra studien påvisar ingen skillnad mellan grupperna som jämförs. Studien är betydligt mindre med totalt 25 deltagande elever och undersöker lärresursen Go Solve Word Problems (Leh & Jitendra, 2013). Lärresursen är kommersiellt tillgänglig och konstruerad för att stödja elever att tolka textuppgifter och identifiera den underliggande matematiken i problem som handlar om delar och helhet, förändring,

---

14 Metakognition handlar om att kunna reflektera över sitt eget tänkande och lärande.

jämförelser, addition och subtraktion. Efter att eleverna hade introducerats till den digitala lärresursen arbetade de självständigt. Som jämförelsegrupp användes en grupp elever som undervisades med en lärarledd pedagogisk metod utvecklad av en av forskarna. Experiment- och jämförelseinsatserna var likartade på så sätt att alla elever fick metakognitiva ledtrådar och strategivägledning som stöd för att reflektera kring sina lösningar – i det ena fallet från den digitala lärresursen, i det andra fallet från läraren. Ytterligare likheter var att eleverna i båda grupperna fick arbeta med problem anpassade till egna intressen, att de fick stöd för att organisera informationen i uppgifterna och att de fick omedelbar korrigerande feedback. En förklaring till de uteblivna effekterna kan vara att studien på grund av sin begränsade storlek har svaga förutsättningar att upptäcka skillnader som eventuellt kan finnas. Samtidigt är det kanske inte förvånande att någon skillnad mellan grupperna inte kan påvisas eftersom de arbetssätt som jämförs är förhållandevis lika. Forskarna lyfter själva fram de stora likheterna mellan arbetssätten – förutom att det i ena fallet handlar om en digital lärresurs och i det andra fallet handlar om lärarledd undervisning (Leh & Jitendra, 2013).

Slutligen kan studien av Carr och medarbetare (2011) nämnas där tre olika insatser undersöks, varav en är inriktad på räknefärdigheter, en på kognitiva strategier, och en på en kombination av dessa. Som kontroll användes en grupp elever som undervisades med en digital lärresurs för lästräning (dvs. inte matematik). All undervisning i studien var individuell och självständig och graden av lärarinvolvering var låg. Räknar man samman de tre experimentgrupperna visar inte heller denna studie någon fördel för insatserna i jämförelse med kontrollgruppen.

### 3.3.2 Digitala objekt

Med digitala objekt menar vi lärresurser som avser symbolisera eller representera olika matematiska objekt eller processer. Användning av digitala objekt har undersökts i två studier.

TABELL 2

DIGITALA OBJKT (ÅK 1–3)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Ploger (2009), USA	Multiplikation Division	Begrepp Procedur	RCT 3 veckor
Enhancing Children's Conceptual Understanding of Mathematics through Chartworld Software	Primtal Sammansatta tal	Problemlösning Resonemang	Ca 300 elever 0,36 (0,11–0,61)
Khairulnauar (2010), Malaysia	Geometri 2D 3D Geometriska objekt	Begrepp Resonemang	RCT 5 veckor
Effects of Training Method and Gender on Learning 2D/3D Geometry			Ca 35 elever 0,44 (-0,26–1,14)

RCT = randomiserad kontrollerad studie

I den första studien av Ploger och Hecht (2009) visas en mindre fördel för experimentgruppen. Studien är relativt stor och handlar om bland annat multiplikation och division i syfte att utveckla begreppslig förståelse och procedurkunskap. Den digitala lärresursen som studeras kallas Chartworld och har formen av en digital tavla bestående av tal och färger. Som jämförelsegrupp användes en grupp elever som fick vanlig matematikundervisning. Båda grupperna fick lärarledda introduktioner och lektioner. Lärarna medverkade aktivt under elevernas arbete med Chartworld.

I den andra studien av Khairulnuar och kolleger (2010) undersöks en digital lärresurs med fokus på två- och tredimensionella geometriska objekt. Lärresursen är utvecklad på basis av Van Hieles teorier om nivåer för förståelse av geometri. Eleverna fick arbeta med utforskande aktiviteter, bland annat genom att vrida och skala geometriska objekt och animationer i syfte att utveckla begreppsförmågan. I studien påvisas ingen skillnad mellan experimentgruppen och en jämförelsegrupp som fick ordinarie geometriundervisning. Studien är dock liten, vilket medför begränsade möjligheter att upptäcka skillnader som eventuellt kan finnas.

### 3.3.3. Digitala spel

Digitala spel är lärresurser som utnyttjar spelmekanismer för att förmedla ett ämnesinnehåll, såsom uppdrag, utmaningar, belöningar och tävlingsmoment. Spel karaktäriseras också ofta av ett lekfullt utforskande inom ramen för en övergripande berättelse. Användning av digitala spel har undersökts i åtta studier. De flesta studierna är inriktade på både begrepp och procedurer medan några har mer renodlat fokus på procedurförmågan. I ett fall (Pitchford, 2015) saknas information för att avgöra vilka förmågor som är i fokus. I flertalet studier används spel eller spelversioner som är utvecklade av forskare, några av dem är eller har varit fritt tillgängliga. Det förekommer också spel där forskarna utgått från ett kommersiellt producerat spel och skapat versioner utifrån detta. Ett gemensamt drag i spelkategorin är att eleverna oftast arbetar självständigt med lärresurserna medan läraren i olika grad fänger upp arbetet.

TABELL 3

DIGITALA SPEL (ÅK 1–3)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKT-STORLEK
Pitchford (2015), Malawi Development of early mathematical skills with a tablet intervention: A randomized control trial in Malawi	Tal: symboler, relationer, uppskattning, tallinje Addition Subtraktion Multiplikation Division	Ej möjlig	RCT 8 veckor Ca 300 elever 0,82 (0,50–1,15)

Shin (2012), USA Effects of Game Technology on Elementary Student Learning in Mathematics	Addition Subtraktion Talområde: 1-siffriga till 4-siffriga tal	Procedur	KE 5 veckor Ca 40 elever 0,31 (-0,34-0,96)
Pareto (2012), Sverige A teachable-agent-based game affording collaboration and competition: evaluating math comprehension and motivation	Tal: positionssystemet Addition: positiva och negativa tal Subtraktion: positiva och negativa tal	Begrepp Procedur Problemlösning Resonemang	KE 7 veckor Ca 50 elever *
Castellar (2015), Belgien Cognitive abilities, digital games and arithmetic performance enhancement: A study comparing the effects of a math game and paper exercises	Addition Subtraktion Multiplikation Division Huvudräkning	Procedur	RCT 3 veckor Ca 50 elever *
Castellar (2014), Belgien Improving arithmetic skills through gameplay: Assessment of the effectiveness of an educational game in terms of cognitive and affective learning outcomes	Addition Subtraktion Multiplikation Division Huvudräkning	Procedur	RCT 3 veckor Ca 75 elever *
Bakker (2015), Nederländerna Effects of playing mathematics computer games on primary school students' multiplicative reasoning ability	Multiplikation	Begrepp Procedur	Grupp-RCT 40 veckor Ca 720 elever -0,08 (-0,23-0,06)
Obersteiner (2013), Tyskland How Training on Exact or Approximate Mental Representations of Number Can Enhance First-Grade Students' Basic Number Processing and Arithmetic Skills	Tal och mängd: uppskatta och jämföra, jämföra exakt, talföljder Addition Subtraktion Talområde 1-20	Begrepp Procedur	RCT 4 veckor Ca 150 elever 0,37 (-0,02-0,76)
Habgood (2011) Storbritannien Motivating Children to Learn Effectively: Exploring the Value of Intrinsic Integration in Educational Games	Relation multiplikation och division Tal: känna igen mönster Printal Kvadrattal	Begrepp Procedur Problemlösning Resonemang	RCT 5 veckor Ca 60 elever *

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmätt

En stor effekt redovisas i studien av Pitchford (2015) där nära 300 elever från tre årskurser på en skola i Malawi medverkade. Studien undersöker fyra olika matematikspel för datorplatta. Spelens funktionalitet beskrivs inte närmare än att matematikinnehållet presenteras stegvis och att eleverna är tvungna att klara av frågesporter efter varje steg

för att komma vidare i systemet. Eleverna kan arbeta i sin egen takt och göra om redan avklarade aktiviteter enligt eget önskemål. I studien arbetade yngre elever en halvtimme och de lite äldre en timme per dag under åtta veckor. Arbetet skedde i grupper med cirka 25 elever i särskilda IT-rum där lärare också kunde följa de enskilda elevernas arbete genom en digital lärarmodul.

Eleverna i en aktiv jämförelsegrupp fick på motsvarande sätt arbeta på datorplatta med fyra appar kring design och musik (t.ex. Drawing Pad och Toca Hair Salon) medan eleverna i en passiv jämförelsegrupp hade ordinarie undervisning i matematik. Forskarna strävade efter att hålla mängden matematikundervisning lika för experimentgruppseleverna och jämförelsegruppseleverna.

Skillnaderna i resultaten var som tydligast för de lite äldre eleverna i studien. För yngre elever sågs tendenser i samma riktning, men resultatet var mindre tydligt. En förklaring kan vara att de yngre var färre eller att de enbart använde lärresursen hälften så mycket som de äldre eleverna.

I studien av Shin och kolleger (2012) undersöks lärspelet Skills Arena som är designat för att träna grundläggande aritmetikfärdigheter med hjälp av Game Boy, särskilt addition och subtraktion med tresiffriga tal. Lärresursen är en av de relativt få i underlaget för årskurs 1–3 som är ett uttalat program för färdighetsträning. Som jämförelsemetod valdes undervisning med så kallade Flash fact cards med motivet att upplägget kunde göras på ett likartat sätt som Skills Arena vad gäller lärinnehåll, mål och process. Båda metoderna har också formen av spel, men med skillnaden att det ena är digitalt och det andra analogt.

Eleverna i studien fick använda spelen under en kvart i samband med tre matematiklektioner i veckan. Den sammanlagda användningen hamnade alltså på knappt fyra timmar under de fem veckorna. Lärarnas roll i samband med arbetet var begränsad.

Någon fördel för Skills Arena kan inte påvisas, men inte heller motsatsen. En del av bakgrunden till studien var att skolans rektor och lärare redan tidigare prövat spelet och uppfattat det som ett bättre alternativ än andra prövade metoder och att det därför fanns en önskan att införa det för alla elever på skolan i årkurs 2. Det hade stärkt studien om ytterligare en jämförelsegrupp som fått en ordinarie undervisning hade inkluderats (vilket förmodligen hade varit något annat än Flash card games).

I studien av Pareto och kolleger (2012) undersöks lärspelet Rutiga Familjen. Spelet handlar om de fyra räknesätten med positiva och negativa tal och har ett särskilt fokus på begreppslig förståelse av positionssystemet. Spelet bygger på pedagogiken att lära sig själv genom att lära ut till andra på så sätt att eleverna har en lärarroll i förhållande till en digital figur. Eleverna arbetade i par med spelet. Under sju veckor byttes 35 minuter av en ordinarie matematiklektion om 110 minuter ut mot arbete med lärspelet för experimentklassen, och de arbetade då i ett mindre klassrum i en mindre grupp. En forskare observerade och antecknade och en hjälpte eleverna med att hantera tekniken. Elevernas arbete med själva spelet var självständigt. Som jämförelsegrupp

användes en annan skolklass som fick ordinarie matematikundervisning.

I studien argumenteras för att eleverna i båda grupperna fick en likvärdig mängd undervisning avseende själva matematikinnehållet. För- och eftertesterna genomfördes med papper och penna och hade ett format som liknar de nationella proven, vilket eleverna var vana vid. Resultatet var till experimentgruppens fördel med de tydligaste effekterna för elever med låga resultat på förtesten. De största skillnaderna i förbättring gällde uppgifter som krävde begreppslig förståelse av positionssystemet. En fråga som väcks är om studiens upplägg innebär en risk för särskilt höga förväntningar på undervisningen i experimentklassen eftersom forskare fanns med i rummet medan eleverna arbetade med lärspelet. Författarna kommenterar också det faktum att några av eleverna i jämförelseklassen var medvetna om att eleverna i parallellklassen fick använda ett datorspel under sina matematiklektioner, men att det sedan skulle bli deras tur att använda datorspelet. Vidare hade de två deltagande klasserna olika lärare, vilket kan ha haft påverkan på resultatet eftersom förutsättningarna då kanske inte var helt likartade.

Då datorspel är något som en del elever ägnar sig åt på eget initiativ på sin fritid ligger det nära till hands att vilja undersöka möjligheterna att ur ett lärandeperspektiv dra nytta av sådana aktiviteter utanför skoltid. Bakker och kolleger (2015) undersöker om elevers matematikkunskaper påverkas av att de får använda matematikspel för multiplikation enbart hemma, enbart i skolan eller hemma och med uppföljning i skolan. I studien ingår också en kontrollgrupp som på skoltid fick använda andra lärspel, men då med matematikinnehållet addition och subtraktion i stället för multiplikation.

Forskarna använde så kallade minispiel<sup>15</sup> som tagits från en holländsk webbplats för matematikspel. Några av spelen anpassades av forskarna i syfte att förbättra lärmöjligheterna.

Över 700 elever från ett 40-tal skolklasser i 35 olika skolor medverkade. Den tid som insatsen pågick var ovanligt lång, sammanlagt 40 veckor i form av fyra spelperioder om tio veckor under två läsår. Vecka 5 och 10 i varje spelperiod ägnades åt repetition av tidigare minispiel. I övrigt fick eleverna varje vecka tillgång till ett nytt minispiel. Lärarinvolveringen skilde markant mellan de fyra olika villkoren. Elever som spelade i skolan fick varje vecka en timmes undervisning av formen där läraren visade en instruktionsvideo och eleverna spelade i 10 minuter, varefter man diskuterade i helklass med hjälp av digital skrivtavla eller projektor under 15 minuter, och sedan spelade eleverna igen under 10 minuter. De hade inte tillgång till spelen för att spela hemma. För de elever som spelade hemma berättade läraren varje vecka att det fanns ett nytt minispiel upplagt för eleverna som de fick spela hemma, men följde inte upp spelet på något sätt. För elever som spelade hemma och hade uppföljning i skolan var upplägget likadant som för de som spelade hemma, men varje vecka diskuterades spelet i helklass, där eleverna fick berätta om vad de gjort, om det fanns strategier de tyckte fungerade, hur det gått för dem. Elever

15 Minispiel beskrivs som korta, fokuserade spel som är lätta att lära sig. De är ofta lättillgängliga (normalt sett gratis) och flexibla vad gäller tidsåtgång. Ett spel tar ofta bara några minuter att spela och kan upprepas ett oändligt antal gånger.

i en kontrollgrupp följde ett liknande upplägg som eleverna som spelade i skolan, men minispelen de använde handlade inte om multiplikation.

Räknar man samman alla tre experimentgrupper påvisas ingen skillnad mot jämförelsegruppen när det gäller kunskapsutvecklingen i multiplikation. Däremot ses en liten fördel för gruppen som arbetade hemma och i skolan gällande såväl färdigheter och begreppslig förståelse. Studien tyder också på en fördel för elever som arbetat med spelet enbart i skolan i årskurs 2, men inte i årskurs 3. Effekterna som påvisas är dock relativt små och detta trots att eleverna i experimentgrupperna ägnade mer tid åt att arbeta med multiplikation än eleverna i jämförelsegruppen. För gruppen som bara använde lärresurser i skolan handlade det om en timmes lektion per vecka.

Ytterligare två studier i kategorin undersöker hemarbete med digitala spel i form av läxa (Castellar m.fl., 2015; Castellar m.fl., 2014). Studierna är gjorda av samma forskargrupp, en som uppföljning till den andra. I båda studierna används delar av det kommersiellt tillgängliga programmet *Monkey Tale*, inriktat mot snabbhet i huvudräkning. Syftet med programmet är att förbättra elevers huvudräkningsfärdigheter genom att motivera dem att arbeta med färdighetsövningar under ökande tidspress. Bara genom att vara snabbare än apan kan eleverna avancera genom nivåerna. Spelet anpassar svårigheten på uppgifterna efter lärlkurvan hos den enskilda eleven. Undervisningsuppläggen i båda studierna involverar elevernas föräldrar. I den första studien (Castellar m.fl., 2014) uppmanades föräldrarna att motivera sina barn att göra arbetet, men inte hjälpa dem med själva uppgifterna. Även i den andra studien (Castellar m.fl., 2015) ombads föräldrarna att motivera barnen att jobba, men också att följa deras framsteg. Som jämförelsegrupper användes elever som fick motsvarande läxa i pappersform. Ingen av studierna kan påvisa några betydelsefulla skillnader mellan den grupp elever som fick spela *Monkey Tale* och den grupp elever som fick motsvarande träning med papper och penna.

Slutligen kan ytterligare två studier från kategorin digitala spel nämnas (Habgood & Ainsworth, 2011; Obersteiner m.fl., 2013). I studien av Obersteiner och kolleger (2013) används tre olika versioner av *Number Race*. Version ett, som ligger närmast ursprungsspelet, fokuserar på att uppskatta storheter och mängder och jämföra dessa. Version två fokuserar i stället på att avgöra exakta antal och jämföra dessa. Version tre är en kombination av version ett och två. *Number Race* är en anpassningsbar lärresurs såtillvida att svårighetsgraden på uppgifterna regleras enligt elevens lärlkurva. Räknar man samman alla tre experimentgrupper påvisas ingen skillnad mot en kontrollgrupp när det gäller kunskapsutvecklingen.

Habgood och Ainsworth (2011) undersöker tre olika versioner av lärspelet *Zombie Divisor* som är utvecklat av forskargruppen I *Zombie Divisor* är det spelmässiga uppdraget att strida mot zombies och spöken. I första versionen av spelet är det matematiska innehållet inom området division integrerat i själva kampaktiviteterna, det forskarna kallar spelmässigt centrum. Version två innehåller identiska matematikuppgifter som

version ett, men eleven löser dessa som mellanakter för att komma vidare till nästa nivå i spelet, inte i samband med kampaktiviteterna. I version två saknas därmed kopplingar mellan själva spelet och matematikinnehållet vad gäller uppgifterna, reglerna och målen. I den tredje versionen finns inget matematikinnehåll alls.

Upplägget för studien innehöll tre lärarledda tillfällen där eleverna fick hjälp med att reflektera över det matematiska innehållet i spelet och hitta den begreppslika länken mellan att lösa divisionsuppgifter genom att använda multiplikationsfakta.

Resultatet blev bäst för eleverna som använde den spelversion där det matematiska innehållet kring division var integrerat i det som var spelberättelsens uppdrag. En av forskarnas slutsatser är därför att digitala lärspele bör utformas så att lärinnehållet sätts i centrum och att spelets eget regelverk anpassas till detta. Själva berättelsen, till exempel fantasisammanhanget, kan skapas allra sist.

### 3.3.4 Digitala kurspaket

Digitala kurspaket är lärresurser av ett mer omfattande slag som kan innehålla flera funktioner och beröra många matematikområden. Användning av digitala kurspaket har undersökts i två studier.

TABELL 4

DIGITALA KURSPAKET (ÅK 1–3)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND, TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Rutherford (2014), USA A Randomized Trial of an Elementary School Mathematics Software Intervention: Spatial-Temporal Math	Taluppfattning: symboler, relationer Bråk, tid, pengar Geometri Egenskaper och beräkningsmetoder Addition Subtraktion Multiplikation Division	Begrepp Procedur Problemlösning	Grupp-RCT 1 år Ca 14 000 elever 0,11 (0,07–0,14)
Lai (2015), Kina Does computer-assisted learning improve learning outcomes? Evidence from a randomized experiment in migrant schools in Beijing	Ej möjlig	Ej möjlig	Grupp-RCT Ca 16 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 2 500 elever 0,15**

RCT = randomiserad kontrollerad studie; \*\* = rapporterad genomsnittlig effektstorlek



En av studierna undersöker lärresursen ST Math som är utformad för att utnyttja relationen mellan spatiala förmågor<sup>16</sup> och matematik för att stödja och underlätta matematisk förståelse (Rutherford m.fl., 2014). Studien är mycket stor med nästan 14 000 medverkande elever från 40 skolor. Undervisningen med ST Math skedde under två 45-minuterspass per vecka under hela läsåret. Arbetet var i hög grad självständigt och lärarnas medverkan låg, men de hade innan studien sattes igång fått utbildning om 4–5 timmar i hur lärresursen fungerade.

De 90 minuterna per vecka avsattes enligt forskarna ibland från matematiklektioner men i många fall från andra lektioner. Omfattningen 90 minuter per vecka var anpassad dels till vad som bedömdes praktiskt genomförbart för skolorna, dels till att eleverna då skulle hinna gå igenom största delen av lärresursen innan skolårets slut. Som jämförelsegrupp valdes skolklasser som enbart följde sin ordinarie matematikundervisning.

I studien påvisas ingen tydlig skillnad mellan experiment- och jämförelseklasserna, trots att omkring två tredjedelar av eleverna i experimentklasserna fick en och en halv timme mer matematikundervisning per vecka. Som forskarna påpekar är det dock möjligt att eleverna i experimentgrupperna utvecklade vissa former av matematikkunskaper men att dessa inte fångades med de standardiserade testen som användes. Inte heller ger studien något stöd för att elever med svaga kunskaper i början av läsåret gynnades av att finnas i en experimentklass, snarare tvärtom. Forskarna diskuterar resultatet i termer av kostnader och konstaterar att utdelningen är liten. Det handlar då både om kostnader för den digitala lärresursen som sådan och kostnaden i tid.

Den andra studien är också stor och involverade drygt 2 500 elever från olika så kallade immigrantskolor i Beijing, skolor som enligt forskarna typiskt anses ge utbildning av låg kvalitet (Lai m.fl., 2015). För eleverna som använde den digitala lärresursen var det obligatoriskt deltagande i två 40-minuters pass per vecka under två månader, antingen under lunchrasten eller efter skolan. Lärresursen baserades på material i elevernas läroböcker och bestod av animerade matematiklärspelel avsedda för att öva och repetera det som eleverna arbetat med under ordinarie lektioner. Eleverna arbetade i par vid en dator, och under passen fanns en av forskarna utbildad lärare till hands. Läraren, som endast assisterade vid tekniska problem, var varken matematiklärare eller elevernas klasslärare.

I studien ses en mindre fördel för experimentklasserna relativt jämförelseklasserna motsvarande en effektstorlek på i medeltal 0,15 – ett resultat som däremot står sig vid uppföljning efter omkring två månader. I likhet med Rutherford och kolleger (2014) resonerar forskarna i termer av kostnader i samband med att införa den digitala lärresursen. I det här fallet drar man dock slutsatsen att insatsen är värd sitt pris.

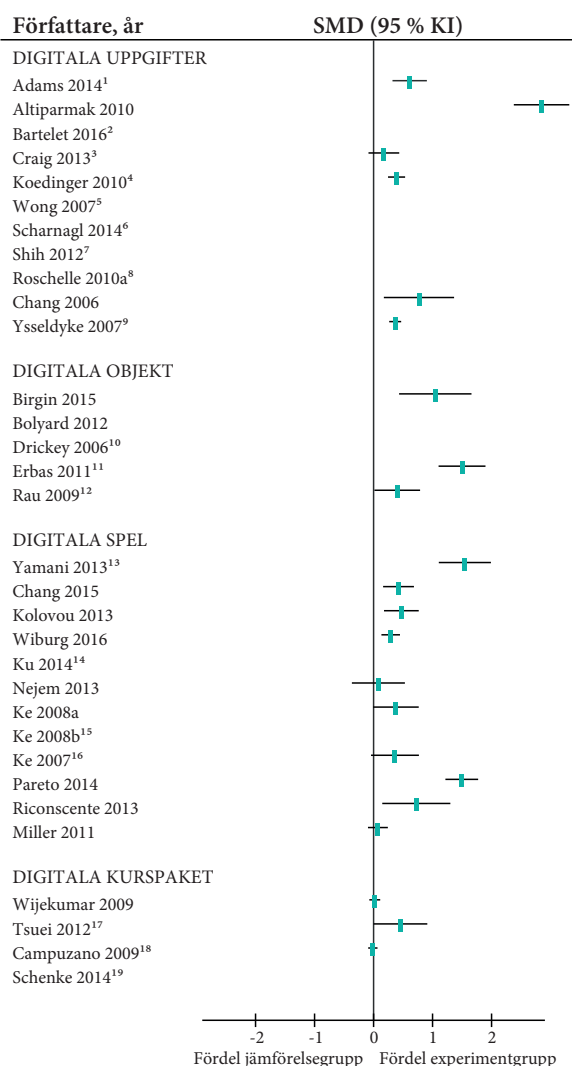
---

16 Som har att göra med rumsliga aspekter.

### 3.4 Årskurs 4–6: Sammanfattning av resultaten

Det vetenskapliga underlaget för årskurs 4–6 består av 32 studier. Eftersom vi vid grupperingen huvudsakligen har utgått ifrån deltagarnas ålder berörs företrädesvis elever i åldrarna 10–12 år. Skogsdiagrammet nedan illustrerar de effekter på elevernas kunskaper i matematik som har uppmätts i de ingående studierna. Diagrammet visar också hur studiernas resultat förhåller sig till varandra. Studierna har placerats i kategorierna uppgifter, objekt, spel och kurspaket.

FIGUR 7. Skogsdiagram årskurs 4–6



## Fotnoter

<sup>1</sup> Fördröjt eftertest.

<sup>2</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>3</sup> Antal deltagare är uppskattat (otydligt rapporterat).

<sup>4</sup> Justerat för resultat på förtest.

<sup>5</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>6</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>7</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>8</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>9</sup> Avser fyra experimentgrupper respektive fyra jämförelsegrupper (grade 3-6), förändring från baslinje (SS gain).

<sup>10</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>11</sup> Avser två experimentgrupper respektive två jämförelsegrupper, fördröjt eftertest.

<sup>12</sup> Avser resultat för MGR+SE jämfört med SGR+SE och fyra utfall, fördröjt eftertest.

<sup>13</sup> SD beräknad från SEM, justerat för resultat på förtest.

<sup>14</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>15</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

<sup>16</sup> Avser två experimentgrupper, justerat för resultat på förtest.

<sup>17</sup> Avser resultat för åtta tester över två terminer.

<sup>18</sup> Avser resultat för Achieve Now jämfört med Larson Pre-Algebra, spring test för grade 6.

<sup>19</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.

Skogsdiagrammet visar beräknade effektstorlekar med konfidensintervall för de ingående studierna. SMD = standardiserad skillnad i medelvärde; 95 % KI = 95 % konfidensintervall.

### 3.4.1 Varför visar de olika studierna olika effekter?

På frågan om varför de olika studierna visar olika effekter är det inte tillräckligt att nöja sig med svaret att de digitala lärresurser som har undersökts är olika bra. I praktiken är svaret komplicerat. Även när forskningen är väl utförd och tydligt rapporterad kan det finnas naturliga skäl till att vissa typer av undervisningsinsatser med digitala lärresurser tenderar att ge större effekt än andra, utan att det nödvändigtvis har att göra med lärresursens relativa kvalitet. En övergripande tumregel att ha i åtanke när man läser skogsdiagrammet är att stora studier och omfattande program gör det svårare att uppnå stora effekter och att små studier och program med ett avgränsat matematikinnehåll gör det lättare. Det ska dock inte tolkas som att studiestorleken i sig är avgörande för effektstorleken, utan att studiestorlek i praktiken relaterar till olika studietyper.

### 3.4.2 Att välja digitala lärresurser

Om man som lärare står inför att börja använda en digital lärresurs blir en fråga vilken man ska välja. Av de digitala lärresurser som finns beskrivna i underlaget för årskurs 4–6 är bara en på svenska och testad i ett svenskt sammanhang (Pareto, 2014). Många av de lärresurser som har testats är specifika forskningsversioner. De digitala kurspaket som finns tillgängliga är inte gjorda för svenska förhållanden och endast få program är publikt tillgängliga.

En möjlighet är att titta på studier som visar bra resultat, och sedan – om möjligt – försöka hitta likartade program för svenska förhållanden. Det här kan vara mer eller mindre svårt beroende på programtyp. För uppgiftsprogram av så kallad tutortyp kan det vara svårt. Tutorprogram karakteriseras vanligen av att uppgifter och ledtrådar på ett intrikat sätt anpassar sig till elevens interaktioner med programmet. En stor del av forskningen på sådana program går ut på att undersöka hur detaljer i designen påverkar elevresultaten. Små skillnader i programmets konstruktion kan spela relativt stor roll. Det är därmed ingen enkel sak att avgöra om två program uppvisar likheter. En av poängerna med sådana program är också att eleverna kan arbeta relativt självständigt. Det gör naturligtvis resultatet mer beroende av den digitala lärresursen i sig, snarare än på interaktionen med övrig undervisning.

### **3.4.3 Tydligt fokus på ett avgränsat matematiskt innehåll som integreras i övrig undervisning**

Goda resultat verkar kunna uppnås när de digitala lärresurser som används är riktade mot ett avgränsat matematikinnehåll, oftast spel eller objekt, som byggs in i ett mer komplext lektionsupplägg (Erbas & Yenmez, 2011; Ke & Grabowski, 2007; Wiburg & Stanford, 2016). En möjlig mekanism för studier som dessa är att lärresursen ger en mer fokuserad upplevelse av relevant matematik än vad elever som i stället räknar i boken får. Man kan jämföra med det som Hiebert och Grouws (2007) kallar opportunity to learn. Om de digitala lärresurserna i högre utsträckning än böckerna skapar möjligheter för eleverna att uppmärksamma viktiga aspekter av relevanta begrepp eller procedurer så kan det, tillsammans med den ordinarie undervisning som ges, skapa bättre förutsättningar för lärande. Läroböcker är inte alltid bra på att lyfta fram viktiga begreppslika aspekter av matematiken (Ginsburg, 2009; National Mathematics Advisory Panel, 2008). Möjligen är det alltså så att dessa studier tillsammans är en generell princip på spåret, nämligen att just kombinationen av digitala lärresurser som fokuserar på begreppslika aspekter av matematiskt innehåll, tillsammans med undervisning som innehåller en komponent där matematikupplevelsen diskuteras och problematiseras, är bra.

### **3.4.4 Inga betydelsefulla vinster med digitala kurspaket**

Några av studierna har undersökt omfattande lärresurser som används under lång tid och elevernas kunskaper har utvärderats med standardiserade tester. I sådana studier är det, även i de fall där villkoren i jämförelsegrupperna inte detaljrapporteras, mindre troligt att experimentgrupperna får mer undervisningstid riktad till det som testerna mäter. Det är rimligt att anta att den ordinarie undervisningen som ges till jämförelse-eleverna är i relativ harmoni med testerna. Om studien dessutom är storskalig så utjämnas även variation som kan tänkas finnas till följd av att det är olika lärare som undervisar. Detta bidrar till att sådana studier sällan kan påvisa spektakulära resultat, se till exempel Wijekumar och kollegor (2009).

Det kan också föras vissa generella resonemang om digitala kurspaket. Visserligen

finns inget av programpaketen i underlaget på svenska och så vitt vi vet finns just nu inga direkta motsvarigheter på svenska heller. Men det är ingen långsökt gissning att förlag och andra intressenter kommer att skapa och marknadsföra sådana här lösningar; det är kanske en närmast oundviklig utveckling. Ur det perspektivet, hur ska man då förhålla sig till att forskning som undersökt den sortens digitala läresurser tenderar att inte kunna påvisa några effekter på elevers matematikkunskaper? En möjlig tolkning är att vi bör avhålla oss från att anamma sådana program, när de kommer. Den tolkningen kan vara rimlig om läresurserna i fråga skulle vara mer kostsamma än traditionella läroböcker som de typiskt ska ersätta. Men en alternativ tolkning är att det är bra att läresurser av det här slaget tycks kunna vara ett fullgott substitut till läroboken – speciellt om kurspaketen skulle vara billigare än läroböcker eller om de skulle ha andra förtjänster. Konkurrensen är ju inte typiskt mer lärarledd undervisning utan samma (eller rent av mindre) undervisning kombinerat med elevers arbete i boken. I det sammanhanget kan nämnas att det är en ganska väl utbredd uppfattning bland forskare att läroböcker i matematik inte alltid erbjuder eleverna högkvalitativa framställningar av matematiska begrepp och idéer (Ginsburg, 2009).

### 3.4.5 Forskningstekniska aspekter påverkar effekternas storlek

Utan en mycket detaljerad kontroll och redovisning av vilka aktiviteter som jämförelsegruppen genomför med avseende på det matematikinnehåll som testas, är det svårt att tolka vad en studie egentligen visar. En möjlighet är helt enkelt att studien huvudsakligen visar att om man fokuserar på ett visst ämnesinnehåll som också är nytt för eleverna, så lär de sig mer. Ett tydligt exempel ges i studien av Altiparmak och Ozdogan (2010) som handlar om negativa tal och som visar en mycket stor effekt till fördel för att arbeta med läresurserna. Man får ingen tydlig information om jämförelseleverna också fick motsvarande undervisning om negativa tal. Det finns alltså rapporteringsmässiga problem i vissa studier – i det här fallet att det inte ges tillräcklig information om hur jämförelsegrupperna arbetade. En konsekvens är att det i dessa fall inte går att dra så säkra slutsatser om de digitala läresursernas förtjänster.

Förmodligen är det lättare att få stora effekter på elevers matematikkunskaper om man fokuserar på ett matematiskt innehåll som de inte mött tidigare. Då är elevernas kunskapsnivå typiskt initialt låg och i många fall är dessutom variationen liten. Det gör att man enklare kan uppnå stora effekter genom specifika undervisningsinsatser. Därmed blir det också svårt att avgöra nyttan av att använda just en digital läresurs om inte kontrollgruppen får en undervisning med mycket likartat innehåll. När det gäller ett ämnesinnehåll som eleverna redan mött under många år är typiskt variationen stor och elevernas kunskaper relativt stabila. Då är det svårare att få stora effektstorlekar oavsett vilka undervisningsmetoder som jämförs.

Detta är något som också illustreras i studien av Bolyard och Moyer-Packenham (2012) som handlar om grundläggande taluppfattning och syftar till att eleverna bättre ska förstå och kunna utföra addition och subtraktion av heltal. Det är en studie där den digitala

lärrresursen som testas inte ger bättre resultat än jämförelsealternativen. Till skillnad från studien av Altiparmak och Ozdogan (2010) så handlar denna om mycket grundläggande kunskaper som mellanstadieelever har haft många år på sig att utveckla. Man kan tänka sig att elevernas kunskaper därför är stabila och närmast omöjliga att påverka på bara fyra veckor. Så nollresultatet i det här fallet behöver alltså inte betyda att programmet inte är bra, snarare på att forskarnas förväntningar kanske var orealistiska.

Ett annat exempel på samma fenomen illustreras i studien av Wiburg och kolleger (2016). Det handlar om en bred insats som innefattar förhållanden, koordinatsystem, talsystem, bråk och decimaler. Överlag är både själva insatsen och studieupplägget väl genomtänkt. Därför förefaller den relativt moderata fördelen som experimentgruppen får också trovärdig. Med tanke på att det som tränas och testas i studien är sådant som eleverna redan har mött under tidigare år i skolan, dvs. att det gäller kunskapsområden där de flesta eleverna bör vara rätt så stabila, är även en moderat effekt tämligen imponerande.

Ytterligare ett fenomen att uppmärksamma är det kan vara svårt att isolera effekten av en digital lärrresurs när den ingår som en del av ett större lektionsupplägg. I studien av Wiburg och medarbetare (2016) är just detta en tydlig utgångspunkt. Lärare som vill använda en liknande digital lärrresurs bör tänka på att de, för att uppnå likartade effekter, behöver använda ett likartat lektionsupplägg.

I flera av de studier där avsikten har varit att enbart undersöka effekter av att arbeta med en digital lärrresurs, finns många gånger andra faktorer som troligen ändå påverkar resultaten. Exempelvis redovisas i studien av Yamani och kolleger (2013) en mycket stor effekt och det framgår tydligt att eleverna i experimentgruppen bara använder vissa spel, och att de inte får någon lärarledd undervisning. Man kan därför lätt tro att det finns mycket stora vinster att hämta genom att använda dessa spel. Men vid närmare granskning framgår att forskarna i själva verket för vissa samtal med eleverna, som kan misstänkas vara av undervisande karaktär. Därmed är det inte alls säkert att spelen – om de verkligen används utan inblandning av lärare/forskare – genererar samma effekter. Studien väcker viktiga frågor om hur forskningsupplägget kan påverka resultatet.

## 3.5 Årskurs 4–6: Beskrivning av ingående studier

### 3.5.1 Digitala uppgifter

Med digitala uppgifter avses lärrresurser som erbjuder uppgifter, förklaringar eller andra aktiviteter till elever i digital form där interaktivitetsgraden eller upplägget på ett utmärkande sätt går utöver vad som kan göras med en bok. Kategorin rymmer en mängd olika typer av lärrresurser. I översikten har lärrresurser som i princip bara är digitala versioner av vanliga läroböcker valts bort. Trots detta är kategorin som vi kallar digitala uppgifter relativt stor med elva studier.

Lärresurserna kan beskrivas som dels enkla träningsprogram för specifika matematiska procedurer, dels mer komplexa program med större interaktivitet, men fortfarande oftast begränsade till specifika matematiska områden. En specifik underkategori är de så kallade tutorprogrammen som är specialiserade på att anpassa feedback eller uppgiftsval efter elevens interaktion med programmet.

TABELL 5

DIGITALA UPPGIFTER (ÅK 4–6)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKT
Adams (2014), USA Using erroneous examples to improve mathematics learning with a web-based tutoring system	Decimaltal	Begrepp Resonemang	RCT Ca 3 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 210 elever 0,61 (0,33–0,89)
Altıparmak (2010), Turkiet A Study on the Teaching of the Concept of Negative Numbers	Negativa tal	Begrepp	KE 7 veckor Ca 150 elever 2,85 (2,39–3,30)
Bartelet (2016), Nederländerna The differential effect of basic mathematics skills homework via a web-based intelligent tutoring system across achievement subgroups and mathematics domains: A randomized field experiment	Addition Subtraktion Multiplikation Proportioner: procent, bråk Mätning: t.ex. längd, area, datum, klockan	Ej möjlig	Grupp-RCT Ca 10 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 340 elever *
Craig (2013), USA The impact of a technology-based mathematics after-school program using ALEKS on student's knowledge and behaviors	Taluppfattning och tals användning Geometri Algebra Samband och förändring	Ej möjlig	RCT 25 veckor Ca 250 elever 0,17 (-0,07–0,42)
Koedinger (2010), USA A Quasi-Experimental Evaluation of an On-Line Formative Assessment and Tutoring System	Ej möjlig	Ej möjlig	KE 1 år Ca 1 250 elever 0,39 (0,26–0,52)
Wong (2007), Australien Improving Basic Multiplication Fact Recall for Primary School Students	Multiplikation	Procedur	KE Ca 4 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 60 elever *

Scharnagl (2014), Tyskland Sixth Graders Benefit from Educational Software when Learning about Fractions: A Controlled Classroom study	Addition Subtraktion av rationella tal	Ej möjlig	KE Oklart Ca 860 elever *
Shih (2012), Taiwan Adaptively Ubiquitous Learning in Campus Math Path	Mönster Talföljder	Problemlösning	KE Ca 2 veckor Ca 120 elever *
Roschelle (2010a), USA From Handheld Collaborative Tool to Effective Classroom Module: Embedding CSCL in a Broader Design Framework	Rationella tal: del-helhet	Begrepp	RCT cross-over 3 veckor 2x3 klasser *
Chang (2006), Taiwan Computer-Assisted Learning for Mathematical Problem Solving	Rationella tal: addition, subtraktion, multiplikation Geometrisk objekt: t.ex. trianglar, plan sektorer Area: trianglar, parallelltrapets Pi	Problemlösning	RCT Ca 50 elever 6 veckor 0,77 (0,19–1,35)
Ysseldyke (2007), USA Use of a Progress Monitoring System to Enable Teachers to Differentiate Mathematics Instruction	Ej möjlig	Ej möjlig	KE 20 veckor Ca 2 000 elever 0,37 (0,28–0,45)

KE = kvaisexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmått

Många av de studier som vi har granskat utmärks av att de är relativt fokuserade på ett specifikt matematiskt innehåll. Den största effekten i denna kategori finner vi i studien av Altiparmak och Ozdogan (2010). I studien genomförs en sju veckor lång insats med totalt 150 elever. Lärresursen som testas är ett uppgiftsprogram inom området negativa tal. Testet som används i studien är specifikt för negativa tal och förefaller vara ganska likt den digitala lärresursen vad gäller själva uppgifterna som ges. Det redovisas inte om jämförelsegruppen också får specifik undervisning om negativa tal, men det kan misstänkas att lärarna i dessa klasser följer läroboken och att fokus på negativa tal är betydligt mindre där, och betydligt mindre likt den form som uppgifterna i testet har. Då är det inte förvånande att de elever som får mer specifik undervisning, via den digitala lärresursen, förbättrar sig påtagligt mer än jämförelseleverna.

Även i studien av Scharnagl och kolleger (2014) undersöks en digital lärresurs med ett avgränsat matematikinnehåll, nämligen addition och subtraktion av tal i bråkform. I studien fick en experimentgrupp använda programvaran Bettermark medan en jämförelsegrupp studerade ämnet på vanligt sätt (bok, papper, penna). I programmet, som



är ett exempel på ett så kallat tutorprogram, är det läraren som gör urvalet av uppgifter och bestämmer uppgiftsordningen. När eleverna inte löser uppgifterna kan programmet assistera med ledtrådar och leda eleverna genom steg-för-steg-lösningar. Bettermark har alltså två individualiserande komponenter: dels är det läraren som gör uppgiftsurvalet åt eleverna, dels erbjuder programmet förklaringar beroende på elevernas interaktion. Studiens huvudresultat är att experimentgruppen presterade bättre än jämförelsegruppen på eftertestet.

Ett annat exempel på digitala uppgifter är det program för att träna multiplikationstabellen som har undersökts av Wong och Evans (2007). Det är i princip ett rent träningsprogram, men systematiken för vilka tabeller eleverna tränar parallellt och vilken ordning tabellerna tränas sägs vara baserad på modern minnesforskning. Resultaten visar dock att motsvarande träning med papper och penna fungerade bättre.

En viktig underkategori till digitala uppgifter är de så kallade tutorprogrammen. De karakteriseras vanligen av problem som kan delas upp i delproblem och via en sådan struktur erbjuds individanpassad hjälp till elever som inte direkt klarar att lösa problemen. Ytterligare tre studier i underlaget är tydliga exempel på studier som har undersökt tutorprogram med varierat resultat (Adams m.fl., 2014; Bartelet m.fl., 2016; Craig m.fl., 2013).

Ytterligare en läresurs av tutortyp, MathCAL (Chang m.fl., 2006), sticker ut lite. I stället för att vara inriktat mot ett matematiskt innehåll så är det problemlösningstrategier, i Polya stil<sup>17</sup>, som är kärnan i den digitala läresursen. I studien undersöks hur elever på ett systematiskt sätt får öva på att genomföra problemlösning enligt strategin och med hjälp av ett visuellt verktyg, ett så kallat lösningsträd, illustreras hur deras lösningsstrategier ser ut. När eleverna möter ett nytt problem kan de också gå tillbaka till gamla lösningar och jämföra för att få idéer. MathCAL innehåller inga specifika matematikuppgifter och i studien valde forskarna ut problem från en lärobok, samma för experiment- och jämförelsegruppen. Studien inriktade sig också på elever som tidigare hade visat sig ha svårigheter med problemlösning. Studien visar positiva resultat till experimentgruppens fördel. Testet utgjordes av en uppsättning uppgifter från samma delar av läroboken som både experiment- och jämförelsegrupperna fick öva på under studiens gång.

### 3.5.2 Digitala objekt

Med digitala objekt förstås här olika typer av huvudsakligen grafiska objekt som avser symbolisera eller representera olika matematiska objekt eller processer. Representationerna kan ofta i olika grad vara interaktiva, dvs. användaren kan manipulera objekten på skärmen. Digitala representationer av matematiska objekt erbjuder ofta andra interaktionsmöjligheter än statiska: både konkreta representationer, alltså faktiska föremål, och representationer på papper. Digitala representationer av tredimensionella geometriska

---

<sup>17</sup> Efter den ungerska matematikern George Polya och som bygger på de fyra stegen: 1) förstå problemet, 2) gör upp en plan, 3) genomför planen, och 4) se tillbaka och granska lösningen.

objekt kan exempelvis skalas eller manipuleras, vridas runt och betraktas från olika håll. Digitala representationer kan också erbjuda automatisk beräkning av olika invarianter som är associerade till vissa objekt, såsom att volymen av en avbildad cylinder skrivs ut och ändras när cylinderns storlek ändras. I urvalet klassificerades fem studier som hemmahörande i denna kategori.

I studierna undersöks tre olika typer av lärresurser. Två studier utgör exempel på undervisning med generella program för dynamisk geometri som studeras i ett visst sammanhang, dvs. när eleverna ska lära sig ett väldigt specifikt och avgränsat innehåll (Birgin m.fl., 2015; Erbas & Yenmez, 2011). Bolyard och Moyer-Packenham (2012) samt Drickey (2006) undersöker båda lärresurser där aritmetiska fenomen representeras på olika sätt. Slutligen ingår en studie av ett omfattande uppgiftsmaterial där digitala matematiska objekt utgör en central del (Rau m.fl., 2009).

I kategorin digitala objekt ges också exempel på olika forskningsfrågor. I studien av Bolyard och Moyer-Packenham (2012) undersöks två olika typer av representationer. Det är något man i princip hade kunnat göra utan tillgång till en digital lärresurs, på så sätt att en lärare på traditionellt vis hade kunnat förklara tal och addition med olika representationer. Drickey (2006) jämför dels undervisning med respektive utan manipulativer, dels om det spelar roll om manipulativerna är fysiska eller digitala. Även studien av Rau och medarbetare (2009) bygger på jämförelser mellan olika typer av representationer.

TABELL 6

DIGITALA OBJEKT (ÅK 4–6)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Birgin (2015), Turkiet The Effect of Computer-Assisted Instruction on 7th Grade Students' Achievement and Attitudes toward Mathematics: The Case of the Topic "Vertical Circular Cylinder"	Area och volym: cylinder	Begrepp Procedur	KE 2 veckor Ca 50 elever 1,05 (0,45–1,65)
Bolyard (2012), USA Making Sense of Integer Arithmetic: The Effect of Using Virtual Manipulatives on Students' Representational Fluency	Grundläggande taluppfattning Addition: heltal Subtraktion: heltal	Begrepp Procedur	KE 4 veckor Ca 100 elever *
Drickey (2006), USA Learning Technologies for Enhancing Student Understanding of Mathematics	Geometriska objekt Area: t.ex. trianglar, cirklar, rektangulära prisma Volym: rätkblock	Begrepp Problem-lösning	KE 8 veckor Ca 260 elever *

Erbas (2011), Turkiet	Geometriska objekt: polygoner Kongruens Likformighet	Begrepp Resonemang	KE Ca 2 veckor + för- dröjt eftertest efter 3 mån. Ca 130 elever 1,50 (1,11–1,88)
The Effect of Inquiry-Based Explorations in a Dynamic Geometry Environment on Sixth Grade Students' Achievements in Polygons			
Rau (2009), USA	Rationella tal	Begrepp	RCT 2 veckor Ca 110 elever 0,40 (0,03–0,78)
Intelligent Tutoring Systems with Multiple Representations and Self-Explanation Prompts Support Learning of Fractions			

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmätt

I studien av Birgin och medarbetare (2015) undersöks en digital lärresurs, Mebvitamin, för att utveckla elevernas kunskaper om cylindrars area och volym. Lärresursen är ett generellt geometriprogram, men det beskrivs inte särskilt noggrant i forskningsrapporten. Det framgår att eleverna kan manipulera cylindrar, dvs. ändra radie och höjd samt beräkna olika geometriska invarianter som omkrets, area och volym.

Som komplement i studien användes också ett enkelt ritprogram, Sketchpad. Uppgifter levererades via Sketchpad där också egenskaper och komponenter hos de geometriska figurerna kunde studeras. Med hjälp av Mebvitamin kunde eleverna sedan utföra beräkningar och manipulationer. Jämförelsegruppen fick under studiens gång två veckors ordinarie undervisning med uppgifter från en lärobok och lärarledda genomgångar av innehållet. Samma lärare undervisade bägge klasserna. Studien visar på en tydlig effekt till fördel för experimentgruppen. Även om den här studien är kort och har ganska få deltagare, kan den sägas indikera att det finns potential i att använda dynamisk geometrisk programvara av det här slaget. Läraren fick några timmars utbildning på förhand, vilket antagligen är en central förutsättning. Det framgår dock inte i studien vilket undervisningsarbete som läraren gjorde i experimentgruppen.

I studien av Erbas och Yenmez (2011) undersöks ett relativt likartat dynamiskt geometriprogram, det kommersiellt tillgängliga Geometer's Sketchpad. Liksom studien av Birgin och kolleger (2015) utfördes denna studie i Turkiet och pågick i två veckor. Det matematiska innehållet är tvådimensionell geometri, bland annat likformighet. Jämförelsegruppen fick traditionell undervisning med lärargenomgångar och arbete med bokens uppgifter och fick använda linjal, papper och penna. Experimentgruppen arbetade i datorsal med övningar som var konstruerade av forskaren, men baserade på uppgifter från läroboken. Resultatet visar att experimentgruppen förbättrade sig avsevärt mer än jämförelsegruppen med en mycket stor effektstorlek. Man får dock beakta att forskaren själv hjälpte läraren med genomgångar och frågor till eleverna i experimentgruppen. Det är tänkbart att den skillnaden spelar stor roll för resultatet.

Studien av Bolyard och Moyer-Packenham (2012) handlar om grundläggande taluppfattning och syftar till att elever i årskurs 6 bättre ska förstå och kunna utföra

addition och subtraktion av heltal. I studien jämförs tre olika digitala representationsmodeller. I två av dessa betraktas heltal som antalet föremål, vilket betyder att de digitala representationerna på skärmen är föremål och exempelvis addition uppfattas som att lägga ihop grupper av föremål. Den tredje modellen är en tallinjemodell där antal representeras av en punkt på tallinjen och addition av något är att förflytta sig på linjen. Studiens huvudresultat är att det inte kan påvisas några skillnader mellan de olika gruppernas prestationer. Man kan här tänka sig att studietiden på fyra veckor är ganska kort för att påverka elever i årskurs 6 när det gäller ett för de flesta så pass välbefäst begrepp som heltal.

I studien av Drickey (2006) används så kallade virtuella manipulativer hämtade från den nordamerikanska organisationen National Council of Teachers of Mathematics' (NCTM) webbplats. Manipulativer är speciella föremål som tagits fram eller som används för att illustrera specifika matematiska objekt och processer. Virtuella manipulativer är alltså digitala lärresurser där sådana föremål visas och kan manipuleras på skärmen. I studien jämförs användningen av virtuella manipulativer med antingen fysiska manipulativer eller inga manipulativer alls. Tre lärare som höll i undervisningen fick före studien utbildning i virtuella och fysiska manipulativer.

Studien kan inte påvisa någon skillnad mellan grupperna. Alla tre grupper undervisades i samma matematiska innehåll under två månader med utgångspunkt i identiska lektionsplaneringar. Den enda skillnaden var tillgång till olika manipulativer eller inga alls. Det matematiska innehållet var egenskaper hos två- och tredimensionella geometriska figurer. Nollresultatet är svårtolkat. Antingen är inte digitala eller verkliga manipulativer bättre än exempelvis tvådimensionella bilder i en bok för detta ämnesinnehåll, eller så utnyttjades inte manipulativernas förtjänster väl i den givna undervisningen. Man kan dock notera att de virtuella manipulativer som studien baseras på publicerades redan år 2000.

Ytterligare en studie undersöker en lärresurs som innehåller digitala objekt (Rau m.fl., 2009), vilken också i hög grad är ett program som levererar matematikuppgifter. Lärresursen är av likartat slag som de som används av Drickey (2006) i den meningen att vissa matematiska objekt förekommer i vissa speciella manipulerbara representationer. I det här fallet är det bråk som illustreras av multipla grafiska illustrationer i form av bråkdelar av olika formade objekt, inklusive tallinjen. Till skillnad från studien av Drickey (2006) finns här också en digital uppgiftskomponent eftersom programmet ger eleven uppgifter och, beroende på elevens interaktion med programmet, olika ledtrådar för hur problemen kan lösas.

Studieupplägget är sådant att uppgiftssystemet är en slags bas och två olika representationsvillkor studeras. I ena fallet presenteras endast tallinjerepresentationen och i det andra erbjuds multipla representationer. Dessutom testas för vart och ett av dessa villkor om det är gynnsamt att eleverna uppmanas att ge förklaringar till sig själva. Resultatet är intressant då det visar sig att utan denna självförklaringskomponent presterar elever som bara får se tallinjen bäst, men med självförklaring presterar gruppen som

får multipla representationer bäst<sup>18</sup>. Den gruppen är också bäst totalt sett. Man ska dock notera att det inte finns någon jämförelsegrupp som får lärarledd undervisning av motsvarande slag.

### 3.5.3 Digitala spel

Kategorin digitala spel är den största med tolv studier i vårt urval. Spel är ett vitt begrepp och variationen inom denna kategori är större än inom de andra. En första skillnad är mellan spel som uttryckligen tagits fram för undervisningsbruk och andra spel. De spel som finns representerade är nästan alla gjorda för undervisning.

Variationen är stor inom kategorin både vad gäller speldesign och undervisningsupplägg. Kategorin omfattar enkla övningsspel, antingen med övningen i sig som spelidé eller där övningen görs vid sidan om för att sedan kopplas till en spelsituation. Andra spel handlar snarare om att begreppsliggöra matematik genom att lyfta fram centrala egenskaper hos matematiska objekt (t.ex. geometriska) eller genom att placera matematiken i ett visst sammanhang. Ett spel sticker ut genom mekanismen med en undervisningsbar agent (Pareto, 2014). Vissa studier bygger på att eleverna spelar utan större inblandning av lärare eller någon ytterligare komponent, men i andra studier byggs spelet in som en del av ett mer komplext undervisningsupplägg.

TABELL 7

DIGITALA SPEL (ÅK 4–6)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Yamani (2013), Saudiarabien	Tal: bråk, decimaltal, procenttal	Procedur	KE 13 veckor
Educational Digital Games: Opportunity for Successful Mathematics Learning in Saudi Arabian Primary Schools	Mätning Omkrets: cirklar Area: trianglar, cirklar Volym: kuber Proportionalitet		Ca 110 elever 1,55 (1,12–1,98)
Chang (2015), USA	Rationella tal: del-helhet	Begrepp	KE 3 veckor Ca 270 elever 0,42 (0,17–0,67)
Differential effects of learning games on mathematics proficiency			
Wiburg (2016), USA	Talsystem Rationella tal Decimaltal Proportionalitet Koordinatsystem	Begrepp Procedur	KE, cross-over Ca 5 veckor + fördröjt eftertest efter 5 veckor Ca 750 elever 0,29 (0,15–0,44)
Impact of Math Snacks Games on Students' Conceptual Understanding			

18 I skogsdiagrammet visas jämförelsen mellan gruppen som får multipla representationer med självförklaringskomponent (MGR+SE) och gruppen som får endast tallinjerepresentation med självförklaringskomponent (SGR+SE).

Ku (2014), Taiwan	Aritmetik: huvudräkning Addition Subtraktion Multiplikation	Procedur	KE 5 veckor Ca 50 elever *
The Effects of Game-Based Learning on Mathematical Confidence and Performance: High Ability vs Low Ability			
Nejem (2013), Jordanien	Rationella tal	Begrepp Procedur	KE 20 veckor Ca 80 elever 0,08 (-0,35-0,52)
The Effect of Using Computer Games in Teaching Mathematics on Developing the Number Sense of Fourth Grade Students			
Ke (2008a), USA	Aritmetik Addition Subtraktion Multiplikation Division Koordinatsystem	Begrepp Procedur	KE 4 veckor Ca 160 elever 0,38 (0,01-0,75)
Alternative Goal Structures for Computer Game-Based Learning			
Ke (2008b), USA	Aritmetik Addition Subtraktion Koordinatsystem	Begrepp Procedur	KE 4 veckor Ca 360 elever *
Computer Games Application within Alternative Classroom Goal Structures: Cognitive, Metacognitive, and Affective Evaluation			
Ke (2007), USA	Aritmetik Addition Subtraktion Mätning Enkla ekvationer Koordinatsystem	Begrepp Procedur	KE 4 veckor Ca 120 elever 0,36 (-0,03-0,76)
Gameplaying for maths learning: Cooperative or not?			
Pareto (2014), Sverige	Aritmetik: t.ex. 10-bas-system	Begrepp Procedur	KE 12 veckor Ca 280 elever 1,50 (1,23-1,76)
A Teachable Agent Game Engaging Primary School Children to Learn Arithmetic Concepts and Reasoning			
Riconscente (2013), USA	Rationella tal	Begrepp	KE cross-over Ca 2 veckor Ca 50 elever 0,72 (0,16-1,29)
Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math			
Kolovou (2013), Nederländerna	Samband och förändring	Problemlösning	KE 6 veckor Ca 200 elever 0,47 (0,19-0,75)
An Intervention Including an Online Game to Improve Grade 6 Students' Performance in Early Algebra			
Miller (2011), Skottland	Ej möjlig	Ej möjlig	Grupp-RCT 9 veckor Ca 640 elever 0,07 (-0,08-0,23)
Educational benefits of using game consoles in a primary classroom: A randomised controlled trial			

KE = kvaisexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmått

Flera av de spel som undersökts inriktar sig mot ett specifikt matematiskt innehåll och en särskild undervisningsidé eller idé om lärande av detta innehåll. Ett exempel handlar om bråk och bygger på visualisering av del-helhetsförhållanden med hjälp av chokladstycksaker (Chang m.fl., 2015). Även om lärresursen delvis handlar om att representera matematiska objekt i digital form är objekten i det här exemplet inte manipulerbara. Ett spel som i likhet med detta är inriktat mot och utvecklat för ett specifikt matematiskt innehåll är Math Snack (Wiburg & Stanford, 2016). Här handlar det om en bred insats som innefattar förhållanden, koordinatsystem, talsystem, bråk och decimaler. I Math Snack skapas vardagsliknande situationer där eleverna får lösa problem och spelandet är inbyggt i ett mer komplext lektionsupplägg som innebär att elever sinsemellan och med läraren diskuterar begrepp och fenomen från spelen. Detta kompletteras med andra aktiviteter, såsom att använda fysiska manipulativer. Studien är därför ett exempel på när en digital lärresurs utgör en del av ett större undervisningsupplägg. Insatsen sträcker sig över fem veckor inklusive fördröjd uppföljning och omfattar över 700 elever. Testuppgifterna som används är inom dessa matematikområden, men är tagna från standardiserade tester. Fyra specialdesignade program används och dessa inkorporeras också i ett speciellt lektionsupplägg där eleverna får öva på det som de möter i programmen även i andra sammanhang. Såväl studien av Chang och kolleger (2015) som den av Wiburg och kolleger (2016) påvisar måttliga effekter till fördel för experimentinsatserna.

Som kontrast till spel där innehållet konstrueras för att på olika sätt illustrera matematiska objekt och processers egenskaper kan vi nämna studien av Ku och kolleger (2014). Tanken är att eleverna ska träna sin huvudräkningsförmåga, men de matematiska beräkningarna som behöver utföras har inget med själva spelidén att göra – den är snarast att dela ut belöningar när eleven löser vissa aritmetiska uppgifter som dyker upp på ett korrekt sätt. Här handlar det alltså främst om ren färdighetsträning, men där där spelinslaget antas stimulera elevens engagemang. En variant på detta är att erbjuda ett tävlingsmoment mellan olika spelare, vilket undersöks i studien av Nejem och Muhanna (2013). Det exakta innehållet är något otydligt beskrivet i studien, men det huvudsakliga upplägget är att eleverna löser uppgifter relaterade till bråk och prestationerna kopplas till möjligheten att vinna fördelar i tävlingen med varandra. I studien ingick en jämförelsegrupp som fick ordinarie undervisning inom likartad matematik med papper och penna, och någon skillnad i resultat kunde inte påvisas mellan grupperna.

Studien av Ke och Grabowski (2007) har vissa likheter med den av Wiburg och medarbetare (2016) i den meningen att det inte bara är spelet som undersöks, utan ett helt lektionsupplägg. I studien undersöks spel som tagits fram i syfte att stärka elevernas kunskaper rörande vissa specifika läroplansmål, exempelvis inom mätning, proportioner, jämförelser, enkla ekvationer och koordinatsystem. Varje lektion börjar med att elever i par diskuterar uppgifter i spelen, sina respektive lösningar och vad man upplever som svårt. Spelet är sedan arrangerat som en turnering mellan elevpar.

I lektionsupplägget finns alltså både en diskussionskomponent och ett tävlingsmoment. En jämförelsegrupp fick under lika lång tid öva på motsvarande standarduppgifter inom varje matematikområde på sedvanligt sätt med papper och penna. Efter studietiden, som omfattade två 40-minuterspass per vecka i fyra veckor, påvisades ingen fördel för experimentgruppen på standardiserade aritmetiktest.

En studie som involverar en relativt komplex spelmiljö är den av Pareto (2014). Huvudprincipen är digitala bräd- eller kortspel. Det finns inga explicita matematikuppgifter som ska lösas, eleverna spelar helt enkelt de digitala spelen. De strategiska överväganden som krävs för att spela framgångsrikt innefattar dock matematiska överväganden. Tanken är alltså att eleverna ska lära sig att göra matematiska överväganden. Eleverna kan spela själva, men de har också möjligheten att beskriva för en digital så kallad undervisningsbar agent hur de vill spela och i stället låta agenten spela. Spelet skapar på så sätt en möjlighet för eleverna att förhålla sig till strategier på olika nivåer eftersom det är en mer komplex uppgift att förklara än att följa en strategi. Studien visar en tydlig positiv effekt till experimentgruppens fördel.

Studien av Yamani och medarbetare (2013) bör också poängteras eftersom den visar ett ovanligt bra resultat till fördel för experimentgruppen. I den studien undersöks ett urval av olika lärspel inom bland annat mätning, procent, bråk och vissa områden inom geometri. Medan en jämförelsegrupp fick undervisning av en lärare inom de utvalda områdena fick experimentgruppen enbart använda spelen. För- och eftertesterna var utvecklade i samarbete med de lärare som deltog. Man måste dock vara försiktig vid tolkning av resultatet då fördelningen av deltagare till experiment- respektive jämförelsegrupperna gjordes på klassnivå per skola, vilket innebär att resultatet blir mycket beroende av de undervisande lärarna. Forskarna skriver också att experimentgruppen inte fick någon undervisning utöver att spela spelen, men det framkommer att forskarna hade en sorts undervisande samtal med eleverna om deras spelerfarenheter. Man kan inte utesluta att en del av elevernas lärande beror på dessa samtal.

Spelet Dr. Kawashima's Brain Training för Nintendo spelkonsol som undersökts av Miller och Robertson (2011) är det enda i kategorin som inte är framtaget för undervisning. Spelet innehåller en del matematikövningar men beskrivs annars snarare som ett kognitivt träningsprogram, och det är svårt att utifrån beskrivningen avgöra exakt vad eleverna gör med hjälp av programmet. Studiens resultat var att eleverna i experimentgruppen inte presterade bättre än elever som fick ordinarie undervisning.

### 3.5.4 Digitala kurspaket

Vi har kategoriserat fyra studier som digitala kurspaket. Dessa avser omfattande lärresurser som i någon mening liknar läroboken i betydelsen att de täcker hela eller stora delar av en årskurs. Det betyder att de inte bara är omfattande gällande mängden aktiviteter som eleven kan utföra i programmen, utan att de vanligen också täcker många olika delar av matematiken som till exempel taluppfattning, geometri och algebra.



TABELL 8

DIGITALA KURSPAKET (ÅK 4–6)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKT-STORLEK
Wijekumar (2009), USA A Multisite Cluster Randomized Trial of the Effects of CompassLearning Odyssey[R] Math on the Math Achievement of Selected Grade 4 Students in the Mid-Atlantic Region	Taluppfattning och tals användning Algebra Geometri Samband och förändring Sannolikhet och statistik	Begrepp Procedur Resonemang	Grupp-RCT 28 veckor Ca 2 500 elever 0,02 (-0,06–0,10)
Tsuei (2012), Taiwan Using Synchronous Peer Tutoring System to Promote Elementary Students' Learning in Mathematics	Aritmetik	Begrepp Procedur	KE 40 veckor Ca 90 elever 0,46 (0,01–0,90)
Campuzano (2009), USA Effectiveness of Reading and Mathematics Software Products: Findings From Two Student Cohorts	Taluppfattning och tals användning Algebra Geometri Sannolikhet och statistik	Procedur Problemlösning	Grupp-RCT 40 veckor Ca 3 600 elever -0,01 (-0,08–0,05)
Schenke (2014), USA Alignment of game design features and state mathematics standards: Do results reflect intentions? Computers & Education	Taluppfattning och tals användning Algebra Geometri Samband och förändring Sannolikhet och statistik	Ej möjlig	Grupp-RCT 2 år Ca 11 000 elever 0,14**

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie;

\*\* = rapporterad genomsnittlig effektstorlek

Ett exempel på ett digitalt kurspaket är Odyssey Math (Wijekumar m.fl., 2009). Programmet finns tillgängligt för hela grundskolan, inklusive förskoleklass, och dess motsvarigheter. Det tillhandahåller både uppgifter som elever kan arbeta med, inklusive ledtrådar och annan information, samt tester och matematiska verktyg. Graden av interaktion och anpassning till vad eleven gör inom enstaka aktiviteter är låg, men programmet tilldelar eleverna aktiviteter beroende på hur de presterar på de inbyggda testerna. Det är konstruerat för att kunna användas på olika sätt, antingen som huvudsakligt arbetssätt där eleverna mestadels arbetar med uppgifter i programmet på liknande sätt som de annars hade gjort med en lärobok, eller som komplement till något annat arbetssätt. I det senare fallet, vilket gäller för denna studie, kan läraren på förhand konstruera olika studiegångar för eleverna, dvs. göra urval på förhand av det som eleverna kommer att möta i programmet. Företaget som säljer programmet säljer också utbildningar för lärare om hur programmet kan användas och lärarna i studien deltog under fem dagar i sådan utbildning. Cirka 2 500 elever i årskurs 4 deltog i studien,

varav hälften fick ingå i en jämförelsegrupp som använde en vanlig lärobok. I studien kunde man inte påvisa någon skillnad i elevprestationer mellan grupperna. Även i studien av Campuzano och kolleger (2009) undersöks ett digitalt kurspaket för årskurs 6. Inte heller i den studien påvisas någon skillnad mellan elever som använt kurspaketet och de som inte gjort det när det gäller förvärvade matematikkunskaper.

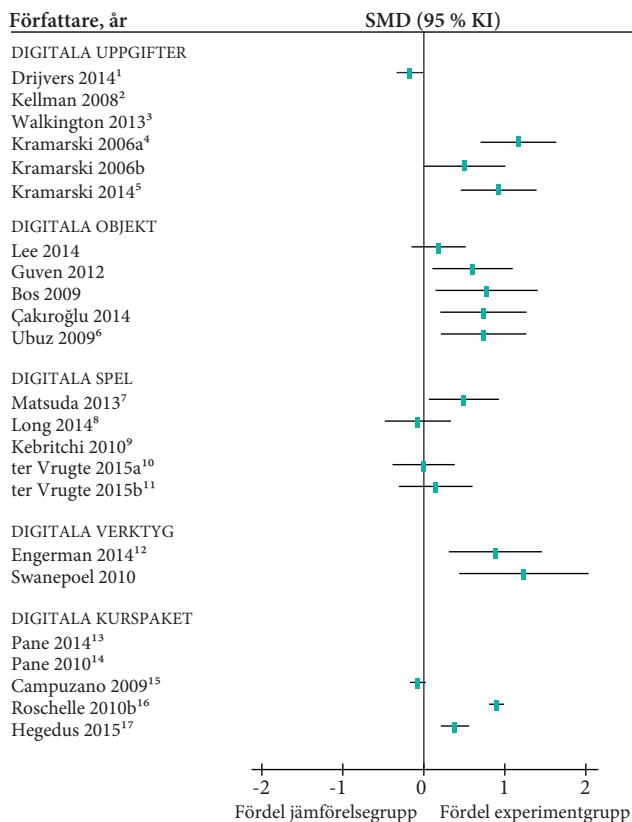
En annan digital lärresurs som är omfattande – räcker till ett helt års studier – och berör många olika matematikområden, beskrivs av Tsuei (2012). Till skillnad från den mer lärobokslänkande lärresursen som studerades av Wijekumar och medarbetare (2009) är det här fråga om ett mer spelliknande upplägg. Likheter består i att det är läraren som styr vilka uppsättningar av aktiviteter som blir tillgängliga för eleverna, medan det är programmet som väljer de specifika aktiviteterna genom att kombinera slump med information om användarens tidigare prestationer. Totalt kan eleverna möta upp till 220 olika matematikaktiviteter. Inom varje aktivitet får de, beroende på hur de interagerar med programmet, olika ledtrådar och annan feedback. Exempelvis kan programmet be elever att upprepa någon del av en lösning eller poängtera att någon viss lösningsdel ska uppmärksammas som ett extra viktigt steg. En central komponent i detta program är att elever arbetar två och två online. Varje elev matchas med en kamrat att samarbeta med för att lösa problemen. När en uppgift är löst får eleverna via onlinekommunikation ta del av andras lösningar för att granska och bedöma dessa med hjälp av emoji. I programmet utnyttjas alltså även en slags kamrateffekt. Experimentgruppen och jämförelsegruppen arbetade under lika lång tid och i båda fallen interaktivt i par, i jämförelsegruppen dock utan det digitala materialet. Studien visar en måttlig effekt till experimentgruppens fördel.

Även studien av Schenke (2014) är en storskalig studie av ett program av kurspaketliknande karaktär som innefattar spelliknande aktiviteter. I denna studie visas en mycket liten fördel för experimentgruppen.

## 3.6 Årskurs 7–9 och gymnasieskolan: Sammanfattning av resultaten

Det vetenskapliga underlaget för årskurs 7–9 och gymnasieskolan består av 23 studier. Eftersom vi vid grupperingen huvudsakligen har utgått ifrån deltagarnas ålder berörs företrädesvis elever i åldrarna 13–18 år. I endast fyra studier anges uttryckligen att eleverna som har deltagit har gått i motsvarande gymnasieskolan i det aktuella skolsystemet. Men värt att notera är att flera av övriga studier berör ett matematiskt innehåll som snarast kan sägas tillhöra den svenska gymnasieskolan. Vår bedömning är att alla 23 studier till sitt innehåll är relevanta för såväl årskurs 7–9 som gymnasieskolan. Skogsdiagrammet nedan illustrerar de effekter på elevernas kunskaper i matematik som har uppmätts i de ingående studierna. Diagrammet visar också hur studiernas resultat förhåller sig till varandra. Studierna har placerats i kategorierna uppgifter, objekt, spel, verktyg och kurspaket.

FIGUR 8. Skogsdiagram årskurs 7–9 och gymnasieskolan



**Fotnoter**

- <sup>1</sup> Avser två utfall.
- <sup>2</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>3</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>4</sup> Avser två experimentgrupper respektive två jämförelsegrupper, justerat för resultat på förtest.
- <sup>5</sup> Avser två experimentgrupper, fördröjt eftertest.
- <sup>6</sup> Fördröjt eftertest.
- <sup>7</sup> Avser resultat för procedural skills, justerat för resultat på förtest.
- <sup>8</sup> Avser tre experimentgrupper, antal deltagare är uppskattat (otydligt rapporterat).
- <sup>9</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>10</sup> Avser tre experimentgrupper.
- <sup>11</sup> Avser tre experimentgrupper.
- <sup>12</sup> Avser två experimentgrupper respektive två jämförelsegrupper, antal deltagare är uppskattat (otydligt rapporterat).
- <sup>13</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>14</sup> Resultat kan inte extraheras för egen analys.
- <sup>15</sup> Avser två experimentgrupper.
- <sup>16</sup> Avser resultat för både årskurs 7 och årskurs 8, förändring från baslinje.
- <sup>17</sup> Resultat avser huvudstudien, justerat för resultat på förtest.

Skogsdiagrammet visar beräknade effektstorlekar med konfidensintervall för de ingående studierna. SMD = standardiserad skillnad i medelvärde; 95 % KI = 95 % konfidensintervall.

### 3.6.1 Varierande effekter på elevers kunskaper i matematik

Även om den övervägande delen av studierna i underlaget visar att det går att nå goda resultat genom en undervisning med stöd av digitala lärresurser kan det konstateras att det finns en betydande variation. Det gäller såväl inom som mellan de olika kategorier av digitala lärresurser som har identifierats i vårt arbete. Eftersom det finns många tänkbara orsaker som bidrar till de effekter som uppmäts i studierna går det dock inte att ge något enkelt svar på varför resultaten varierar. Vår bedömning är att möjliga förklaringar till resultaten kopplar till hur de olika digitala lärresurserna är konstruerade – vilka egenskaper eller funktionalitet de har – och hur de har använts i undervisningen. Det är viktigt att poängtera att även mer forskningstekniska aspekter kan ha stor betydelse för resultaten.

### 3.6.2 Relevant och avgränsat matematikinnehåll med fokus på tröskelbegrepp

Ett mönster som framträder är, att bäst förutsättningar för att få tydliga effekter på elevers matematikkunskaper ger fokuserade insatser med digitala lärresurser som inriktas på ett avgränsat innehåll. En majoritet av studierna i underlaget ger stöd för den slutsatsen. Det är också gynnsamt för elevers kunskapsutveckling om undervisningen med stöd av digitala lärresurser fokuserar på tröskelbegrepp, alltså matematiska begrepp som eleverna behöver förstå för att kunna utvecklas vidare inom ett område.

Flertalet studier handlar om funktioner, vilket kan klassas som ett tröskelbegrepp inom matematikdidaktiken. Funktioner ingår i det centrala innehållet för årskurs 7–9 i grundskolans kursplan och fördjupas i gymnasieskolans ämnesplan. Många studier berör förmågan att kunna representera funktioner på olika sätt, vilket utgör en del av begreppsförståelsen. Även användningen av funktioner i relation till att lösa problem med koppling till en verklighetsnära situation, så kallad modellering, undersöks i ett flertal studier. Utöver detta representeras ekvationslösning, geometri och taluppfattning. I en av studierna uppmärksammas även bråkräkning speciellt (Kellman m.fl., 2008).

### 3.6.3 Variation av digitala uppgifter

Ett av de mest centrala inslagen i en matematiklärares vardag är matematikuppgifter. Det finns en intressant variation i de system av digitala uppgifter som undersökts. Underlaget visar på den potential som finns i att konstruktivt försöka använda och utveckla det digitala mediets möjligheter, men även i att utveckla formen av uppgifter som sådan. Flera olika varianter presenteras i underlaget. Det handlar om att uppgifter anpassas utifrån elevers intressen eller prestationer, att kategoriseringsuppgifter erbjuds för att bilda kunskap genom erfarenheter, att eleverna får metakognitiva stödfrågor eller ges möjligheter till diskussioner via internet.

### 3.6.4 Förståelse och färdigheter hänger ihop

Förståelse och färdighet i matematik, eller begrepps- och procedurförmåga, är sammanflätade och båda förmågorna behövs för att behärska matematik. Många av studierna har tagit fasta på detta. Men det finns exempel på att effekter på elevers kunskaper i matematik tycks utebli om färdighetsträning åsidosätts till förmån för att enbart fokusera på förståelseaspekter (ter Vrugte m.fl., 2015a; ter Vrugte m.fl., 2015b).

Ytterligare ett intressant exempel ges i studien av Drijvers m.fl. (2014): här har den digitala lärresursen fokus på att eleverna ska träna strategier för att lösa ekvationer, men det är programmet som utför alla aritmetiska beräkningar.

### 3.6.5 Varierade sätt att uppleva, erfara och kommunicera matematik

Det tycks vara gynnsamt om digitala lärresurser skapar möjligheter för elever att uppleva och urskilja matematiska begrepp och processer visuellt och dynamiskt. Det verkar vidare vara bra om de digitala lärresurserna är konstruerade på ett sätt som uppmuntrar till dialog mellan elever och med lärare.

Exempelvis kan användning av digitala geometriska objekt ge mer varierade upplevelser av geometriska egenskaper (Guen, 2012; Ubuz m.fl., 2009). Dynamiska modelleringsaktiviteter med stöd av digitala kalkyl- och grafverktyg kan ge eleverna goda möjligheter att utforska matematiska idéer (Engerman m.fl., 2014; Swanepoel & Gebrekal, 2010). Att bygga kunskap utifrån erfarenheter kan också åstadkommas då eleverna får göra ett stort antal kategoriseringsuppgifter med hjälp av en digital lärresurs (Kellman m.fl., 2008). Vidare kan det vara gynnsamt att dra nytta av möjligheter till individanpassning med hjälp av en digital lärresurs, t.ex. att ta tillvara elevernas personliga erfarenheter och intressen för att utveckla förmågan att tolka verkliga situationer algebraiskt (Walkington, 2013). Det finns också exempel på arbetssätt med digitala lärresurser som inbegriper funktioner för att underlätta kommunikation mellan elever och lärare (Hegedus m.fl., 2015).

En central poäng som lyfts fram i studien av Bos (2009) är att de digitala lärresurser som används bör ha en slags pedagogisk trovärdighet. Det innebär att lärresursen behöver vara konstruerad på så sätt att eleverna upplever att de *gör* matematik. Flera studier i underlaget kan tolkas ge stöd för detta. Upplevelsen av ett görande verkar kunna vara särskilt betydelsefull om den länkas till att erfarenheterna kan bearbetas och diskuteras med andra.

### 3.6.6 Berikar en redan rik undervisning

I en del studier som visar på goda resultat verkar den digitala lärresursen vara relativt väl integrerad i undervisningens teoretiska och praktiska inriktning som helhet. En tolkning är att man i dessa fall har lyckats att med stöd av digitala lärresurser berika en redan rik matematikundervisning. Det finns flera exempel där de digitala uppgifterna har

använts för att berika undervisningen, bland annat med hjälp av metakognitiva stödfrågor i syfte att utveckla elevers problemlösningsförmåga (Kramarski & Friedman, 2014; Kramarski & Gutman, 2006; Kramarski & Mizrachi, 2006), genom ett fokus på perceptuellt lärande (Kellman m.fl., 2008) eller inom ramen för projektbaserat lärande (Çakiroğlu, 2014). Ytterligare ett intressant exempel är arbetssätt där eleverna förväntas lära sig genom att i ett spelsammanhang undervisa en virtuell kompis (Matsuda m.fl., 2013). På så sätt skapas en möjlighet för eleverna att förhålla sig till lärande på olika nivåer genom att de också ges den komplexa uppgiften att få undervisa.

### 3.6.7 Lärarens roll och arbete

Ett par tydliga exempel finns där betydelsen av att stödja lärarens arbete framträder (Kebritchi m.fl., 2010; Roschelle m.fl., 2010b). Det kan handla både om att ge stöd i hur den digitala lärresursen ska användas i undervisningen och att skapa förutsättningar för att lärarna ska kunna träffas och diskutera arbetet (Kebritchi m.fl., 2010). Det kan också handla om att på ett konstruktivt sätt försöka länka arbetet med en digital lärresurs med undervisningen i övrigt och innehållet i lärares kompetensutveckling (Roschelle m.fl., 2010b). Det är tänkbart att de typer av digitala lärresurser som i sig kräver högre lärarinvolvering medför att det blir lättare att skapa just denna konstruktiva länkning. Självklart blir det en mer krävande uppgift att länka användningen av digitala lärresurser som är tänkta att elever ska kunna använda mer självständigt, t.ex. flera av slaget digitala uppgifter eller digitala spel, med undervisningen i övrigt och med innehållet i kompetensutveckling för lärare.

En sak att notera är, att det i vissa studier saknas tydlig information om lärarnas roll i undervisningen, i synnerhet gäller det studierna om digitala spel. Men det finns exempel där forskarna själva lyfter det som en brist, och ibland som förklaring till utebliven effekt, och att man ägnat för lite uppmärksamhet åt lärarens roll och arbete (Drijvers m.fl., 2014). I sammanhanget bör nämnas att det också finns exempel där forskarna själva har haft en mer aktiv roll i undervisningen tillsammans med läraren (Ubuz m.fl., 2009).

### 3.6.8 Forskningsuppläggen har betydelse för tolkningen av effekterna

Valet av jämförelsegrupp har en viktig betydelse för hur en enskild studies resultat kan tolkas. I studier som syftar till att undersöka effekter av en digital lärresurs i relation till en ordinarie undervisning blir en central fråga: Hur har den ordinarie undervisningen sett ut, har till exempel grupper som jämförs fått lika mycket undervisning om samma innehåll. Det är dock många gånger svårt att bilda sig en klar uppfattning om jämförelsegruppernas förehavanden utifrån den information som ges i studierna.

Vissa studier har i stället syftet att generera kunskap om hur en digital lärresurs kan utvecklas när det gäller att bidra till elevers kunskapsutveckling. Vanligen är då ett mål att försöka identifiera gynnsamma egenskaper hos digitala lärresurser eller sätt att

arbete med dem i undervisningen. Dessa studier ger däremot inte svar på hur elevers arbete med digitala lärresurser relaterar till en ordinarie analog undervisning.

I underlaget visas att effektstorlek kopplar till studiers storlek och utsträckning i tid med generellt sett mindre effekter i stora långtidsstudier. Det betyder antagligen inte att studiestorlek eller studielängd i sig är avgörande, utan att dessa aspekter i praktiken relaterar till olika studietyper. Inom det här området handlar långtidsstudier med många deltagare vanligen om undersökningar av digitala lärresurser som har ett brett matematikinnehåll och innehåller många olika funktioner, och som elever har fått arbeta med som komplement till den ordinarie undervisningen. Arbeta med digitala lärresurser som har ett tydligt fokus på ett avgränsat matematiskt innehåll har däremot oftare undersökts i mindre studier som pågått under kortare tid.

## 3.7 Årskurs 7–9 och gymnasieskolan: Beskrivning av ingående studier

### 3.7.1 Digitala uppgifter

Det vi menar med digitala uppgifter är lärresurser med fokus på instruerande vägledning med olika grad av interaktivitet, feedback och individuell anpassning för att lösa uppgifter. Användning av digitala uppgifter har undersökts i sex studier. I två av dessa (Drijvers m.fl., 2014; Kellman m.fl., 2008) har den digitala lärresursen undersökts i jämförelse med undervisning utan lärresursen. Dessa två studier, som visserligen har väldigt olika upplägg, är motsägelsefulla i den meningen att den ena visar på en fördel för jämförelsealternativet och den andra på en fördel för experimentinsatserna. I övriga fyra studier (Kramarski & Friedman, 2014; Kramarski & Gutman, 2006; Kramarski & Mizrachi, 2006; Walkington, 2013) undersöks dels olika undervisningsinslag i relation till användning av digitala uppgifter, dels olika tillägg till den digitala lärresursen. På grundval av dessa fyra studier går det därmed inte att avgöra hur undervisning med stöd av de digitala lärresurserna står sig i jämförelse med undervisning utan digital lärresurs. Fyra av studierna (Drijvers m.fl., 2014; Kellman m.fl., 2008; Kramarski & Mizrachi, 2006; Walkington, 2013) använde fördröjda eftertester, vilket är ovanligt många sett till det hela underlaget.

TABELL 9

DIGITALA UPPGIFTER (ÅK 7–9 OCH GYMNASIESKOLAN)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Drijvers (2014), Nederländerna The Effect of Online Tasks for Algebra on Student Achievement in Grade 8	Algebra Linjära ekvationer Andragradsekvationer	Procedur	KE Totalt 10 lektioner + fördröjt eftertest Ca 650 elever -0,17 (-0,33-(-0,02))
Kellman (2008), USA Perceptual Learning and the Technology of Expertise: Studies in Fraction Learning and Algebra	Bråkräkning Förenklingar Algebraiska uttryck	Begrepp Procedur Problemlösning Resonemang Kommunikation	RCT Totalt 16 lektioner + fördröjt eftertest Ca 80 elever *
Walkington (2013), USA Using Adaptive Learning Technologies to Personalize Instruction to Student Interests: The Impact of Relevant Contexts on Performance and Learning Outcomes	Linjära funktioner Linjära ekvationer	Begrepp Procedur Problemlösning (inkl. modellering)	RCT Ca 1 vecka + fördröjt eftertest Ca 150 elever *
Kramarski (2006), Israel Online Discussion and Self-Regulated Learning: Effects of Instructional Methods on Mathematical Literacy	Taluppfattning och tals användning Algebra	Problemlösning (inkl. modellering) Resonemang	RCT 4 veckor Ca 90 elever 1,17 (0,71–1,63)
Kramarski (2006), Israel How Can Self-Regulated Learning Be Supported in Mathematical E-Learning Environments? Journal of Computer Assisted Learning	Linjära funktioner	Procedur Problemlösning (inkl. modellering)	RCT 5 veckor Ca 70 elever 0,50 (0,01–1,00)
Kramarski (2014), Israel Solicited versus unsolicited metacognitive prompts for fostering mathematical problem solving using multimedia	Grafer	Problemlösning (inkl. modellering)	RCT Ca 3 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 90 elever 0,92 (0,47–1,38)

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmått

I studien av Drijvers och medarbetare (2014) undersöks ett system av digitala uppgifter som eleverna arbetade med enskilt vid datorn under tio lektioner, med låg involvering av läraren. Innehållet handlar om ett förhållandevis svårt område i årskurs 8: linjära ekvationer och andragradsekvationer. I fokus är procedurförmågan i relation till ekvationslösning. Programmet utför alla aritmetiska beräkningar automatiskt.



Resultatet visar att jämförelsegruppen, som inte arbetade med de digitala uppgifterna, presterar bättre. Lärresursen är enligt författarna relativt spridd bland skolor i Nederländerna och ska ha visat goda effekter i småskaliga studier. Eleverna i experimentgruppen arbetade i genomsnitt under tio 50-minuterslektioner enskilt med uppgifterna, antingen hemma i eller i skolan. Studien är den största av de sex som ingår i kategorin och involverade närmare 650 elever och 16 lärare i 13 skolor.

Författarna lyfter den tydliga begränsningen i studiens upplägg att ingen uppmärksamhet ägnades lärarens roll eller behov av kompetensutveckling inför eller under insatsen. Speciellt visade studien att experimentgruppen presterade sämre än jämförelsegruppen på mer komplexa uppgifter, till exempel när det gäller ekvationer som involverar tal i bråkform. Författarna lyfter upp möjliga orsaker till resultatet: för det första var det svårt för lärarna att administrera det uppföljningstest som skulle användas eftersom det skulle göras en relativt lång tid efter det att insatsen hade avslutats. För det andra var det samma lärare som undervisade i både experiment- och jämförelsegrupperna. Risken finns därmed att lärarna använde det de lärde sig genom undervisningen i experimentgruppen när de undervisade jämförelsegruppen. För det tredje fanns ett successivt minskat stöd<sup>19</sup> inbyggt i systemet när det gällde strategier för att lösa ekvationer, men inte för genomförandet av själva procedurerna. Läraren fanns inte heller tillgänglig när eleverna arbetade med uppgifterna. Dessutom kan det faktum att arbetet skedde i särskilda datasalar ha medfört ett gap mellan lärargenomgångarna och arbetet med den digitala lärresursen.

Författarnas tolkning är att kvaliteten på lärandet som sker med digitala uppgifter kan ifrågasättas. Det finns en balansgång mellan att å ena sidan erbjuda feedback och ledtrådar och å andra sidan utmana eleverna, vilket krävs för lärande. Om man inte klarar denna balansgång kan lärandet bli för ytligt. Det finns dock en aspekt att lyfta som inte görs av författarna, nämligen att programmet utförde alla aritmetiska beräkningar. Detta kan ha medfört att eleverna inte tränades fullt ut i att verkligen lösa ekvationerna. Det är rimligt att anta att det för att lösa ekvationer även krävs att kunna utföra beräkningar med de koefficienter och konstanter som förekommer i ekvationen.

I studien av Kellman och kolleger (2008) ges ett annorlunda exempel på hur digitala uppgifter kan utformas. Syftet är att med stöd i forskning om innebörden av expertis uppmärksamma att det inte enbart är färdigheter och tydligt formulerad kunskap, i form av fakta och begrepp, som är av betydelse för kunskapsutvecklingen i matematik. Det som utmärker expertis är till exempel att snabbt uppfatta det väsentliga i en situation och kunna agera rimligt, utan att för den skull kunna förklara med ord vad som sker.

Forskarna använder begreppet perceptuellt lärande, som handlar om att genom upplevelse och erfarenhet av olika situationer utveckla förmågan att urskilja och särskilja väsentlig information. Att urskilja det väsentliga i algebraiska uttryck kan bland annat handla om att se betydelsen av symbolernas form och ordning, utan att fästa

---

19 Så kallad fading feedback.

vikt vid deras storlek eller färg. Ett exempel på att inte ha uppfattat vad som saknar betydelse är när elever inte klarar av att lösa en ekvation på grund av att  $n$  betecknar det okända talet i stället för det traditionella  $x$ :et.

De digitala uppgifterna i studien var konstruerade för att ge eleverna många och varierande erfarenheter av olika typer av matematiska frågeställningar, som involverade olika representationer, inom bråk och algebra. Fokus var att stödja det perceptuella lärandet och utveckla mönsterigenkänning, intuition och flyt i bemärkelsen att snabba och med lägre grad av uppmärksamhet extrahera relevant information.

Studien bestod av tre olika experiment. Det största experimentet, som rörde bråk, stäckte sig över 16 lektioner, där eleverna i experimentgruppen arbetade individuellt i en datasal under delar av lektionerna. De digitala uppgifterna innebar att eleverna skulle kategorisera olika matematiska frågeställningar. Arbetet pågick tills eleverna klarade av tillräckligt många uppgifter på tillräckligt kort tid eller lektionen tog slut – det rörde sig om flera hundratal uppgifter som utfördes snabbt. I studien undersöktes också två korta insatser, 2–3 lektioner på tre dagar, med uppgifter inom algebra.

I termer av förmågor adresserades problemlösning, förmågan att resonera och att utföra procedurer. Med tanke på det fokus som fanns på tolkning av matematisk text i uppgifterna kan även kommunikationsförmåga inkluderas. Även om eleverna arbetade enskilt med den digitala lärresursen var lärarinvolveringen hög då perceptuellt lärande stod i fokus för undervisningen i sin helhet, även i jämförelsegruppen.

I studien ingick tre grupper varav två fick använda var sin variant av de digitala uppgifterna och den tredje fick ingen digital lärresurs alls. Samma lärare, som också är medförfattare till artikeln, genomförde undervisningen i alla grupper. Eftertesterna mätte, förutom förmågan att kategorisera uppgifter korrekt, även svarstid och förmågan att lösa problem som involverar bråk på traditionellt sätt med penna och papper. Också jämförelsegruppen undervisades aktivt med fokus på perceptuellt lärande.

Båda experimentgrupperna presterade bättre än jämförelsegruppen på ett eftertest som gavs i direkt anslutning till insatserna. På ett fördröjt eftertest nio veckor senare var det en av experimentgrupperna som presterade bättre än övriga och då i nivå med det första eftertestet. För övriga två grupper påvisades ingen skillnad i resultat. Den grupp som presterade bäst arbetade från början med en större variation av uppgifter som blandade flera aspekter av bråk, medan den andra gruppen först arbetade med enklare bråk för att sedan lägga till de svårare. Enligt författarna tyder detta på att en uppdelning av lärandet i enklare bitar kan ge eleverna en ofullständig förståelse för delarna och deras relationer, som sedan måste revideras när komplexiteten ökar.

I studien av Walkington (2013) jämfördes två grupper som båda fick arbeta med digitala uppgifter inom området funktioner och algebra. I ett av kursavsnitten fick en grupp elever arbeta med uppgifter vars sammanhang valdes utifrån elevens individuella intressen såsom sport, musik eller film. I den andra gruppen arbetade eleverna med en ursprungsversion av systemet, vilket innebar att sammanhanget var detsamma för alla elever. Eleverna arbetade enskilt i egen takt med i genomsnitt 25 uppgifter under fyra timmar

utspridda på sex dagar. Arbetet följdes upp genom att elevernas arbete i det digitala systemet användes när de nådde ett annat snarlikt kursavsnitt, cirka en till två månader senare. Detta utgjorde då ett slags fördröjt eftertest. I detta avsnitt behandlades samma innehåll men i mer komplexa sammanhang och utan att vara individualiserade utifrån elevens intresse. Resultatet visade att eleverna i experimentgruppen presterade både mer korrekt och snabbare när de formulerade algebraiska uttryck genom att tolka verklighetsnära problemsituationer – även om de inte var kopplade till deras egna intressen.

Författarna menar att resultatet kan bero på att användningen av intressebaserade uppgifter kan ha hjälpt elever att skapa mening genom att abstrakta symboler kopplas till konkreta erfarenheter. Att formulera ett algebraiskt uttryck utifrån tolkningen av en verklighetsnära situation kräver både utformning av en modell och att koordinera modellen i relation till själva situationen. Resultatet från studien visar att individualiserade uppgifter i det avseendet inte var begränsande utan i stället hjälpte eleverna att förstå den underliggande matematiska strukturen.

De övriga tre studierna i kategorin har alla fokus på problemlösning och att ge eleverna möjlighet att diskutera med varandra och att arbeta med metakognitiva<sup>20</sup> stödfrågor eller aktiviteter – antingen via de digitala uppgifterna eller genom lärarens undervisningsformer (Kramarski & Friedman, 2014; Kramarski & Gutman, 2006; Kramarski & Mizrachi, 2006). Studierna hänger nära samman då de har genomförts av delvis samma forskargrupp. Det matematiska innehållet är avgränsat och handlar om grafer, linjära funktioner och algebra.

I den första jämfördes fyra elevgruppers arbete i olika kombinationer (Kramarski & Mizrachi, 2006). En grupp fick en undervisning som aktivt stödde ett så kallat självreglerat lärande genom metakognitiva stödfrågor som elever och lärare använde. Denna grupp bestod i sin tur av två delgrupper där eleverna diskuterade uppgifter antingen via internet eller enbart i klassrummet. Jämförelseeleverna fick undervisning utan metakognitiva stödfrågor och utgjordes också i sin tur av två delgrupper med respektive utan möjlighet till diskussioner via nätet. Studien visar på en tydlig effekt till fördel för att inkludera metakognitiva stödfrågor i en undervisning som ger möjlighet till diskussion, oavsett om den sker i klassrummet eller via nätet.

Denna slutsats användes i nästa studie (Kramarski & Gutman, 2006), där experimentgruppen arbetade med digitala uppgifter tillsammans med ett tillägg av självreglerande aktiviteter i form av metakognitiva frågor eller feedback samt genom undervisning i vad som utgör en matematisk förklaring eller lösning. Jämförelsegruppen arbetade däremot enbart med de digitala uppgifterna. Även denna studie visar på en effekt till förmån för experimentgruppen, om än av en mer moderat storlek. I båda studierna varade insatserna under fyra till fem veckor med en lektion per dag. Testerna som användes adresserar olika aspekter av matematikkunskaper, lösning av standarduppgifter, problemlösningstrategier och uppgifter som involverar modellering av verklighetsnära situationer.

---

20 Metakognition handlar om att kunna reflektera över sitt eget tänkande och lärande.

I den tredje studien (Kramarski & Friedman, 2014) tas ytterligare steg för att utveckla en lämplig typ av stödfrågor i ett system av digitala uppgifter. I studien jämförs tre grupper som alla arbetat med digitala uppgifter. Eleverna i en av experimentgrupperna kunde välja om de ville ha metakognitiva stödfrågor medan frågorna kom automatiskt för elever i en annan experimentgrupp. Den tredje gruppen utgjorde en jämförelsegrupp utan dessa tillägg. Insatsen var kort och genomfördes av forskarasistenter med grupper av par av elever under tre tillfällen à fyra timmar. Ett fördröjt eftertest två veckor efter insatserna visade på stor effekt till förmån för båda experimentgrupperna, med allra bäst resultat för gruppen som fick automatiskt genererade stödfrågor.

### 3.7.2 Digitala objekt

Med digitala objekt menar vi läresurser som avser symbolisera eller representera olika matematiska objekt eller processer. Inom denna kategori ingår fem studier. I alla studier undersöks undervisning med stöd av en digital läresurs i relation till undervisning utan läresurs. I tre studier (Bos, 2009; Guven, 2012; Ubuş m.fl., 2009) användes väl-etablerade programvaror (Texas Instrument, Cabri, Geometer's Sketchpad) medan man i två (Çakıroğlu, 2014; Lee & Chen, 2014) använde digitala läresurser som konstruerats av forskarna.

Fyra studier redovisar medelstora till stora effekter till förmån för experimentinsatserna (Bos, 2009; Çakıroğlu, 2014; Guven, 2012; Lee & Chen, 2014), medan en studie inte kan påvisa någon skillnad mellan experiment- och jämförelseinsatserna (Lee & Chen, 2014). Elevernas arbete, som skedde i par eller grupper i de flesta av studierna, innebär en hög grad av lärarinvolvering där läraren introducerar uppgifter, stödjer och organiserar helklassdiskussioner. Två av studierna inkluderar fördröjda eftertester (Lee & Chen, 2014; Ubuş m.fl., 2009).

TABELL 10

DIGITALA OBJEKT (ÅK 7–9 OCH GYMNASIESKOLAN)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Lee (2014), Taiwan The impacts of virtual manipulatives and prior knowledge on geometry learning performance in junior high school	Polygoner: vinkelsumma Parallella linjer i planet	Begrepp	KE Ca 5 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 150 elever 0,18 (-0,14–0,51)
Guven (2012), Turkiet Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry	Geometri Transformation: translation, rotation, symmetri	Begrepp	KE Totalt 8 timmars kurstid Ca 70 elever 0,60 (0,11–1,09)

Bos (2009), USA	Andragsradsfunktioner	Begrepp	KE 6 pass över 8 dagar Ca 40 elever 0,78 (0,15–1,40)
Virtual math objects with pedagogical, mathematical, and cognitive fidelity			
Çakıroğlu (2014), Turkiet	Andragsradssekvationer Polynom	Begrepp Procedur	KE 6 veckor Ca 60 elever 0,74 (0,21–1,26)
Enriching Project-Based Learning Environments with Virtual Manipulatives: A Comparative Study			
Ubuz (2009), Turkiet	Geometriska objekt Linjer och plan Vinklar Polygoner	Begrepp Procedur	KE Ca 5 veckor + fördröjt eftertest Ca 60 elever 0,74 (0,22–1,26)
Effect of Dynamic Geometry Environment on Immediate and Retention Level Achievements of Seventh Grade Students			

KE = kvasiexperimentell studie

I studien av Lee och Chen (2014) undersöks en digital lärresurs som möjliggör att elever virtuellt kan skapa och manipulera geometriska objekt. Innehållet i studien handlade om polygoner och linjer i planet och fokus var att utveckla begrepps-förmågan. I jämförelse med en kontrollgrupp, som i stället fick arbeta med fysiska konkreta objekt, kunde studien inte visa på någon fördel för experimentgruppen på ett fördröjt test efter fem veckor. Författarnas förklaring till den uteblivna effekten är att enbart utbyte av fysiska objekt mot virtuella inte tycks vara tillräckligt om inte undervisningen också förändras på något annat sätt.

I studien av Guven (2012) fick elever i par arbeta med geometriska transformationer med stöd av programvaran Cabri. Som jämförelse användes en grupp elever som fick ordinarie geometriundervisning med hjälp av papper och penna. Studien visar på en medelstor effekt till fördel för experimentinsatsen och forskarna ger tre förklaringar till resultatet: för det första kunde eleverna med hjälp av Cabri ändra symmetrilinjer, geometriska figurer och rotationsvinklar. De kunde också observera konsekvenserna av ändringarna, vilket kan ha medfört en bättre förståelse för förändring i sig. Jämförelseleverna däremot saknade möjligheten att observera hur stegvisa förändringar på motsvarande sätt också gradvis förändrar själva transformationen. För det andra, i och med att arbetet med den digitala lärresursen innebar en viss form av frihet kunde eleverna i experimentgruppen skapa och studera transformationer utan att vara bundna till färdiga arbetsblad. På så sätt är det tänkbart att de utvecklade en mer avancerad förståelse av transformationer än jämförelseleverna. För det tredje medgav den digitala lärresursen också en möjlighet för eleverna att generera egen feedback som de senare kunde diskutera med läraren. I jämförelsegruppen kunde eleverna enbart få feedback på vanligt sätt från läraren.

Bos (2009) undersöker gymnasieelevers arbete med att skapa och manipulera representationer av andragsradsfunktioner med hjälp av en insats man kallar Texas

Instrument InterActive Instructional Environment. Studiens jämförelsegrupp fick arbeta med liknande lektionsupplägg, men utan tillgång till den digitala lärresursen.

Även i denna studie visas en relativt stor fördel för experimentinsatsen. Forskarna menar att experimentgruppens klart bättre prestationer hänger samman med den digitala lärresursens pedagogiska, matematiska och kognitiva trovärdighet. Med pedagogisk trovärdighet menas att lärresursen möjliggör för eleverna att göra matematik. Lärresursen ger eleverna möjligheten att påverka skapade objekt och ge tydliga bevis på konsekvenserna av denna påverkan. Matematisk trovärdighet handlar om att de sätt att representera matematiska objekt som tekniken medger är trogen den underliggande matematiska strukturen, till exempel att  $3x^2$  inte ska tolkas som  $(3x)^2$  eller att kontinuerliga förlopp avbildas som diskreta. Slutligen, beskrivs kognitiv trovärdighet som att elevernas aktiva arbete med att själva skapa och manipulera de digitala objekten också speglar deras kognitiva handlingar.

I studien av Çakıroğlu (2014) var en utgångspunkt att engagera elever i projektbaserat lärande. Elever i en experimentgrupp fick tillgång till digitala lärresurser av slaget virtuella manipulativer medan elever i en jämförelsegrupp fick ordinarie undervisning bestående av lärargenomgångar och diskussioner. Efter fyra veckors gemensam undervisning med en och samma lärare fick alla elever arbeta i grupper om tre under sex veckor med tre olika projekt. Under projekttiden fungerade läraren enbart som handledare för båda grupperna, därefter presenterade grupperna sina projekt och läraren bedömde lösningarna. Alla projekt hade fokus på polynom och andragsgradsekvationer i relation till begrepps- och procedurförmågan.

Studiens resultat var till tydlig fördel för experimentgruppen. Som förklaring anges att de digitala objekten medgav att eleverna kunde utforska begreppen genom att interagera med dem och att objekten kunde användas för att lösa vissa av uppgifterna. Författarna menar vidare att arbetet med de digitala objekten gav stöd för en syn på lärande där elever ges möjlighet att konstruera ny kunskap genom att bygga vidare på gjorda erfarenheter och tidigare kunskaper.

Slutligen ingår i kategorin en studie som har undersökt utforskande arbete med stöd av Geometer's Sketchpad (Ubuz m.fl., 2009). Arbetet byggde på en trevägskommunikation mellan elever, lärare och dataprogrammet genom aktiviteter framtagna av forskarna som eleverna arbetade med i datasalar. Eleverna arbetade i par under fyra 40-minuterslektioner i fem veckor. Lärare och forskaren deltog i undervisningen, där forskarens roll var att stödja lärarens och elevernas användning av programvaran. Som jämförelse användes en grupp elever som fick ordinarie undervisning med lärargenomgångar och läroboken.

Studiens resultat visar att experimentgruppen presterade klart bättre än jämförelsegruppen på eftertesterna, såväl vid ett testtillfälle i nära anslutning till insatsen som vid ett fördröjt test fem månader senare. Forskarnas förslag till förklaring av resultaten är att eleverna i experimentgruppen lyckades utveckla en djupare begreppsförståelse för linjer, vinklar och polygoner än jämförelsegruppen. Till exempel visade en analys av

jämförelselevernas lösningar på testerna att de i högre utsträckning än experimenteleverna tycktes basera sin geometrikunskap på standardexempel, det fanns bland annat elever i jämförelsegruppen som ansåg att kvadrater inte var rektanglar. Enligt forskarna är detta ett av studiens viktigaste budskap: att elever som arbetat med den digitala lärrsursen klarade av att gå utanför standardexempel för olika geometriska figurer och att det antagligen kan tillskrivas att eleverna själva fått skapa, undersöka och erfara många icke-standardexempel på figurer. Forskarna lyfter även att eleverna blev aktiva deltagare i undervisningspraktiken i experimentgruppen medan eleverna i jämförelsegruppen snarare intog rollen som åskådare.

En sak att kommentera är att experimentgruppens resultat relativt sett försämrades mer än jämförelsegruppens under de fem månader som gick mellan de två eftertesterna. Trots försämringen var experimentgruppens resultat dock klart bättre än jämförelsegruppens även vid tidpunkten för uppföljningen. Ett sätt att förstå den relativa försämringen är att kunskapen inte kunde upprätthållas då eleverna återgick till en undervisning som kan ha präglats av en annan undervisningskultur med delvis andra normer. I samband med detta är det viktigt att även beakta att forskare närvarade tillsammans med läraren när eleverna arbetade med den digitala lärrsursen. Anledningen var att läraren, trots en viss kompetensutveckling inför studien, hade begränsad datorvana och inte upplevde sig säker på att använda lärrsursen. Även om det uttrycks att forskarnas medverkan var begränsad till att ge tekniskt stöd och ledning till eleverna är det troligt att den kan ha inverkat på undervisningskulturen under studiens fem veckor.

### 3.7.3 Digitala spel

Med digitala spel menar vi lärrsurer som utnyttjar spelmekanismer för att förmedla ett ämnesinnehåll, såsom berättelser som innehåller uppdrag, utmaningar, lekfullhet och utforskande samt belöningar och tävlingsmoment. Användning av digitala spel har undersökts i fem studier. I två studier är syftet att förbättra en annan typ av digital lärrsurs genom att inkludera spelmoment (Long & Aleven, 2014; Matsuda m.fl., 2013) och i två, som handlar om samma spel, är syftet att utveckla själva spelet (ter Vrugte m.fl., 2015a; ter Vrugte m.fl., 2015b). I tre av studierna påvisas ingen fördel för experimentinsatserna (Long & Aleven, 2014; ter Vrugte m.fl., 2015a; ter Vrugte m.fl., 2015b), medan en studie visar på en medelstor effekt till fördel för det digitala spelet för att utveckla elevers procedurförmåga inom området förstagradssekvationer (Matsuda m.fl., 2013). Ett gemensamt drag i spelkategorin är att eleverna i huvudsak arbetar självständigt.

TABELL 11

DIGITALA SPEL (ÅK 7–9 OCH GYMNASIESKOLAN)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Matsuda (2013), USA Studying the Effect of a Competitive Game Show in a Learning by Teaching Environment	Linjära ekvationer	Begrepp Procedur	Grupp-RCT Ca 3 veckor inkl. fördröjt eftertest Ca 90 elever 0,50 (0,07–0,92)
Long (2014), USA Gamification of Joint Student/System Control over Problem Selection in a Linear Equation Tutor	Linjära ekvationer	Procedur	RCT 1 vecka Ca 130 elever -0,07 (-0,47–0,33)
Kebritchi (2010), USA The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation	Samband och förändring och/eller Algebra	Begrepp	KE 18 veckor Ca 200 elever *
ter Vrugte (2015a), Nederländerna How competition and heterogeneous collaboration interact in prevocational game-based mathematics education	Proportionalitet	Begrepp Problemlösning (inkl. modellering) Resonemang	KE 20 veckor Ca 170 elever -0,00 (-0,38–0,37)
ter Vrugte (2015b), Nederländerna When a game supports prevocational math education but integrated reflection does not	Proportionalitet	Begrepp Problemlösning (inkl. modellering) Resonemang	KE 200 min fördelade på 4 sessioner Ca 110 elever 0,15 (-0,30–0,59)

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmått

I studien av Matsuda och kolleger (2013) testas ett spel där elever får undervisa en virtuell kompis, så kallad SimStudent, i att lösa förstagrads ekvationer och där elevernas virtuella kompis sedan får duellera med varandra. Som jämförelsegrupp användes elever som även de fick arbeta med att undervisa virtuella kompisar, men då i syfte att kompiserna skulle klara ett prov. En central komponent som undersöks är alltså om själva tävlingsmomentet medför att eleverna också presterar bättre. Eleverna arbetade med spelet i tre på varandra följande lektioner och lärares eventuella involvering i arbetet beskrivs inte i artikeln.

Fokus är på både begrepps- och procedurförmåga, men studien påvisar endast effekt av den digitala lärresursen avseende procedurförmågan<sup>21</sup>. Några lärdomar från studien är att tävlingsmomentet tycktes medföra att en del elevers mål blev att klättra

21 I skogsdiagrammet visas resultatet avseende procedurförmåga (procedural skills).



på en rankinglista med konsekvensen att de gärna valde att både utmana och utmanas av lägre rankande virtuella kompisar för att på så sätt lättare kunna vinna duellerna. De föredrog också att stanna i tävlingarna snarare än att lägga ned tid på att undervisa sin virtuella kompis till att bli bättre på att lösa ekvationer till följd av en drivkraft att vilja vinna. En förklaring till att arbetssättet tycks ha fungerat enbart när det gäller procedurförmågan är att systemet gav feedback till eleverna på procedurerna, men däremot inte på begreppen.

Long och Alevén (2014) undersöker två spelaspekter som lagts till i en digital lärresurs som levererar uppgifter inom området förstegradsekvationer. Ett av studiens syfte är att få kunskap om hur systemet utvecklas genom att undersöka hur ansvaret för urval av uppgifter kan delas mellan systemet och elever.

I studien var det den digitala lärresursen som avgjorde vilken typ av problem som eleven skulle fortsätta med, medan eleven hade frihet att välja själva uppgifterna. Genom tillägget av spelliknande aspekter var tanken att elevernas förmåga att ta ansvar för urvalet av uppgifter skulle förbättras. Principen för uppgiftsurvalet baserades antingen på prestationsbaserad belöning eller möjligheten att göra om genomförda uppgifter. I en av versionerna delades belöningar i form av stjärnor och poäng ut och det var möjligt att vinna en pokal innan programmet gav nya uppgifter. I den andra var det möjligt att välja uppgifter man redan gjort. I ytterligare en version fanns båda aspekterna med. Eleverna arbetade enskilt i fem på varandra följande lektioner och hann med i snitt knappt 40-talet ekvationer. Läraren var inte involverad i arbetet.

Räknar man samman de tre experimentgrupperna ser man ingen skillnad mot en grupp som inte gavs några speltillägg när det gäller matematikkunskaper. Förvånande nog ses däremot att elever som fick möjligheten att välja att göra om uppgifter, utan att belönas, presterade bättre än de som hade tillgång till båda tilläggen. Det visade sig nämligen att eleverna i syfte att få fler stjärnor valde att starta om lösningar och välja om uppgifter som de redan hade gjort. Motivet till att göra om uppgifter blev därmed inte att lära sig, vilket de då inte heller gjorde.

I studien av Kebritchi m.fl. (2010) undersöks ett spel för arbete inom algebra med fokus på begreppsförmågan. Under studiens 18 veckor fick eleverna använda spelet under 30 minuter per vecka och under ledning av en lärare. Upplägget uttrycks vara baserat på Kolbs (1984) lärandecykel enligt följande: 1) eleverna genomför ett uppdrag i spelet; 2) eleverna reflekterar över innehållet i uppdraget och/eller gör ett klass-quiz; 3) abstrakta algebraiska begrepp utvecklas; och 4) klassaktiviteter genomförs och därefter följer nästa speluppdrag eller nästa matematikbegrepp. I studiens upplägg ingick även en plattform som möjliggjorde för lärarna att regelbundet kunna träffas och diskutera arbetet.

Studien visar en mindre fördel för elever som fick arbeta med spelet jämfört med en grupp elever som enbart fick ordinarie undervisning. Spelet användes som komplement i experimentgruppens algebraundervisning och den totala undervisningstiden var densamma i båda grupperna.

Resterande två studier i kategorin undersöker effekter av ett och samma digitala

spel hos elever på yrkesförberedande gymnasieprogram (ter Vrugte m.fl., 2015a; ter Vrugte m.fl., 2015b). Själva spelidén är att eleverna inom ramen för spelet ska tjäna ihop pengar för att kunna åka på semester. Lärresursen har också olika typer av tillägg i form av tävlingsmoment, möjlighet till samarbete, reflektionsfrågor och information om matematiska regler.

Under spelandet fick eleverna olika utmaningar som alla involverade proportionalitet och modellering, resonemang och begrepp. I det ena upplägget fick eleverna spela under olika förutsättningar, till exempel genom samarbete eller tävling (ter Vrugte m.fl., 2015a). I det andra upplägget ingick en funktionalitet för reflektion i syfte att medvetandegöra den ofta intuitiva och implicita kunskapen som utvecklas vid spelande (ter Vrugte m.fl., 2015b). Denna funktionalitet bestod av en serie frågor för att stödja och leda reflektionen och rikta den mot ett visst område. Även tillägg i form av små rutor med information om matematiska regler ingick.

Ingen av studierna kunde påvisa någon skillnad mellan jämförelsealternativen när det gäller elevernas matematikkunskaper. Som en förklaring till de uteblivna effekterna poängterar forskarna att många av eleverna som deltog i studierna inte behärskade att göra beräkningar tillräckligt väl för att kunna dra nytta av spelet.

### 3.7.4 Digitala verktyg

Kategorin digitala verktyg avser lärresurser som har tagits fram i ett annat syfte än för att bedriva undervisning, men som kan användas för att utföra matematiska aktiviteter. Endast två studier i underlaget undersöker digitala verktyg (Engerman m.fl., 2014; Swanepoel & Gebrekal, 2010) som båda undersöker användningen av kalkyl- och grafritande program i relation till undervisning utan tillgång till dessa lärresurser. Studierna är relativt små med 30–50 elever. Båda studierna visar på tydliga effekter till fördel för experimentgrupperna, men visar samtidigt på att spridningen inom elevgrupperna är relativt stor.

TABELL 12

DIGITALA VERKTYG (ÅK 7–9 OCH GYMNASIESKOLAN)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Engerman (2014), USA Excel Spreadsheets for Algebra: Improving Mental Modeling for Problem Solving	Linjära funktioner Andragsgrads- funktioner Rekursiva samband	Problemlösning (inkl. modellering)	KE Studielängd oklart Ca 55 elever 0,88 (0,32–1,45)
Swanepoel (2010), Eritrea The use of computers in the teaching and learning of functions in school Mathematics in Eritrea	Andragsgrads- funktioner	Begrepp Problemlösning (inkl. modellering)	RCT 4 veckor Ca 30 elever 1,24 (0,44–2,03)

KE = kvasiexperimentell studie; RCT = randomiserad kontrollerad studie

I studien av Engerman m.fl. (2014) undersöks användningen av Excel under en insats på totalt sex dagar med ett pass per dag. Syftet var att utveckla elevernas förmåga att modellera verkliga fenomen och att med hjälp av Excel undersöka och representera samband i form av tabeller, formler och grafer. Som jämförelse användes elever som fick arbeta med samma sorts uppgifter på traditionellt vis med stöd av läroboken, grafitrande räknare samt papper och penna. I studien deltog två lärare som växelvis undervisade experiment- respektive jämförelsegrupperna.

Studien påvisar en tydlig fördel för elever som undervisades med hjälp av Excel i jämförelse med elever som fick ordinarie undervisning. En bidragande förklaring kan vara att den dynamiska aspekten av Excel medför att elever ges ökad möjlighet att skapa egna mentala modeller – något som vidare kan antas vara viktigt för att kunna lösa problem även i nya sammanhang.

I den andra studien undersöks gymnasieelevers arbete med andragsgradsfunktioner (Swanepoel & Gebrekal, 2010). En experimentgrupp fick undervisning med stöd av Excel och det fritt tillgängliga RJS Graph, medan en jämförelsegrupp fick ordinarie undervisning. Fokus var på begreppsförståelse, problemlösning och modellering.

Alla elever fick undervisning av samma lärare motsvarande en extra timme varje dag under 20 dagar, dvs. totalt 20 timmar, vilket är mycket tid på ett förhållandevis smalt område. Alla elever fick initialt också grundläggande undervisning om andragsgradsfunktioner. Eleverna i experimentgruppen fick sedan tillgång till datorer med tillhörande programvara och gavs en kort introduktion till hur programmen fungerar. Jämförelsemetoden bestod i att eleverna med stöd av läraren fick jobba med motsvarande innehåll, men enbart med tillgång till övningsböcker samt papper och penna.

Studien redovisar en mycket stor effekt till fördel för den grupp elever som fick arbeta med datorprogrammen. Som en förklaring poängteras bland annat en effektivitetsaspekt, dvs. att eleverna med hjälp av de digitala verktygen slapp lägga ner tid på att för hand skapa tabeller och pricka in grafer i koordinatsystem. Snarare kunde eleverna ägna mer kraft åt att analysera funktionerna och graferna, vilket kan antas vara värdefullt för kunskapsutvecklingen.

### 3.7.5 Digitala kurspaket

Med digitala kurspaket menas för årkurs 7–9 och gymnasieskolan material för undervisning som ofta består av både böcker och digitala lärresurser för eleverna samt till viss del även lektionsupplägg, lärarhandling och kompetensutveckling för lärarna. En mer rättvisande benämning kan därför egentligen vara kurspaket med digitala lärresurser. Inom denna kategori klassificerades för årkurs 7–9 och gymnasieskolan fem studier.

De digitala lärresurser som ingår i kurspaketen är olika kombinationer av framför allt uppgifter och objekt. Samtliga studier jämför användning av kurspaketen med undervisning som bedrivs av lärarna med det ordinarie material som gäller i det sammanhang där studierna är genomförda, och därmed följer de styrdokument som är aktuella. Någon

närmare beskrivning än så görs i stort sett inte i studierna. Det betyder bland annat att studiernas resultat inte kan tolkas som en konsekvens enbart av arbete med den digitala lärresursen, utan avspeglar en påverkan av kurspaketet i sin helhet. I tre studier kan inga betydelsefulla skillnader mellan experiment- och jämförelsegrupperna påvisas (Campuzano m.fl., 2009; Pane m.fl., 2014; Pane m.fl., 2010). Gemensamt för dessa är att de digitala lärresurserna i paketet i princip utgörs av uppgifter och studierna avser delvis samma digitala lärresurser. Matematikinnehållet är också mycket brett och kurspaketet används under lång tid. I vilken utsträckning elevernas arbete med de digitala uppgifterna integrerades i själva undervisningen är oklart – även om det i kurspaketet ingick lektionsupplägg för undervisningen i sin helhet. Intrycket är att lärarna endast fick begränsad kompetensutveckling inför och under insatserna. De två studier som har undersökt SimCalc visar båda tydliga effekter. Gemensamt för dessa två är att matematikinnehållet är mer avgränsat och att insatserna är betydligt kortare. Vidare beskrivs i studierna genomtänkta upplägg för hur lärarna ska integrera elevernas arbete med den digitala lärresursen i undervisningen i sin helhet, något som också kopplas till lärarnas kompetensutveckling. Inom ramen för alla studierna fick lärarna både kompetensutveckling inför och stöd under insatserna.

TABELL 13

DIGITALA KURSPAKET (ÅK 7–9 OCH GYMNASIESKOLAN)			
FÖRFATTARE, ÅR, LAND OCH TITEL	MATEMATIK-INNEHÅLL	MATEMATIK-FÖRMÅGA	UPPLÄGG OCH EFFEKTSTORLEK
Pane (2014), USA Effectiveness of Cognitive Tutor Algebra I at Scale	Samband och förändring Linjära funktioner Algebra Linjära ekvationer	Begrepp Procedur Problemlösning (inkl. modellering)	Grupp-RCT 2 år Ca 18 700 *
Pane (2010), USA An Experiment to Evaluate the Efficacy of Cognitive Tutor Geometry	Geometri	Problemlösning (inkl. modellering)	RCT 1 år Ca 2 000 elever -0,19**
Campuzano (2009), USA Effectiveness of Reading and Mathematics Software Products: Findings From Two Student Cohorts	Taluppfattning och tals användning Algebra Geometri Samband och förändring Sannolikhet och statistik	Procedur Problemlösning (inkl. modellering)	Grupp-RCT 1 år Ca 2 000 elever -0,07 (-0,16–0,02)
Roschelle (2010b), USA Integration of Technology, Curriculum, and Professional Development for Advancing Middle School Mathematics: Three Large-Scale Studies	Proportionalitet Linjära funktioner	Begrepp Procedur Problemlösning (inkl. modellering)	KE 2–3 veckor per elevgrupp + fördröjt eftertest Ca 2 450 elever 0,90 (0,81–0,98)

Hegedus (2015), USA	Icke-linjära funktioner Andragsgradsfunktioner Exponentialfunktioner	Begrepp Procedur Problemlösning (inkl modellering)	Grupp-RCT Ca 6 veckor + för- dröjt eftertest Ca 570 elever 0,38 (0,22–0,55)
---------------------	--	---	---

KE = kvasiexperimentell; RCT = randomiserad kontrollerad studie; ; \* = ej möjligt att extrahera ett samlat kunskapsmått; \*\* = rapporterad genomsnittlig effektstorlek

Tre av studierna har undersökt matematikmaterialet Cognitive Tutor som är utvecklat av det amerikanska läromedelsföretaget Carnegie Learning (Campuzano m.fl., 2009; Pane m.fl., 2014; Pane m.fl., 2010). Cognitive Tutor bygger på teoretiska modeller från kognitionsforskning och inbegriper automatiserad feedback och svårighetsgrads-anpassning utifrån elevers individuella prestationer. Till det digitala kurspaketet hör också exempelvis traditionella läro- och arbetsböcker.

I den största undersökningen deltog nära 20 000 elever i ett 50-tal skolor fördelade på sju stater i USA (Pane m.fl., 2014). Fokus i studien var på digitala uppgifter inom områdena algebra, samband och förändring i relation till problemlösning, modellering och procedurförmåga som eleverna arbetade med under två lektioner i veckan enskilt i datasal. Kurspaketet bestod också av undervisning där den digitala lärresursen inte användes. Denna undervisning genomfördes under tre lektioner per vecka under ledning av en lärare.

Resultatet av studien är blandat. Efter studiens första år sågs inga effekter när det gäller elevers färdigheter i algebra. Efter det andra året sågs en mindre fördel för elever som hade jobbat med det digitala kurspaketet, men då enbart för elever i motsvarande åttonde klass.

I den andra studien (Pane m.fl., 2010) är fokus i huvudsak på geometri i relation till problemlösning och modellering. Efter ett års användning visade det sig att elever som arbetat med kurspaketet i genomsnitt presterade något sämre än jämförelsegruppen på ett standardiserat eftertest. I den sista studien av Campuzano och kolleger (2009) undersöks fyra digitala lärresurser i fyra olika kurspaket, två av dessa i mellanstadiet och två i högstadiet. När det gäller högstadiet undersöks, förutom Cognitive Tutor, också Larson Algebra I och i studien behandlas taluppfattning, algebra, statistik och sannolikhet samt geometri i relation till att utveckla förmågan att lösa problem och hantera procedurer.

Eleverna arbetade med en av de digitala lärresurserna under ett läsår, cirka en lektion i veckan, och själva studien gjordes under två läsår med till viss del samma lärare. De digitala komponenterna syftade till att ge extra stöd i form av beskrivningar, uppgifter och tester. Inte heller i studien av Campuzano och kolleger (2009) påvisas någon skillnad mellan elever som arbetat med de digitala kurspaketen och elever som fick ordinarie undervisning<sup>22</sup>.

22 I skogsdiagrammet visas ett sammanslaget resultat för Cognitive Tutor och Larson Algebra I i jämförelse med ordinarie undervisning.

För att summera är det endast en av de tre studierna av kurspaket som påvisar en effekt på elevers kunskapsutveckling, men då bara i en av flera delstudier (Pane m.fl., 2014). Värt att notera när det gäller den delstudien är att de lärare som ingick deltog sitt andra år i experimentet. Det kan ha inneburit att lärarna i själva verket lät eleverna använda lärresursen i lägre utsträckning än vad som ursprungligen var tänkt eftersom utfallet efter det första året var sämre än förväntat.

I de resterande två studierna i kategorin är det kurspaket SimCalc som undersöks, där lärresursen utgörs av digitala objekt. Det övergripande syftet med SimCalc är att ge elever möjlighet att lära sig något mer komplex matematik inom ramen för de områden som redan ingår i rådande styrdokument. Matematikinnehållet i den första studien handlar om proportionalitet och linjära funktioner (Roschelle m.fl., 2010b), medan den andra handlar om algebra och icke-linjära funktioner (Hegedus m.fl., 2015). Båda är inriktade på att utveckla elevernas begreppsförmåga, modellerings- och procedurförmåga. Resultaten skiljer sig från övriga i kategorin på så sätt att de visar tydliga effekter till fördel för insatserna.

Studien av Roschelle och kolleger (2010b) inkluderade elever i både årskurs 7 och 8. I årkurs 7 deltog nästan 100 lärare och över 1 500 elever och i årskurs 8 var det drygt 50 lärare och omkring 800 elever. Elever och lärare arbetade dagligen under två–tre veckor med kurspaketet som följde innehållet i rådande styrdokument och statliga tester. Men kurspaketet gav också utrymme för eleverna att arbeta med mer avancerat innehåll. I årskurs 7 var till exempel syftet att inte enbart behandla proportionalitet i termer av formler,  $a/b=c/d$ , utan även betrakta proportionalitet som en funktion,  $f(x)=kx$ . Detta testades inte på det statliga provet. Ett viktigt inslag hos den digitala lärresursen var att eleverna kunde skapa och manipulera animerade figurers rörelser genom att konstruera matematiska funktioner antingen grafiskt eller algebraiskt.

Testerna som användes i studien var framtagna för att adressera både det vanliga och det mer avancerade innehållet. Lärarna som undervisade i såväl experiment- som jämförelsegrupperna fick kompetensutveckling vid flera tillfällen inför studien. Lärarna i jämförelsegrupperna i årkurs 7 fick fortbildning även i det mer avancerade innehållet och tillgång till kompletterande undervisningsmaterial. I årskurs 8 fick lärarna utbildning i att undervisa inom ett annat matematikområde än det som var fokus i SimCalc.

I den andra studien (Hegedus m.fl., 2015) undersöks en utveckling av SimCalc där en infrastruktur för kommunikation lagts till. Tillägget består av en ökad möjlighet för eleverna att kommunicera de funktioner och animationer man skapar med varandra och med läraren. Elever och lärare arbetade under sex veckor (30 lektioner) med icke-linjära funktioner och fokus var på begreppsförmågan, modellering och procedur. Halva tiden av lektionerna arbetade eleverna enskilt eller i par med den digitala lärresursen. Resten av lektionen arbetade elever och lärare gemensamt med att utforska, jämföra och justera skapade funktioner.









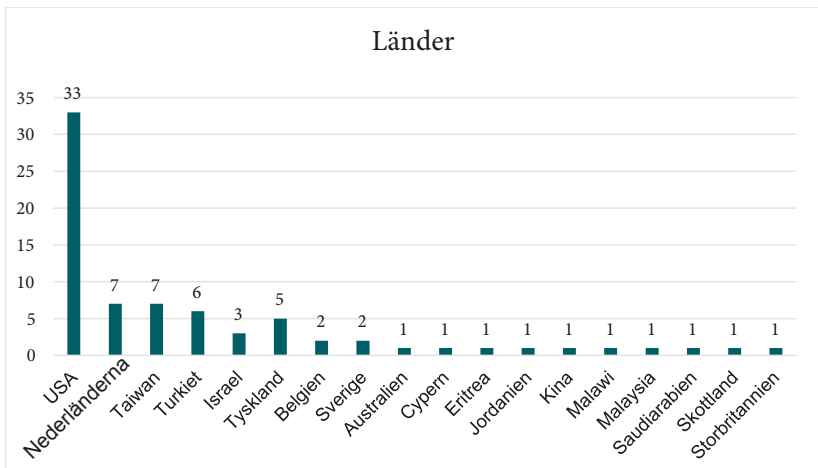
## 4. Kartläggning

Syftet med kartläggningen är att på ett samlat sätt analysera och beskriva den forskning som ingår i rapporten. Genom att förteckna utvalda egenskaper hos de enskilda studierna erbjuds en översiktlig bild av den identifierade litteraturen. I kartläggningen ingår alla 75 studier som avser grund- och gymnasieskolan.

### 4.1 Forskning från olika länder

Projektet har drivits utifrån ambitionen att finna all forskning med relevans för den systematiska översikten inom de ramar som är definierade. Det betyder att vi inte har avgränsat urvalet av forskning med avseende på ursprungsländer.

FIGUR 9. Antalet studier fördelade på ursprungsländer

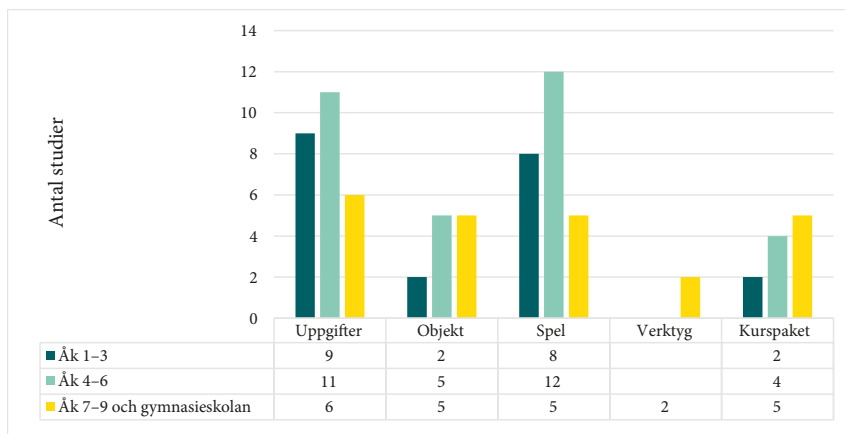


Forskningen i urvalet härstammar från en rad olika länder världen över. Även om majoriteten av studierna kommer från USA finns forskning från totalt 18 länder representerad i urvalet. När det gäller Norden är det endast två studier som ingår, båda från Sverige.

### 4.2 Typer av lärresurser

Studierna som ingår i översikten omfattar en rad olika typer av digitala lärresurser. I diagrammet nedan framgår hur hela underlaget fördelar sig avseende typ av digital lärresurs som har studerats i enlighet med den kategorisering som vi har valt att göra.

FIGUR 10. Typer av lärresurser



Diagrammet visar antal studier som har undersökt olika typer av digitala lärresurser uppdelat på åk 1-3, åk 4-6 samt åk 7-9 och gymnasieskolan. Med tanke på att det endast är fyra studier som omfattar motsvarande gymnasieskolan har åk 7-9 och gymnasieskolan slagits samman till en grupp. En studie som undersökt digitala kurspaket omfattar tydligt både gruppen åk 4-6 och åk 7-9, varför antalet i diagrammet summerar till 76.

Många studier i urvalet har undersökt olika typer av digitala uppgifter och fördelningen mellan årskursintervallen är ganska jämn. Forskning om digitala objekt tycks däremot öka i takt med elevers stigande ålder. Det är mindre vanligt med forskning om objekt i årskurs 1-3 och något vanligare i mellanstadiet och högre årskurser. Forskning om digitala spel är vanligt förekommande generellt, men relativt sett mindre vanligt i de högsta årskurserna. Digitala verktyg har studerats i endast två studier i urvalet, båda i årskurs 7-9 och gymnasieskolan. Forskning om digitala kurspaket tycks, precis som objekt, vara något som ökar med stigande ålder.

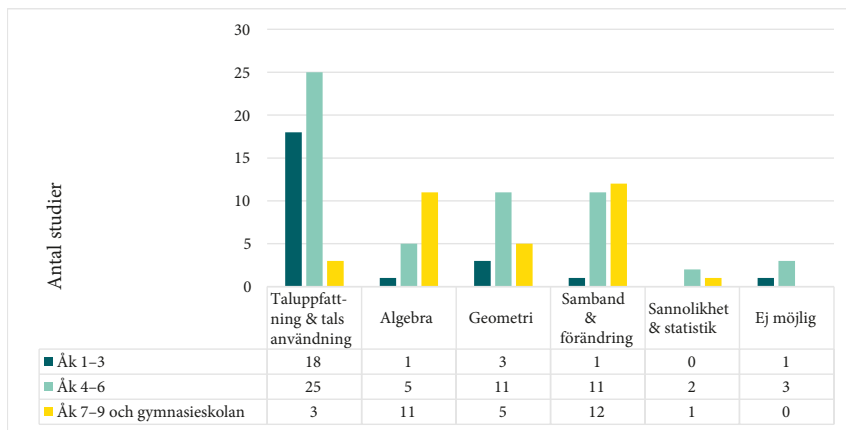
### 4.3 Matematikområden

Ur ett undervisningsperspektiv är det intressant att fråga sig vilket område av matematiken som de studerade lärresurserna behandlar. Vi har valt att använda kunskapsområden från grundskolans kursplan för matematik. Dessa är:

- taluppfattning och tals användning
- algebra
- geometri
- samband och förändringar
- sannolikhet och statistik.

Även problemlösning definieras som ett eget område i kursplanen. Dock poängteras att det intar en särställning eftersom innehållet där ska tillämpas på alla andra kunskapsområden (Skolverket, 2016b). Av det skälet har vi valt att inte ta med problemlösning som ett eget område i redovisningen.

FIGUR 11. Matematikområden



Diagrammet visar vilket matematikområde som har undersökts i studierna. Då vissa studier har undersökt digitala lärresurser som omfattar fler än ett område blir summan större än antalet ingående studier.

Alla fem kunskapsområdena finns representerade i urvalet. I skolåldrarna upp till och med mellanstadiet dominerar området taluppfattning och tals användning. Algebra är ett område som blir vanligare med elevernas stigande ålder. Geometri är vanligast i mellanstadiet och samband och förändring är ett område som är vanligare i mellanstadiet och högre årskurser än i lägre.

## 4.4 Matematikförmågor

Förmågor skiljer sig från matematikområden på så sätt att de är generella, dvs. de är inte kopplade till något specifikt matematiskt innehåll. Även om förmågor utvecklas genom att elever får arbeta med ett specifikt matematikinnehåll syftar de till att ge uttryck för ett bredare kunskapsbegrepp (Skolverket, 2016b).

I översikten har vi lyft fram vilka matematikförmågor de undersökta digitala lärresurserna har haft som mål att utveckla. De förmågor som vi har valt att använda är begrepps-, procedur-, problemlösnings-, resonemangs- och kommunikationsförmåga.

FIGUR 12. Matematikförmågor



Diagrammet visar vilka matematikförmågor som arbetsätten i studierna har haft som mål att utveckla. Då flera studier har undersökt digitala läresurser som åsyftar att utveckla fler än en förmåga blir summan större än antalet ingående studier.

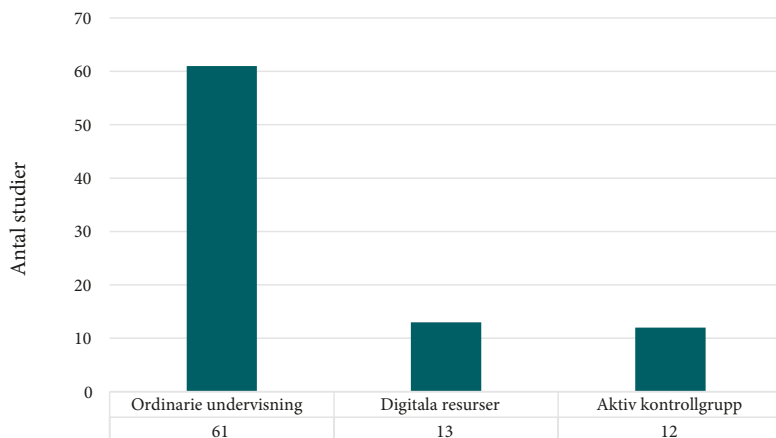
Även om många av matematikförmågorna finns representerade visar underlaget på en övervikt för begrepps- och procedurförmåga, i synnerhet när det gäller låg- och ggmellanstadiet. Det är möjligen förväntat då det är rimligt att anta att det är jämförelsevis lättare att konstruera digitala läresurser i syfte att träna dessa förmågor. I högre årskurser finns dock en hel del exempel på att digitala läresurser används i syfte att utveckla elevers problemlösningsförmåga, medan resonemangs- och kommunikationsförmåga inte är lika vanligt förekommande. När det gäller kommunikationsförmåga finns det flera exempel på upplägg där elever på olika sätt samarbetar med digitala läresurser, men endast ett enskilt exempel där kommunikation är en del av den digitala läresurser i sig. Vilken läresurs som helst kan dock sättas i ett kommunikativt sammanhang om läraren som använder läresurserna väljer att göra det.

## 4.5 Jämförelser<sup>23</sup>

Valet av jämförelsegrupp har en viktig betydelse för vilka slutsatser som kan dras i en studie. Därför är det studiens syfte som styr vad forskarna väljer att jämföra med. Är man ute efter att undersöka hur undervisning med en digital läresurs står sig i förhållande till en undervisning utan digitala läresurser är någon form av analog metod en rimlig jämförelse. Är man däremot intresserad av att studera olika villkor hos digitala läresurser som kan vara av betydelse för lärandet kan man i stället välja att jämföra två varianter med varandra. De två varianterna ska då skilja sig åt avseende det villkor man vill studera. Ibland kan en och samma studie inkludera flera olika jämförelsegrupper för att forskarna ska kunna göra flera olika jämförelser.

<sup>23</sup> I kapitel 5 Metod och genomförande finns mer utförliga resonemang om val av jämförelsegrupper.

FIGUR 13. Jämförelser



Diagrammet visar vilken sorts jämförelser som har använts i studierna. Då vissa studier har inkluderat fler än en jämförelsegrupp blir summan av använda jämförelser större än antalet ingående studier.

Majoriteten av studierna i urvalet har använt någon form av ordinarie undervisning som jämförelse. Det betyder oftast att jämförelsegruppen har fått matematikundervisning på vanligt analogt sätt i enlighet med gällande kursplan eller schema. I underlaget förekommer även studier som har jämfört två eller flera digitala lärresurser eller villkor med varandra liksom studier där forskarna har skapat en aktiv kontrollgrupp. Syftet med en aktiv kontrollgrupp är vanligen att minska risken för så kallade förväntanseffekter<sup>24</sup>.

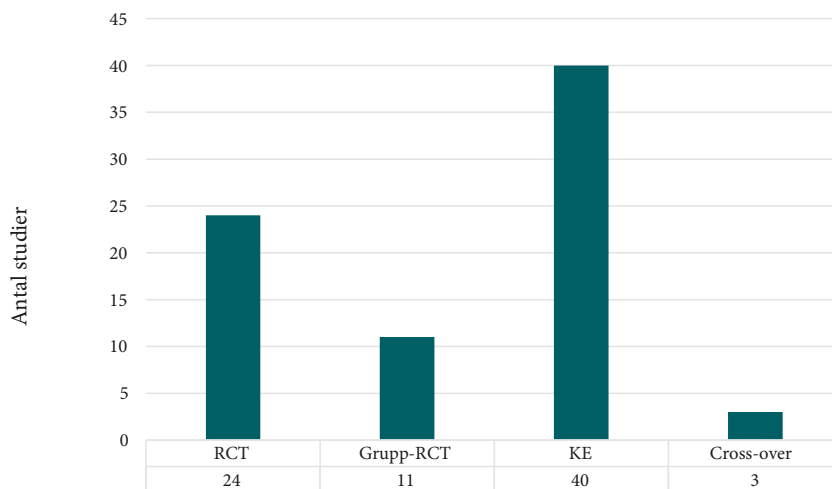
## 4.6 Studieupplägg<sup>25</sup>

Studieupplägg kan beskrivas med olika grad av detaljnivå. Vi har valt att dela in studierna på ett mycket övergripande sätt i randomiserade, grupprandomiserade och kvasiexperimentella studier. Därutöver har vi tagit fram uppgift om vilka studier som har använt ett cross-overupplägg.

<sup>24</sup> Se kapitel 5 Metod och genomförande.

<sup>25</sup> I kapitel 5 Metod och genomförande finns mer utförliga resonemang om olika studieupplägg.

FIGUR 14. Studieupplägg



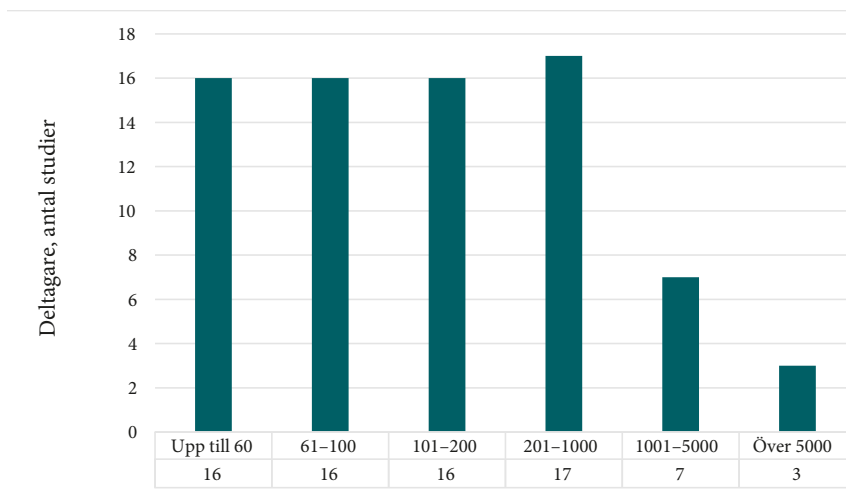
Diagrammet visar vilka typer av upplägg som har använts i studierna. Då cross-over kan tillämpas i kombination med antingen ett randomiserat eller ett kvasiexperimentellt upplägg blir summan av använda studieupplägg större än antalet ingående studier. RCT = randomiserad kontrollerad studie (Randomized Controlled Trial), KE = kvasiexperimentell studie

Även om majoriteten av studierna i urvalet är kvasiexperimentella finns relativt många randomiserade studier. Endast tre studier i underlaget har använt ett cross-overupplägg.

## 4.7 Antal deltagande elever

Ytterligare en aspekt på nyansrikedomen i underlaget är studiestorlek, dvs. hur många elever som har deltagit i de olika studierna. Studiestorleken är också kopplad till precisionen i studiernas skattningar av effekter. I praktiken är det så att ju fler som deltar desto större blir säkerheten i skattningarna, dvs. konfidensintervallens bredd blir mindre.

FIGUR 15. Antal deltagande elever

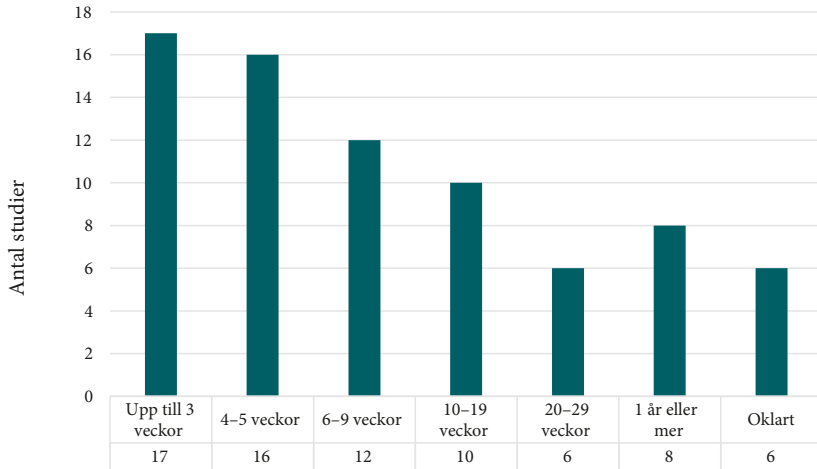


Diagrammet visar hur många elever som har deltagit i de ingående studierna. Underlaget omfattar både studier med relativt få deltagare och mycket stora studier. Inom de valda intervallen är fördelningen mycket jämn upp till och med 1000 deltagande elever.

## 4.8 Studielängd

I första hand är det matematikinnehållet som avgör hur länge en studie kan pågå. Är innehållet mer begränsat är det i praktiken svårt att låta en studie sträcka sig över lång tid. Även om innehållet är avgränsat finns dock en möjlighet att göra en uppföljning av resultaten. Det kan ske genom att eleverna får göra ett prov, ett fördröjt eftertest, en tid efter att studien har avslutats för att finna eventuella bestående effekter. En digital lärresurs med ett mer omfattande innehåll kan däremot ofta pågå under längre tid. I dessa studier kan det dock vara en utmaning för forskarna att få tillräcklig information om hur lärresursen i själva verket har använts.

FIGUR 16. Studielängd



Diagrammet visar hur länge studierna har pågått. Två veckor har varit ett riktmärke, men inte ett strikt krav, för att en studie ska få ingå. I vissa fall har vi fått göra en samlad bedömning utifrån undervisningens syfte, ämnesinnehållets omfattning och insatsens intensitet. Dessa studier har klassificerats under benämningen oklart.

Underlaget omfattar både tidsmässigt mer begränsade insatser och långtidsstudier. Medan tidsmässigt mer begränsade studier i allmänhet har undersökt undervisning med digitala lärresurser som har ett tydligt fokus på ett avgränsat matematiskt innehåll handlar långtidsstudier oftast om undersökningar av digitala kurspaket.





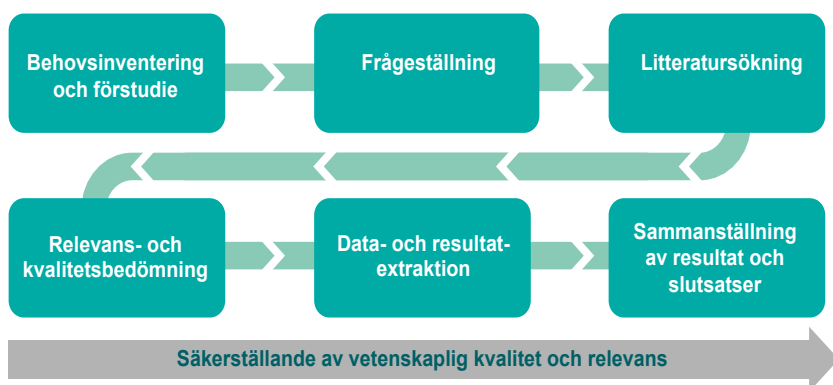




## 5. Metod och genomförande

I det här kapitlet ges en detaljerad beskrivning av metoder och genomförandet av den systematiska översikten. Här redogörs också för de vägval som projektgruppen har gjort inom ramen för arbetet och motiven till dessa. Notera att kapitlet beskriver metod och genomförande för översikten som helhet, dvs. såväl förskola som grund- och gymnasieskola.

FIGUR 17. Arbetsgång



### 5.1 Behovsinventering och förstudie – den övergripande inriktningen

Skolforskningsinstitutet genomför löpande behovsinventeringar<sup>26</sup>, vilket sker genom dialog med både verksamma och organisationer inom skolväsendet samt med forskare inom utbildningsvetenskap. Syftet med inventeringarna är att försöka ringa in angelägna undervisningsnära frågor där forskningssammanställningar i form av systematiska översikter kan utgöra viktiga underlag för att utveckla praktiken.

Materialet från behovsinventeringarna bearbetas av institutet genom analyser och förstudier. Förstudierna utgör sedan underlag för Skolforskningsnämnden som fattar beslut om de systematiska översikternas övergripande inriktningar. Syftet med förstudierna är att undersöka förutsättningarna för att genomföra översikter inom ett identifierat behovsområde. Det handlar då om att föreslå en inriktning som överensstämmer med institutets uppdrag och att bedöma om det finns tillräckligt med forskning på området.

<sup>26</sup> Skolforskningsinstitutet behovsinventeringar bedrivs som egna projekt. Här ges enbart en mycket kortfattad beskrivning.

I behovsinventeringarna har framkommit att lärare, förskollärare och andra verksamma har många frågor om digitalisering i skolan och vilket vetenskapligt stöd det finns för olika användningsområden. De flesta frågor har varit av mer generell karaktär, men det har också uttryckts funderingar kring digitala lärresurser i undervisningen och om de gynnar elevers kunskapsutveckling. Även flera av organisationerna vittnade om att det saknas tillgänglig kunskap om hur digitala lärresurser kan användas på ett genomtänkt sätt i ett pedagogiskt sammanhang.

I förstudien gjordes bedömningen att en systematisk översikt om digitala lärresurser i matematikundervisningen har en potential att vara till nytta för många i skolan och förskolan. Förstudien identifierade exempelvis undersökningar som tyder på att digitala lärresurser nyttjas sparsamt på matematiklektionerna i Sverige och att IT-användningen i skolorna varierar stort (Skolverket, 2016a, 2016d).

## 5.2 Frågeställning – vad det är vi undersöker och varför

En systematisk översikt grundar sig på den forskning som identifieras och väljs ut. För att skapa förutsättningar för litteratursökningen och urvalet av studier behöver den övergripande inriktningen preciseras.

De preciserade frågorna tas fram av projektgruppen. Många överväganden behöver göras för att precisera frågorna. Om de blir för breda och övergripande kan det innebära att översikten blir mycket omfattande och komplex. Blir de däremot alltför snäva kan det innebära en risk att resultatets användbarhet i praktiken blir begränsad.

Två frågor ställs i den här översikten:

- Vilka effekter har matematikundervisning med digitala lärresurser på barns eller elevers kunskaper i matematik?
- Vad kan förklara om en matematikundervisning med digitala lärresurser har effekt eller inte på barns eller elevers kunskaper i matematik?

För att underlätta arbetet med att ta fram en sökstrategi och tydliga principer för hur urvalet av litteratur ska göras används så kallade inklusions- och exklusionskriterier.

### 5.2.1 Inklusionskriterier

Skolforskningsinstitutet använder en modell där vi med hjälp av inklusionskriterier bestämmer vilka som ska ha deltagit i studierna, vilka arbetssätt/metoder som ska ha tillämpats, vilken typ av resultat som ska ha rapporterats samt i vilket sammanhang forskningen ska vara gjord. För att en studie ska tas med i översikten behöver alla fyra inklusionskriterier vara uppfyllda.

Forskning som ingår i den här översikten ska avse

- barn i förskola eller elever i grund- eller gymnasieskola (deltagare)
- digitala lärresurser utformade för matematikundervisning eller utvecklade för att hantera matematik (arbetsätt/metoder)
- undersökning av någon aspekt på kunskapsutveckling i matematik (resultat)
- undervisning inom ramen för förskolans eller skolans ordinarie verksamheter (sammanhang).

En rad tekniska villkor behöver också formuleras för att kunna genomföra en systematisk översikt. Det kan handla om inom vilken tidsperiod litteratursökningen ska göras, vilka publikationsformer som ska accepteras eller vilka språk forskningen ska vara rapporterad på för att kunna bedömas av projektgruppen.

Forskning som ingår i den här översikten ska vara

- empirisk primärforskning
- publicerad 2006–2016<sup>27</sup>
- publicerad i vetenskapliga tidskrifter, i skriftliga samlingar från vetenskapliga konferenser (proceedings) eller i form av akademiska doktorsavhandlingar från lärosäten i Skandinavien
- skriven på engelska eller skandinaviska språk
- avse originalarbeten som före publicering har genomgått så kallad peer-review-granskning.

### 5.2.2 Exklusionskriterier

Forskning som inte ska tas med i en översikt följer i många fall som en konsekvens av inklusionskriterierna eftersom forskning som inte uppfyller kriterierna exkluderas. Ofta finns dock behov av att även formulera ett antal exklusionskriterier, dvs. kriterier som förtydligar exempelvis forskningsinriktningar som inte kommer att beaktas i översikten.

Forskning som ingår i den här översikten ska inte avse

- vuxenutbildning
- en huvudinriktning på barn eller elever i behov av särskilt stöd, exempelvis barn eller elever med funktionsnedsättning (t.ex. syn- eller hörselnedsättning), räknessvårigheter eller inlärningssvårigheter till följd av annan funktionsnedsättning (t.ex. ADHD, autism eller andra specifika inlärningssvårigheter)

---

27 En extra kontrollsökning genomfördes i augusti 2017, se avsnitt 5.3 Litteratursökning.

- en huvudinriktning på barn eller elever i behov av andraspråksstöd
- tillgång till eller tillhandahållande av IT-utrustning
- arbetssätt inom ramen för mer varaktig distansundervisning
- arbetssätt inom ramen för arbetsminnesträning eller mer generell träning av kognitiva förmågor
- generella digitala verktyg, t.ex. medier, kommunikations- eller responsverktyg
- digitala plattformar, bedömningsverktyg eller administrativa program
- endast preliminära resultat eller pågående projekt.

### 5.2.3 Hur vi har resonerat vid valet av inklusions- och exklusionskriterier

#### *Deltagare*

Ett vanligt sätt att begränsa en systematisk översikts omfattning är att avgränsa vilka skolformer som tas med. Vi har bedömt att det inom det här området är viktigt att ta med forskning om såväl förskola som grund- och gymnasieskola, men vi har valt att inte ta med vuxenutbildning.

#### *Typ av digitala lärresurser*

En hel del forskning om digitalisering i skola och förskola har haft sitt fokus på tillgång till IT-utrustning, internet och IT-system. Med ett sådant fokus skymms lätt frågor om hur IT kan användas i undervisningen samt vilka konsekvenser användningen kan ha för barns och elevers lärande och deras kunskapsutveckling (Grönlund, 2014; Liabo m.fl., 2016; Skolverket, 2016c).

Vår bedömning har varit att översiktens fokus ska vara på digitala lärresurser som specifikt anknyter till matematik. Även om det finns många exempel på hur IT i de flesta skolämnen kan användas som mer generella verktyg, har vi bedömt det som angeläget att sammanställa forskning om digitala lärresurser som är avsedda för matematik. Vi har formulerat kravet som att lärresurserna ska vara antingen utformade för matematikundervisning eller utvecklade för att hantera matematik. Den första formuleringen hänvisar till digitala lärresurser som har skapats i syfte att användas i ett pedagogiskt sammanhang. Ett exempel kan vara så kallade virtuella manipulativer, alltså digitala lärresurser där matematiska objekt, t.ex. en kub, visas och kan manipuleras på skärmen. Med den andra formuleringen avses digitala lärresurser som har tagits fram i ett annat syfte än för att bedriva undervisning, men som kan användas för att utföra matematiska aktiviteter. Ett exempel på det senare kan vara ett kalkylprogram.

En konsekvens av inklusionskriteriet är också att digitala lärresurser som inte uttryckligen fokuserar på matematikundervisning inte tas med i översikten. Det kan exempelvis

gälla såväl digitala lärresurser vars huvudsyfte inte är att användas i matematikundervisning som undervisning i andra ämnen än matematik. Detta trots att relevanta aspekter av matematiken kan beröras i båda fallen. Exempel kan vara äventyrs- och byggspel eller programmeringsaktiviteter.

Vår utgångspunkt har också varit att de lärresurser eller arbetssätt som ingår ska ha en direkt koppling till själva undervisningen och att lärresurserna som studeras ska erbjuda någon form av interaktivitet. Interaktiviteten medför att användaren behöver vara aktiv i relation till den digitala lärresursen i själva undervisningssituationen. Därmed har vi inte tagit med exempelvis arbetssätt som enbart omfattar användning av medier i digital form för att presentera ett innehåll eller lärresurser i syfte att vara till stöd för mer administrativa göromål.

### *Typ av resultat*

Vi har ställt som krav att forskning som inkluderas ska ha studerat och rapporterat resultat avseende någon aspekt på kunskapsutvecklingen i matematik. Kravet medför en tydlig riktning för vilken typ av forskning som kan ingå och därmed för urvalet av studier. Många gånger har det exempelvis lyfts fram att digitala lärresurser bör kunna öka barns och elevers intresse och engagemang, och att mer engagerade barn och elever också bör tillskansa sig mer kunskaper (Hamari m.fl., 2016). Även om det kan vara rimligt att anta att en sådan koppling borde finnas har vi tyckt att resultat avseende motivationsaspekter inte är tillräckligt för att studien ska accepteras.

### *Ordinarie verksamheter*

Metoder och arbetssätt som ingår ska vara avsedda att kunna användas inom ramen för skolans eller förskolans ordinarie verksamheter. En tanke med kravet har varit att inte inkludera så kallade virtuella skolor eller renodlade program och kurser för mer varaktigt distansutbildning. En annan tanke har varit att inte ta med forskning om digitala lärresurser eller arbetssätt som kan anses alltför svåra att nyttiggöra i en nära framtid. Det kan röra sig om avancerade lärresurser eller komplexa arbetssätt som exempelvis förutsätter specialutrustning, stora fortbildningsinsatser eller särskild teknisk support. Därutöver har vi bestämt att inte ta med forskning som rör extraordinära undervisningsaktiviteter utanför skoltid ämnade för specifika grupper eller tillfällen, t.ex. studiecirkel för särskilt matematikintresserade eller övningsprogram inför examensprov.

### *Övriga överväganden*

Det finns en rad digitala lärresurser som kan användas i syfte att stödja undervisning av barn och elever i behov av olika former av särskilt stöd för att de ska nå uppställda mål eller krav. Det finns också tekniska hjälpmedel som har skapats för att underlätta undervisning av barn och elever med funktionsnedsättning. Vår bedömning har varit att systematiska översikter inom dessa områden är angelägna, men att de bör genomföras som separata uppdrag. Vi har därför valt att inte ta med forskning med en

huvudinriktning på barn och elever i behov av särskilt stöd.

För att kunna bedöma forskningsresultat måste vi ta hänsyn till hur forskningen har genomförts. Den forskningsfråga som ställs i en studie har en avgörande betydelse för vilken ansats som är mest lämplig för att kunna ge ett svar. I det här fallet kan viktiga aspekter vara de som har att göra med t.ex. studieupplägg, studiestorlek, val av jämförelser, val av instrument för att utvärdera resultaten och uppföljningstid. Vår bedömning har varit att sådana överväganden är väsentliga för att kunna bedöma den identifierade forskningens kvalitet.

Vi har vidare bedömt att det inte finns skäl att på förhand avgränsa översikten med avseende på studieursprung. Vi har snarast tyckt att det kan ses som en styrka i det här fallet om den forskning som identifieras har sitt ursprung från olika delar av världen. Däremot har vi bedömt det som viktigt att utforma litteratursökningen på ett sätt som ger goda förutsättningar att fånga upp den skandinaviska forskning som kan finnas. Där det bedömts som relevant har faktorer som kan ha betydelse för överförbarheten till ett svenskt sammanhang diskuterats.

## 5.3 Litteratursökning – att finna tänkbart relevant forskning

En systematisk översikt kännetecknas av en omfattande sökning av forskningslitteratur. En nyckelfaktor är strategin som används för att identifiera relevant forskning. För att utforma strategin behöver hänsyn tas bland annat till vilka källor sökningen ska utföras i samt vilka sökord och vilken logik som ska användas för att identifiera forskning i olika databaser.

I de flesta databaser görs en sökning med hjälp av en söksträng. Söksträngen är de kombinationer av ord som matas in i databasen.

### 5.3.1 Sökstrategi

Sökstrategin utformades för att finna all relevant forskning om digitala läresurser i matematikundervisning inom de definierade ramarna. Med tanke på områdets tvärvetenskapliga karaktär valde vi att söka i internationella vetenskapliga ämnesdatabaser med varierad innehållslig inriktning. Kompletterande sökningar gjordes i skandinaviska databaser för att förbättra förutsättningarna att identifiera forskning som genomförts i ett sammanhang som liknar det svenska. Litteratursökningen gjordes i följande typ av källor:

- internationella vetenskapliga ämnesdatabaser, t.ex. ERIC, PsycInfo, WebOfScience
- skandinaviska databaser, t.ex. Libris, SwePub, DiVA
- utvalda vetenskapliga tidskrifter och konferenssamlingar.

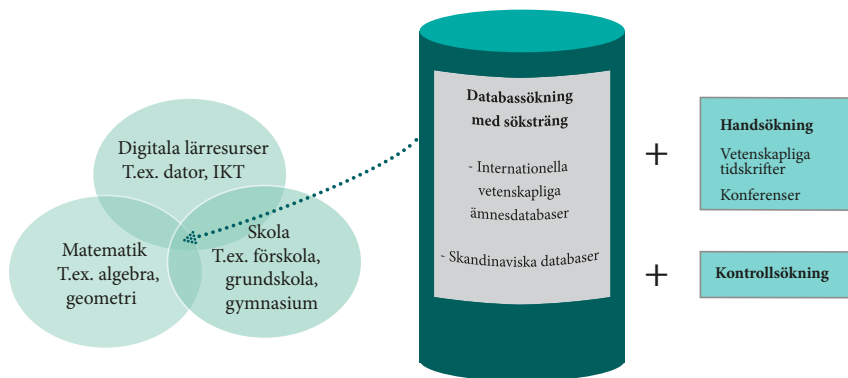


Databassökningarna utformades genom att först identifiera relevanta sökord inom kategorierna matematik, digitala lärresurser samt skola/utbildning. Detta gjordes genom efterforskningar av nyckelbegrepp som används inom forskningsfältet samt med hjälp av de externa forskarnas ämneskunskaper. Söksträngen konstruerades så att endast forskningslitteratur som innehöll minst ett sökord från respektive ordkategori skulle fångas. Sökorden skulle påträffas i publikationernas titlar eller sammanfattningar, eller som nyckelord.

Utöver databassökningarna med söksträng användes även andra tekniker för att identifiera relevant forskning. För att finna forskning som inte finns publicerad i databaserna och för att fånga studier som inte hittats med hjälp av söksträngen gjorde vi en manuell genomsökning av tillgängliga konferenssamlingar och vetenskapliga tidskrifter inom forskningsfältet. De tidskrifter som handsöktes valdes ut baserat på vilka som genererat flest relevanta träffar efter den inledande relevansgranskningen. De konferenssamlingar som handsöktes valdes ut baserat på de externa forskarnas bedömningar av tänkbart viktiga konferenser inom fältet.

För en detaljerad beskrivning av sökstrategin inklusive vilka källor, sökord och begränsningar som använts, se bilaga 1 på webbplatsen [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

**FIGUR 18. Utformning av sökstrategi**



En extra kontrollsökning genomfördes i augusti 2017 i syfte att undersöka att relevanta studier inte missats. Söksträngen utformades då specifikt för att hitta experimentella studier. Ett antal ytterligare vetenskapliga tidskrifter handsöktes vid samma tillfälle. Urvalet av tidskrifter baserades på rekommendationer från forskare inom ämnesfältet. Kontrollsökningen redovisas separat i bilaga 1 på webbplatsen [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

## 5.4 Relevans- och kvalitetsbedömning

Den litteratur som identifieras genom litteratursökningarna behöver gallras, sorteras och bedömas mot bakgrund av inklusions- och exklusionskriterierna. Urvalet syftar till att sälla bort de studier som bedöms inte kunna bidra till att besvara den fråga som den systematiska översikten har som mål att besvara. Hur noggrant litteratursökningen än görs kommer en stor del av den identifierade litteraturen att utgöras av brus, dvs. studier som saknar relevans för översiktens frågor.

I ett nästa steg kvalitetsgranskas den forskning som bedöms uppfylla översiktens inklusionskriterier. Det är endast forskning som bedöms vara relevant och av tillräcklig kvalitet, för vår frågeställning, som får ingå i översikten. Kvalitetsgranskningen är det sista steget i urvalsprocessen för att avgöra vilken litteratur som ska ingå i den systematiska översikten.

### 5.4.1 Relevansgranskning i flera steg

Som första steg i relevansgranskningen gjorde medarbetare vid Skolforskningsinstitutet en första gallring av titlar och sammanfattningar tillhörande alla referenser som identifierats i litteratursökningen. Den litteratur som inte motsvarade de uppställda kriterierna gallrades bort. För att inte riskera att missa relevant litteratur tillämpades principen hellre fria än fälla, vilket innebar att alla publikationer som inte säkert kunde bedömas gick vidare till nästa steg i urvalsprocessen.

I nästa steg gick projektgruppens externa forskare igenom de titlar och sammanfattningar som kvarstod efter den första gallringen. Inför detta steg delades forskarna in i läspar och relevansgranskningen genomfördes av två forskare oberoende av varandra. Det innebar att litteratur som minst en av forskarna bedömde uppfylla kriterierna, eller då tillräcklig information saknades för att göra en bedömning, gick vidare till nästa steg. Forskarna fick även tillgång till en förteckning av samtliga referenser som gallrats ut i första steget.

Slutligen genomfördes relevansgranskning i fulltext. I detta steg bedömdes publikationerna i sin helhet. Två av projektgruppens externa forskare, oberoende av varandra, genomförde även fulltextläsningen. Den som efter läsning i fulltext bedömde att en publikation borde exkluderas fick också ange skälen för detta.

Litteratur som exkluderades efter bedömning i fulltext sorterades bort av något eller flera av följande skäl: fel deltagare, metod/arbetssätt, typ av resultat, sammanhang, språk eller publikationstyp; bakgrundsmaterial som forskningsöversikter, debattinlägg, reflektioner, tips och trix eller liknande; eller dubblett<sup>28</sup>. Antalet publikationer som sorterats under respektive kategori av exklusionsorsaker redovisas dock inte. Anledningen är att publikationerna kan ha brustit i överensstämmelse

28 Dubblett innebär två exemplar av samma referens. Dubbletter uppkommer vanligen som en följd av att samma referens fångas upp från två eller flera databaser. Det förekommer också att en och samma studie rapporteras (ibland delvis omskriven) i fler än en källa. Dessa dubbletter upptäcks vanligen av projektgruppen senare i urvalsprocessen.

med översiktens fråga av flera olika skäl. Vid bedömningen har principen varit att exkludera studier som inte uppfyller översiktens relevanskriterier så snart någon bristande överensstämmelse påträffades. En redovisning av dessa frekvenser skulle därför kunna bli missvisande.

De oenigheter som uppstod, dvs. när forskarna inom ett läspar hade bedömt en och samma publikation olika, löstes genom ett konsensusförfarande enligt följande: den forskare som inkluderat en publikation som den andra forskaren hade exkluderat fick relevansbedöma en extra gång, då med information om den exklusionsorsak som den andra forskaren angett i steget innan. Vid behov fördes en diskussion för att enas om ett gemensamt beslut.

### 5.4.2 Kvalitetsbedömning – vilken forskning som är tillförlitlig

Oavsett vilken typ av empirisk forskning som värderas handlar kvalitetsgranskningen om att avgöra studiernas trovärdighet, tillförlitlighet och överförbarhet. Det innebär att värdera i vilken utsträckning man i en studie verkligen har undersökt det man avsåg att undersöka, hur precist eller fullödigt resultatet är samt om, och i så fall på vilket sätt, resultatet kan överföras till andra sammanhang. Bedömningen kan enbart utgå ifrån det som rapporteras i publikationerna, dvs. hög kvalitet i själva rapporteringen är avgörande för att en studie ska kunna bedömas rättvist<sup>29</sup> (Gough m.fl., 2013).

Att kvalitetsbedöma forskningslitteratur kräver ofta många överväganden. För att en studie ska kunna anses ha tillräcklig kvalitet behöver en rad olika aspekter vara tydligt redovisade och vissa krav måste vara uppfyllda. Utgångspunkter, val av metod för att samla in och analysera data, resultat och tolkningar samt i vilket sammanhang forskningen är gjord ska tydligt framgå. Forskningsfrågorna och avgränsningarna ska vara väldefinierade och det ska finnas ett resonemang kring hur formuleringen av dessa relaterar till tidigare forskning och/eller om det finns någon teori anknytning. Vidare bör det finnas en noggrann redovisning för hur data och resultat relaterar till varandra, eventuella analysproblem och en diskussion om resultatens överförbarhet kopplat till urval och sammanhang. Mer allmänt måste en studie också leva upp till krav på begriplighet och logisk struktur. Att beskrivningar och resonemang är enkla att förstå och att själva forskningsprocessen går att följa är väsentligt för att över huvud taget kunna göra en bedömning (Gough m.fl., 2013; Higgins & Green, 2011; Petticrew & Roberts, 2006; Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU), 2014).

Resultatet av litteratursökningen, relevans- och kvalitetsbedömningen redovisas i ett flödesschema<sup>30</sup>, i vilket det går att följa hela processen.

#### *Systematik i bedömningen*

Alla studier som passerade relevansgranskningen tilldelades ett unikt löpnummer och förtecknades i en tabell. Studierna delades sedan upp slumpvis mellan granskarna för

29 Projektgruppen har inte möjlighet att kontakta forskare för kompletterande uppgifter som eventuellt inte har redovisats i en publikation.

30 Se kapitel 2 Om denna översikt.

bedömning. Kvalitetsgranskningen genomfördes av projektets externa forskare och projektledaren.

För att alla studier skulle behandlas på ett systematiskt och likvärdigt sätt användes ett bedömningsstöd som i ett antal frågor tar upp olika aspekter som kan påverka en studies kvalitet (se bilaga 2 på webbplatsen [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se)). Förutom att ge vägledning för kvalitetsgranskningen utgjorde stödet underlag för redovisningen av granskarnas resonemang. Bedömningsstödet funktion var dock enbart att ge en övergripande vägledning för granskningen. Projektgruppen förde därför löpande diskussioner för att specificera aspekter på vetenskaplig kvalitet i relation till den systematiska översiktens fråga<sup>31</sup>.

Därefter delades resultaten av kvalitetsbedömningarna inom projektgruppen. Vid osäkerheter om enskilda bedömningar fördes diskussioner om studien kunde anses ha tillräcklig kvalitet för att ingå i översikten<sup>32</sup>.

### *Typ av forskning som kan besvara översiktens fråga*

I den här översikten är fokus på att utvärdera hur undervisning med stöd av digitala läresurser påverkar barns och elevers kunskapsutveckling i matematik. Det har fått konsekvensen att den forskning som ingår i översikten består av experimentella jämförande studier.

I avsnitten nedan går vi igenom vad vi har ansett är viktigt att tänka på när experimentella jämförande studier ska tolkas, och hur vi har resonerat när vi kvalitetsbedömt studierna.

### *Vad som karakteriserar ett experiment*

Ett experiment karakteriseras av att något görs under kontrollerade förhållanden för att påverka ett utfall. Syftet är att studera ett samband mellan två eller flera variabler samtidigt som alla andra tänkbara variabler är konstanta. Även om den experimentella studien har tydliga fördelar när man som forskare är ute efter att studera effekter och orsaksamband finns också nackdelar. Ibland är experiment svåra att genomföra av praktiska, juridiska eller etiska skäl. En annan nackdel är att dessa studier kan ha begränsningar gällande möjligheterna att överföra resultaten till verkliga situationer. Medan experimentsituationen karakteriseras av en hög grad av kontroll, är verkligheten i själva verket ofta mycket olikartad. Överförbarheten påverkas också av andra saker, såsom i vilken utsträckning den grupp som studeras är representativ för andra grupper, eller om det sammanhang en studie genomförs i liknar andra sammanhang (Bryman, 2016; Cohen m.fl., 2011).

---

31 Att en studie har exkluderats i detta steg innebär att den saknar vissa kvaliteter eller karaktärsdrag som skulle ha behövts för att den skulle kunna bidra till att besvara översiktens frågor. Det betyder dock inte nödvändigtvis att den har bedömts hålla en låg kvalitet rent allmänt, i förhållande till sitt eget syfte.

32 Exkluderade studier redovisas i bilaga 5, se [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

### *Jämförelsegrupp är viktigt när effekter ska studeras*

I effektstudier behövs en jämförelsegrupp för att kunna skilja effekten av en insats från en normalt förväntad kunskapsutveckling som följer av att i någon form delta i undervisning. För att undersöka effekter räcker det inte att bara studera dem som får ta del av en viss typ av undervisning. En viktig anledning är att det är rimligt att anta att en relevant undervisningsinsats alltid i någon mån förbättrar kunskapsutvecklingen, oavsett om den är bättre eller sämre än någon annan (Bryman, 2016; Higgins & Green, 2011; Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU), 2014).

Som jämförelsegrupp använder man ofta elever som deltar i ordinarie undervisning. Den undervisningen kan naturligtvis se olika ut i olika sammanhang. När det gäller forskning om digitala lärsurser i matematik är ordinarie undervisning vanligen någon form av analogt arbetssätt för att studera ett visst ämnesinnehåll, såsom att använda tryckt material samt papper och penna.

Det är också möjligt att jämföra användning av två eller flera digitala lärsurser med varandra. Ibland kan det handla om att en och samma lärsurs används på olika sätt, t.ex. att elever antingen får samarbeta eller arbeta enskilt. Sådana studier kan ge information om vilket av jämförda arbetssätt som i något avseende fungerar bäst, men säger inte hur de står sig i jämförelse med en ordinarie undervisning utan en digital lärsurs.

### *Att delta i ett forskningsprojekt kan skapa förväntningar*

För att avgöra om ett utfall verkligen följer som en konsekvens av en viss insats måste villkoren för experiment- och jämförelsegrupperna vara likartade (utöver själva insatsen) allteftersom studien fortlöper. Annars finns risk för att eventuella skillnader i resultat mellan grupper som jämförs i själva verket förklaras av något annat än den insats som ska studeras. I praktiken medför detta att forskarna behöver inhämta information om studiedeltagarna och tillämpa metoder som gör att det går att skapa jämförbara grupper. Nedan tar vi upp några viktiga aspekter att vara medveten om när man ska tolka och värdera experimentstudier.

En sak att uppmärksamma i ett experiment är att det kan finnas en risk för vad som brukar benämnas för Hawthorne-effekter<sup>33</sup>. Hawthorne-effekter är när ett utfall påverkas av att deltagare i forskning omedvetet ändrar sitt beteende till följd av att de blir studerade. Det innebär att själva experimentsituationen kan medföra att såväl elever som lärare skärper till sig lite extra under studiens gång. Det är ytterligare ett skäl till varför det är viktigt att ha en jämförelsegrupp och att även deltagarna i jämförelsegruppen upplever att de är med i en studie. Annars finns risken att en viss insats tolkas som bra, trots att resultatet egentligen bara är en konsekvens av att man deltar i ett forskningsprojekt (Bryman, 2016; Higgins & Green, 2011; Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU), 2014).

---

33 Begreppet myntades efter en analys av undersökningar av hur ljusstyrka påverkade arbetares produktivitet i fabriksanläggningen Hawthorne Works i USA under 1900-talets första hälft.

Hawthorne-effekter är nära besläktade med vad som kan kallas förväntanseffekter. Förväntanseffekter är helt enkelt effekter till följd av en tro på att en viss insats ska leda till ett visst resultat. Det är förstås inget fel med att ha förväntningar på att exempelvis ett nytt sätt att undervisa är bra, men det kan leda till ett ändrat förhållningssätt i fråga om andra saker än bara att ett nytt arbetssätt används. Det kan naturligtvis också vara tvärtom, att det nya förväntas vara sämre. Ett sätt att minska risken för att förväntningar ska påverka utfallet är att försöka skapa en undervisningssituation i jämförelsegruppen som liknar den i experimentgruppen, men som saknar det innehåll som antas vara gynnsamt för kunskapsutvecklingen i matematik<sup>34</sup>. Det kan till exempel handla om att jämförelsegruppen har fått arbeta med samma digitala utrustning som experimentgruppen, men med något annat än en matematikapplikation.

Det är även viktigt att vara medveten om att den som leder eller ansvarar för undervisningen, t.ex. en lärare eller förskollärare, kan ha en viktig betydelse för resultatet. Beroende på hur en studie i övrigt är upplagd kan det finnas såväl fördelar som nackdelar med att det är antingen en och samma eller olika lärare som leder de olika insatserna som ska jämföras. Finns anledning att misstänka att risken för förväntanseffekter, såväl positiva som negativa, är stor hos läraren, kan det vara bättre att låta olika lärare undervisa i de olika grupperna. Om dessa risker bedöms vara mindre eller på något sätt kunna hanteras i studien, kan det snarare vara en fördel om det är samma lärare som undervisar eftersom villkoren i grupperna då blir mer likartade.

### *Slumpmässigt urval har många fördelar*

En typ av upplägg för att studera effekter är den så kallade randomiserade kontrollerade studien (RCT<sup>35</sup>). I en randomiserad studie fördelas deltagarna slumpmässigt till de insatser som ska jämföras. Den största fördelen med att lotta är att grupperna som ska jämföras med slumpens hjälp kan balanseras avseende okända faktorer eller egenskaper. På så sätt minimeras risken för att grupper ska skilja sig åt gällande sådant som man saknar kunskap om, men som kan påverka studiens utfall (Jadad & Enkin, 2007).

Ett randomiserat upplägg ger goda förutsättningar för att isolera själva insatsen. Det är det säkraste sättet att avgöra om ett utfall verkligen orsakas av insatsen och inte är en konsekvens av andra saker, dvs. att det som faktiskt har hänt inte skulle ha hänt utan insatsen. Om lottningen går rätt till är sannolikheten för en deltagare att hamna i den ena eller andra gruppen oberoende av dennas individuella egenskaper. Därmed undviks en systematisk snedfördelning av individuella faktorer som kan påverka utfallet. En viktig tumregel när man lottar är att de enheter som ska studeras är de enheter som lottas. Det betyder att om det är elevresultat som ska utvärderas i en studie så är det i första hand eleverna som lottas (Higgins & Green, 2011; Jadad & Enkin, 2007).

---

34 Att jämföra med placebo/sockerpiller som ofta används vid forskning på läkemedel.

35 Från engelska Randomized Controlled Trial.

### *Lotta grupper av elever i stället för individer*

Ibland gör man så kallad grupprandomisering. Det betyder att man lottar grupper, t.ex. skolklasser i stället för elever, till olika insatser. Anledningen till att nöja sig med att lotta grupper är vanligen att det är lättare att genomföra. Men grupprandomisering kan också vara ett bra sätt, till exempel om det är just gruppskillnader man vill studera, eller om det finns starka skäl att tro att individer som befinner sig i samma miljö skulle påverka varandra på ett sätt som gör det svårt att isolera insatserna.

Individer som ingår i en och samma grupp tenderar ofta att påverkas av en insats på ett likartat sätt. Enskilda individers resultat kan därför inte betraktas som oberoende. Det är relativt vanligt att man i grupprandomiserade studier ändå önskar beräkna resultaten i förhållande till antalet individer. Det finns då särskilda beräkningsmetoder att använda som tar hänsyn till de fel som kan uppstå vid ett sådant upplägg. Används inte sådana justeringar ökar risken för att en insats kan tolkas ha effekt trots att den egentligen inte har det, något som på engelska brukar benämnas *unit-of-analysis error*. Felet kan uppstå när man frångått regeln att det är de enheter som ska analyseras som är de enheter som ska ha randomiserats (Borenstein m.fl., 2009; Higgins & Green, 2011).

### *Ofta är det svårt att göra ett slumpmässigt urval*

Ett annat sätt att göra ett experiment är att använda ett så kallat kvasiexperimentellt upplägg. Det betyder att individerna som studeras fördelas till olika grupper enligt någon annan princip än genom slumpmässig fördelning. Studieupplägget är vanligt i sammanhang då det kan vara praktiskt svårt att tillämpa slumpmässig fördelning. När det gäller undervisning kan det många gånger vara svårt att exempelvis splittra klasser. I stället kan forskarna vara hänvisade till att låta klasserna vara intakta.

### *Grupper som jämförs måste vara likvärdiga vid studiestart*

En nackdel med kvasiexperimentella studier är risken att de grupper som jämförs skiljer sig åt på ett betydelsefullt sätt när studien sätts igång. Det kan exempelvis vara så att en viss klass råkar ha en högre andel högrepresterande barn eller elever som av något skäl har bättre förutsättningar än barn eller elever i en annan klass. Sådana skillnader kan vara avgörande för studiens resultat. Därför är det väsentligt att man, efter att fördelningen har gjorts, kan visa att det inte finns några viktiga skillnader mellan de grupper som ska studeras innan själva insatsen påbörjas. I vårt fall är det centralt att forskarna på ett övertygande sätt har visat att det inte finns några initiala skillnader i genomsnittlig kunskapsnivå när det gäller de matematikkunskaper som ska prövas. Men det är bra att vara medveten om att det trots detta kan finnas skillnader mellan grupper som man saknar vetskap om men som ändå kan påverka resultatet.

### *Alla får ta del av en insats*

Ett konventionellt cross-overupplägg innebär att en studie startar med att först tilldela

en experimentinsats till den ena av två grupper och jämförelseinsatsen till den andra, för att sedan byta plats på grupperna. Upplägget medför att alla deltagare får ta del av båda insatserna, men under olika tidsperioder. Cross-over går att tillämpa i såväl randomiserade som kvasiexperimentella studier.

Traditionellt brukar cross-overupplägg anses lämpliga främst ifall insatsens effekter är övergående. Men om effekter hänger kvar (carry over) i den gruppen som fick experimentinsatsen först påverkar det möjligheterna att jämföra gruppernas resultat efter den andra studieperioden. När det gäller undervisning är det naturligtvis så att målet är att en insats ska ge bestående effekter på kunskapsutvecklingen. Upplägget medför dock också vissa fördelar. Bland annat kan varje deltagare fungera som sin egen kontroll, vilket minskar variationen mellan deltagare samt att antalet deltagare kan minskas utan att förutsättningarna för att påvisa en effekt försämras. Det kan också finnas etiska skäl till att välja cross-over eftersom upplägget medger att alla som deltar får ta del av samma undervisning, om än under olika tidsperioder av en studie (Higgins & Green, 2011).

#### *Studielängd och uppföljningstid*

Hur länge en studie tillåts pågå beror ofta i första hand på vilken sorts ämnesinnehåll som studeras. Medan viss undervisning med stöd av en digital lärresurs kan ha som syfte att barn eller elever ska få träna på ett mycket specifikt innehåll, kan andra lärresurser ha ett mycket omfattande innehåll i syfte att komplettera matematikundervisningen under exempelvis en hel årskurs.

Ett övergripande mål är att undervisningen i skolan ska medföra så bestående effekter på kunskapsutvecklingen som möjligt. Ett sätt att i ett vetenskapligt sammanhang försöka undersöka beständigheten i resultaten är att tillämpa en uppföljande undersökning av prestationer en tid efter att själva undervisningsinsatsen har avslutats, dvs. att använda ett fördröjt eftertest. Ett annat sätt kan vara att utvärdera hur elever presterar på ett standardiserat test som inte kopplar direkt till själva studien (jämför nationellt prov).

### **5.4.3 Hur vi har bedömt studierna**

Vi har ställt som krav att en studie, för att få ingå i översikten, ska ha jämfört minst två grupper där minst en av grupperna har fått undervisning med stöd av en digital lärresurs. Som jämförelser har vi accepterat både studier som har använt någon form av ordinarie undervisning och studier som använt en annan digital lärresurs. De senare kan ha använt en jämförelse som skiljer sig mer eller mindre från den som studeras. Jämförelseinsatsen kan också ha utformats i syfte att fungera som en aktiv kontroll.

När det gäller gruppindelning har vi valt att inkludera såväl randomiserade och grupprandomiserade som kvasiexperimentella studier. Vi har stor respekt för att det kan vara svårt att genomföra studier där barn eller elever fördelas slumpmässigt till olika grupper.

Vi har ställt krav på att man i studierna har sett till att villkoren för experiment- och



jämförelsegrupperna har varit rimligt likartade. I synnerhet har vi krävt att det i publikationerna finns en tydlig redovisning av genomsnittlig kunskapsnivå inom grupper som jämförs före experimentets start.

När det gäller studielängd har vi haft två veckor som ett riktmärke för att en studie ska få ingå i översikten. Men bedömningen har varit att det inte skulle vara rättvist att tillämpa ett strikt krav på studielängd då det i sig inte kan vara avgörande för kvaliteten. Därför har vi gjort en samlad bedömning med hänsyn till undervisningens syfte, ämnesinnehållets omfattning och insatsens intensitet. I de fall det saknas uppgift om studielängd har vi fått värdera om övrig information om upplägget tyder på att en insats kan anses ha haft en rimlig omfattning.

Vi har valt att inte ställa som krav att studierna ska ha tillämpat fördröjda eftertester eller andra långtidsuppföljningar av resultaten. Men vi har haft för avsikt att tydligt lyfta fram sådana resultat i de fall de förekommer.

## 5.5 Data- och resultatextraktion

Data- och resultatextraktion innebär att relevanta fakta plockas ut från varje studie som ska ingå i översikten<sup>36</sup>. Det kan handla om både administrativ information och exempelvis uppgifter om studieupplägg, deltagare, arbetssätt, resultaten och hur dessa genererats i de olika studierna. Syftet är att beskriva studierna som ingår i urvalet, med avseende på använda metoder och resultat. Även andra aspekter som projektgruppen har bedömt som relevanta kan registreras för att skapa förutsättningar för olika sätt att kartlägga det vetenskapliga underlaget.

Alla studier som passerade kvalitetsgranskningen sammanfattades i arbetstabeller över inkluderade studier. I tabellerna registrerades bland annat uppgifter om

- referensinformation (löpnummer, författare, titel, publiceringsår, ursprungland, källa och typ av publikation)
- studieupplägg
- studielängd och uppföljningstid
- deltagare
- arbetssätt/metod (inklusive typ av digital lärresurs)
- sammanhang
- vilket matematikområde och vilka matematikförmågor som berörs
- instrument för utvärdering av resultaten
- resultat avseende kunskapsutveckling i matematik
- övriga samrapporterade resultat som kopplar till resultat avseende kunskapsutvecklingen i matematik

---

36 Dataextraktion benämns ibland kodning efter engelskans coding.

## 5.6 Sammanställning av resultat och slutsatser

En systematisk översikt stävar efter att bringa samman resultaten från flera studier till en helhet. Tillvägagångssätten kan variera bland annat beroende på översiktens fråga och vilken typ av forskning som ingår i översikten. Oavsett vilken typ av forskningsresultat som sammanställs är det sällan självklart vilka tillvägagångssätt som kan vara mest lämpliga.

### 5.6.1 Hur vi har grupperat studierna

Den första grupperingen var att dela på studierna som avser förskolan respektive grund- och gymnasieskolan. Skolans och förskolans styrdokument skiljer sig bland annat när det gäller målen med undervisningen.

Studierna som avser grund- och gymnasieskolan har vi vidare valt att gruppera i årskurs 1–3, årskurs 4–6 samt årskurs 7–9 och gymnasieskolan. Vid grupperingen har vi i första hand tagit hänsyn till uppgifter om studiedeltagarnas ålder. I andra hand har vi utgått ifrån uppgifter om vilka årskurser studierna har berört. Med hjälp av information om ursprungsland har vi sedan i dessa fall försökt göra en rimlig översättning till ett svenskt sammanhang. Gränserna är dock inte alltid skarpa och det finns exempel på studier som delvis överlappar mellan årskursintervallen. Det kan exempelvis bero på att man inom ramen för en och samma studie har gjort undersökningar i flera olika årskurser.

Anledningen till uppdelningen är att det matematikinnehåll som har varit aktuellt i studierna skiljer sig beroende på elevernas ålder. I syfte att kunna analysera studierna med avseende på de undersökta digitala lärresursernas uppbyggnad och funktion och hur de har använts i undervisningen innehåller resultatredovisningarna relativt detaljerade beskrivningar av matematikinnehållet. Uppdelningen medger att den som främst undervisar i lägre årskurser inte behöver sätta sig in i ett matematikinnehåll som avser högre årskurser och vice versa, dvs. uppdelningen innebär att läsningen kan koncentreras till de årskurser som upplevs mest relevanta.

Värt att notera vad gäller gränsdragningen är att det kan skilja sig mellan länder avseende det precisa ämnesinnehåll som behandlas i de olika årskurserna. Det finns bland annat exempel på studier som i lägre årskurser berör ett matematikinnehåll som normalt undervisas om i högre årskurser i ett svenskt sammanhang (t.ex. studier som i motsvarande högstadiet behandlar en algebra som tillhör gymnasieskolan i Sverige). Vi har inte försökt göra någon djupare analys av ämnesinnehållet vid grupperingen, men det berörs i resultatbeskrivningarna där det bedöms som relevant.

### 5.6.2 En kunskapsutveckling i matematik kan mätas

En kunskapsutveckling i matematik innefattar många olika aspekter och kan mätas på olika sätt, men ofta används någon form av test. Testerna kan skilja sig åt sinsemellan,

men har ofta gemensamt att resultaten uttrycks som numeriska värden i form av poäng på en kvotskala. Det innebär att det finns ett min- och ett maxvärde och man antar att sambandet är linjärt mellan antal poäng på testet och prestationsnivå. Ju högre poäng en deltagare får, desto högre bedöms deltagarens prestationsnivå vara.

### *Vad som avses med effekter*

En effekt är ett mått på skillnaden mellan två grupper som jämförs i något avseende. I en enskild studie redovisas vanligen uppnådda medelvärden i experiment- respektive jämförelsegruppen med tillhörande spridningsmått, oftast i form av standardavvikelse (SD). Men för att olika studier ska kunna jämföras behöver dessa mått först räknas om.

När effekten av en insats har utvärderats med olika skalor (olika test), men där utfallet avser representera samma sak (kunskapsutvecklingen i matematik), kan man använda uttrycket standardiserad skillnad i medelvärde (SMD, standardized mean difference) för att olika studiers resultat ska bli jämförbara<sup>37</sup> (Higgins & Green, 2011; Polanin & Snilstveit, 2016).

Som vägledning till hur värdet på en effektstorlek kan tolkas refereras ofta till Cohen, se tabellen nedan (Cohen, 1969).

TABELL 14

TOLKNING AV EFFEKTSTORLEK (COHEN)		
<i>d</i> (ELLER SMD)	STORLEK	TOLKNING
0,2	Liten	En effekt i denna storleksordning är antagligen inte märkbar
0,5	Medelstor	En effekt i denna storleksordning är sannolikt märkbar
0,8	Stor	En effekt i denna storleksordning är sannolikt påtaglig

## 5.6.3 Sammanställning av resultat från flera studier

### *Metaanalys och skogsdiagram*

Metaanalys innebär i de flesta fall att man med hjälp av en uppsättning statistiska metoder räknar fram ett slags genomsnitt avseende flera studiers resultat för att skatta en enda sammanvägd effektstorlek (Borenstein m.fl., 2009).

Ett sätt att grafiskt illustrera en metaanalys är att använda skogsdiagram. Skogsdiagrammet visar skattade effektstorlekar med konfidensintervall för varje studie som ingår

37 Standardiserad skillnad i medelvärde är ett uttryck för effektstorlek. Om värdet på SMD är +1,0 betyder det att en genomsnittlig deltagare i experimentgruppen presterar motsvarande en standardavvikelse bättre än en genomsnittlig deltagare i jämförelsegruppen. Det finns flera något olika tekniker för att beräkna den standardavvikelse som ska användas. Ett ofta använt uttryck för effektstorlek inom utbildningsvetenskaplig forskning är Cohens *d* (eller bara *d*) uppkallat efter dess upphovsperson Jacob Cohen. Cohens *d* är en variant av SMD där standardavvikelsen beräknas på ett visst sätt. Men det finns också andra varianter av SMD. I praktiken har det i det här sammanhanget inte någon stor betydelse vilken av de etablerade teknikerna för att beräkna standardavvikelsen som används. För den som är intresserad av att fördjupa sig på området hänvisar vi till litteratur i statistik och metaanalys (t.ex. Borenstein 2009).

i analysen. Konfidensintervallet ska tolkas som att det är ett talintervall som, med viss angiven sannolikhet, innefattar det sanna värdet för t.ex. ett medelvärde. För att uttrycka det statistiskt kan man säga att konfidensintervallet innehåller alla tänkbara värden som inte kan förkastas. I regel anges övre och nedre gränsen för ett konfidensintervall som har 95 procents sannolikhet. I skogsdiagrammet illustreras konfidensintervallen av horisontella linjer och en punkt i mitten av varje linje visar en studies skattade effektstorlek. En metaanalys presenterad med ett skogsdiagram innehåller också ofta en sammanvägd effektstorlek med konfidensintervall som brukar illustreras med en romb (Andersson, 2003; Borenstein m.fl., 2009; Higgins & Green, 2011).

### *Jämföra äpplen och päron*

Metaanalyser kritiserar ofta för att de jämför äpplen och päron. I många fall kan kritiken vara berättigad. Men i vilken utsträckning det kan vara problematiskt att lägga samman resultat från flera studier skiljer sig stort mellan olika metaanalyser. Det finns inte två studier som är exakt lika i alla avseenden, utan två eller flera studier kan vara mer eller mindre jämförbara. Om det är lämpligt eller inte att göra en metaanalys är därför alltid en bedömningsfråga (Borenstein m.fl., 2009).

### *Metaanalys och skogsdiagram utan sammanvägning*

En metaanalys har inte som enda syfte att ta fram en sammanvägd effektstorlek för de studier som ingår. Den är även ett verktyg för att analysera och presentera studiernas resultat. Pekar alla studier åt samma håll? Är det stor variation mellan studierna? Finns studier som tydligt sticker ut? Finns skäl att försöka finna förklaringar till skillnader i resultat mellan olika studier? Metaanalysen, i synnerhet när den kombineras med ett illustrativt diagram, kan därmed också ses som ett analytiskt och pedagogiskt instrument (Higgins & Green, 2011; Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU), 2014).

Vi har valt att göra metaanalyser och presentera de ingående studiernas resultat när det gäller kunskapsutvecklingen i matematik i skogsdiagram, men då utan att redovisa sammanvägda effektstorlekar. Vår bedömning är att olikheterna är för stora för att det ska vara meningsfullt att väga samman resultaten. Eftersom underlaget är komplext skulle en sammanvägning kunna ge intrycket att de ingående studierna är mer likartade än vad som är fallet och att resultaten är säkrare än vad förutsättningarna tillåter.

För att kunna presentera resultaten i skogsdiagram har vi behövt göra vissa beräkningar. I underlaget ingår dock också studier där resultaten presenterats på ett sätt som gör att vi inte har kunnat använda dem i ett skogsdiagram. Dessa studier är inte med i diagrammen utan redovisas på annat sätt i översikten. För en detaljerad beskrivning av hur vi har resonerat och de beräkningar vi har gjort, se bilaga 3 på [www.skolfi.se](http://www.skolfi.se).

### *Tolka skogsdiagram*

I skogsdiagrammen markerar mittlinjen (0 på x-axeln) ett resultat där de två grup-

perna som jämförs är exakt lika. Om hela konfidensintervallet ligger på höger sida om mittlinjen så är den studerade insatsen statistiskt säkerställt bättre än jämförelsen. Ligger konfidensintervallet helt på vänster sida om mittlinjen så är insatsen statistiskt säkerställt sämre<sup>38</sup>. Om konfidensintervallet korsar mittlinjen saknas en säkerställd skillnad mellan alternativen som jämförs. I dessa fall är tolkningen att det inte går att avgöra om det är någon skillnad mellan jämförda grupper. Strecket i mitten av konfidensintervallen märker ut de enskilda studiernas skattade genomsnittliga effekter (Borenstein m.fl., 2009; Higgins & Green, 2011).

Diagrammen visar hur de ingående studiernas resultat förhåller sig till varandra. Om konfidensintervallen tydligt överlappar kan man säga att studierna är samstämmiga. Men om konfidensintervallen inte överlappar alls eller endast i liten omfattning så tyder det på att det finns viktiga skillnader mellan studierna. Det kan bero på många olika saker. Det kan i vårt fall handla om olikheter i deltagargrupper (t.ex. att elever i olika studier har olika förutsättningar), arbetsätt (t.ex. skillnader i fråga om de digitala lärresursernas konstruktion eller hur de har använts i undervisningen) eller resultatmått (t.ex. att man har mätt olika aspekter av matematikkunskaper).

### *Skogsdiagram som verktyg för orsaksanalyser*

En effekt är alltid sammansatt av många olika orsaker, dvs. det är många faktorer som bidrar till den effekt som följer av en undervisningsinsats med stöd av digitala lärresurser. Den effekt som uppmäts i en enskild studie är i det här fallet avhängig vad för lärresurs man har använt och hur man har använt den, men också på många detaljer i själva forskningsupplägget. Vi har därför gjort orsaksanalyser.

En styrka med att göra orsaksanalyser av effektstudier är att orsakerna med nödvändighet hänger samman med de effekter som har uppmätts. Det betyder att vi kan anta att en studies effektresultat är en konsekvens av det som har hänt i just den studien.

Egenskaper hos digitala lärresurser liksom olika sätt att arbeta med dem i undervisningen kan på olika sätt studeras utan att mäta några effekter. Men alternativet att försöka kombinera information från sådana studier med studier som har mätt effekter kan medföra stor osäkerhet i fråga om det verkligen är samma undervisning som har studerats. Det gäller i synnerhet om den undervisning som undersöks är komplex.

Vår bedömning är att relevanta orsaksfaktorer inom det här området mycket övergripande kan delas in i tre olika kategorier:

- **Forskningsupplägg:** Går det att bedöma om själva forskningsupplägget kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. vad som jämförs med vad?
- **Egenskaper hos de digitala lärresurserna:** Går det att utifrån lärresursernas konstruktion finna egenskaper som kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. om lärresurserna möjliggör att eleverna kan uppleva och urskilja matematiska begrepp och processer visuellt och dynamiskt?

---

38 Ibland kan experimentgruppens resultat i stället placeras till vänster och jämförelsegruppens resultat till höger om mittlinjen. Det har ingen betydelse vilken av varianterna som väljs.

- **Pedagogiskt upplägg:** Går det att utifrån hur de digitala lärresurserna har integrerats i övrig undervisning finna arbetssätt som kan ha haft en viktig betydelse för resultatet, t.ex. om arbetet med lärresurserna har kombinerats med andra aktiviteter?

Varje kategori rymmer många tänkbara orsaksfaktorer. Det är också rimligt att anta att faktorerna samspelar, såväl sådana som faller inom en och samma kategori som faktorer som ryms inom de olika kategorierna. Orsaksfaktorerna kan bidra på olika sätt och olika mycket till en viss effektstorlek och det är en svår uppgift att försöka skilja dem från varandra.

Orsaksanalyserna har gjorts på följande sätt: I ett första steg har vi analyserat de enskilda studierna i syfte att försöka finna viktiga bidragande förklaringar till effekterna. Analyserna har genomförts på ett iterativt sätt, dvs. genom att upprepade gånger och på ett cykliskt sätt analysera studiernas rapporterade effekter i relation till forskningsuppläggen, information om de digitala lärresursernas inneboende egenskaper och hur de har använts i undervisningen.

I ett andra steg har vi försökt finna mönster genom att analysera hela eller större delar av underlaget på ett samlat sätt. I det arbetet har vi använt skogsdiagrammen som analytiska verktyg. Genom att studiernas effektresultat visualiseras i diagrammet underlättas möjligheten att upptäcka skillnader och likheter, dvs. hur studiernas resultat avseende effekter förhåller sig till varandra.

Slutsatserna svarar på den systematiska översiktens frågor. I den här översikten underbyggs svaren med hjälp av skogsdiagrammen respektive orsaksanalyserna. Skogsdiagrammen visar både riktning och storlek avseende uppmätta effekter på barns eller elevers kunskaper i matematik av den matematikundervisning med digitala lärresurser som har studerats. Orsaksanalyserna syftar till att finna framträdande mönster när det gäller hur de uppmätta effekterna kan förklaras. I slutsatserna redovisas också identifierade forskningsbehov.









# 6. Översiktens begränsningar

## 6.1 Studier kan ha missats

Den forskning som ingår i den här översikten har valts ut på grundval av tydliga villkor. Ramarna medför alltid en risk att relevanta studier kan missas. Det kan bero på många olika saker, t.ex. att litteratur inte täcks av de databaser och övriga sökningar som görs, att titel och/eller sammanfattningar antingen innehåller skralt med information eller saknar de sökord som har använts.

## 6.2 Alla studier publiceras inte

All forskning publiceras inte. I synnerhet kan forskning som visar på negativa eller nollresultat i högre utsträckning förbli opublicerad. Skälen till det kan säkert variera, men en förklaring kan vara att både forskare och tidskriftsredaktörer ser sådana resultat som mindre intressanta. En konsekvens kan bli att sammanställningar av publicerade experimentella studier överskattar effekter (Thornton & Lee, 2000). Det är viktigt att vara medveten om denna risk, även om forskningssammanställning av praktiska skäl oftast är hänvisad till publicerade studier.

## 6.3 Överförbarhet och relevans för svenska förhållanden

I vilken utsträckning studiernas resultat är överförbara och kan antas gälla för andra grupper och i andra sammanhang än de som har studerats är alltid en central fråga inom den här sortens forskning. Det handlar då om i vilken grad de elever som har deltagit i studierna kan ses som representativa för en vidare population. Vi har i analyserna försökt ta hänsyn till och beskriva faktorer som kan tänkas påverka överförbarheten. I synnerhet har vi försökt vara så noggranna som möjligt när vi på olika sätt har grupperat studierna. Men någon djupare analys av exempelvis hur sammansättningen av deltagare har sett ut har oftast inte varit möjlig.

De flesta digitala lärresurser som har studerats finns inte på svenska. Flertalet är inte heller öppet tillgängliga. Även om detta medför att lärresurserna oftast inte kan användas direkt i ett svenskt sammanhang ger översikten kunskap om hur digitala lärresurser kan se ut till innehåll och funktion samt hur de kan användas i undervisningen för att ge effekter på elevers kunskaper i matematik.

I underlaget finns bara två studier från Sverige, och ingen ytterligare från övriga Norden. Det är en brist att inte det inte görs, och har gjorts, mer forskning i Sverige

om digitala lärresursers eventuella betydelse för elevers kunskapsutveckling i matematik. Även om det sannolikt finns svensk forskning om digitala matematiklärresurser som ställer andra frågor än vad vi har gjort, är en slutsats att det här är ett forskningsområde som ännu inte fått stort genomslag i Sverige.

## 6.4 Medelvärden och spridningsmått

Studierna som redovisas i rapporten har haft som syfte att jämföra i vilken utsträckning arbetssätt med olika digitala lärresurser påverkar elevers kunskaper i matematik på ett mätbart sätt. Det är viktigt att hålla i minnet att de resultat som hänvisas till avser genomsnittliga effekter inom en grupp. Även om studierna ger viktig information om den potentiella nytta ett arbetssätt kan ha på gruppnivå behöver man vara medveten om att individers förutsättningar är olika. Man kan argumentera för att rapportering av medelvärden ofta kan ge en missvisande bild av vad som kan förväntas. Även om vi har valt att redovisa medelvärden, instämmer vi i en ambition att lyfta fram den osäkerhet medelvärden är behäftade med. Vid tolkning av skogsdiagrammen bör man även tänka på att medelvärdena dessutom kan antas ligga någonstans inom de konfidensintervall som redovisas.

## 6.5 Instrument för utvärderingen av resultaten

De tester som har använts för att utvärdera kunskapsutvecklingen i matematik i de olika studierna skiljer sig åt på flera olika sätt. Medan man i vissa studier har använt tester som relativt direkt kopplar till det ämnesinnehåll eller arbetssätt som har undersökts, har man i andra studier använt sig av generella och mer standardiserade prov. I mindre och kortare studier av mer specifika arbetssätt har forskare vanligen använt tester som är speciellt framtagna för det aktuella experimentet. I de stora utvärderingarna av digitala kurspaket har däremot ofta i stället standardiserade tester använts. Att använda standardiserade tester kan ses som en styrka då testerna är framtagna för att kunna göra generella bedömningar av förvärvade kunskaper utifrån uppställda övergripande mål med undervisningen. Men det kan också få konsekvensen att testerna har en sämre koppling till specifika arbetssätt och då har sämre förmåga att avspegla kunskaper som faktiskt finns (Cheung & Slavin, 2013).

I vilken utsträckning testerna prövar kunskaper på ett sätt som överensstämmer med mål eller krav i styrdokumentet har inte varit möjligt att analysera inom ramen för denna översikt. Det gäller såväl i relation till de styrdokument som har varit aktuella i de sammanhang studierna har genomförts i, som i relation till de svenska styrdokumentet. Testernas utformning och kvalitet kan ha betydelse för vilka slutsatser man kan dra av att en grupp elever i ett test uppnått ett visst resultat (Skolverket, 2006). Det

ska däremot poängteras att utformningen inte påverkar eventuella uppnådda skillnader i resultat mellan experiment- och jämförelsegrupper.

## 6.6 Utmaningar med att tekniken ständigt utvecklas

Digitala läresurser ämnade för matematikundervisning är under ständig utveckling. Samtidigt som de läresurser som finns och används förfinas tillkommer också hela tiden nya. Det medför en utmaning när det gäller att jämföra olika typer av digitala läresurser över tid. Den kunskap som genereras kan därför inte på något enkelt sätt adderas. Ny teknik och nya arbetssätt innebär ofta också förväntningar, såväl positiva som negativa. Det innebär i sig en forskningsmässig utmaning i och med att det blir särskilt viktigt att hantera förväntanseffekter (Morgan m.fl., 2016).





# Referenser

## Delrapport skola

- Adams, D. M., McLaren, B. M., Durkin, K., Mayer, R. E., Rittle-Johnson, B., Isotani, S., & van Velsen, M. (2014). Using erroneous examples to improve mathematics learning with a web-based tutoring system. *Computers in Human Behavior*, 36, 401-411.
- Alexanderson, K., & Davidsson, P. (2016). *Eleverna och internet 2016*. Stockholm: .SE (Stiftelsen för internetinfrastruktur).
- Altıparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A Study on the Teaching of the Concept of Negative Numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47.
- Andersson, G. (2003). *Metaanalys. Metoder, tillämpningar och kontroverser*. Lund: Studentlitteratur.
- Bakker, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2015). Effects of playing mathematics computer games on primary school students' multiplicative reasoning ability. *Contemporary Educational Psychology*, 40, 55-71.
- Bartelet, D., Ghysels, J., Groot, W., Haelermans, C., & Maassen van den Brink, H. (2016). The differential effect of basic mathematics skills homework via a web-based intelligent tutoring system across achievement subgroups and mathematics domains: A randomized field experiment. *Journal of Educational Psychology*, 108(1), 1-20.
- Birgin, O., Bozkurt, E., Gürel, R., & Duru, A. (2015). The Effect of Computer-Assisted Instruction on 7th Grade Students' Achievement and Attitudes toward Mathematics: The Case of the Topic "Vertical Circular Cylinder". *Croatian Journal of Education-Hrvatski Casopis Za Odgoj I Obrazovanje*, 17(3), 783-813.
- Bolyard, J., & Moyer-Packenham, P. (2012). Making Sense of Integer Arithmetic: The Effect of Using Virtual Manipulatives on Students' Representational Fluency. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 31(2), 93-113.
- Borenstein, M., Hedges, L. V., Higgins, J. P. T., & Rothstein, H. R. (2009). *Introduction to Meta-Analysis*. Chichester: Wiley.
- Bos, B. (2009). Virtual math objects with pedagogical, mathematical, and cognitive fidelity. *Computers in Human Behavior*, 25(2), 521-528.
- Bryman, A. (2016). *Social Research Methods* (femte utg.). Oxford: Oxford University Press.
- Çakıroğlu, Ü. (2014). Enriching Project-Based Learning Environments with Virtual Manipulatives: A Comparative Study. *Eurasian Journal of Educational Research*(55), 201-221.
- Campuzano, L., Dynarski, M., Agodini, R., & Rall, K. (2009). *Effectiveness of Reading and Mathematics Software Products: Findings From Two Student Cohorts*. NCEE 2009-4041. Hämtad från <https://eric.ed.gov/?id=ED504657>

- Carr, M., Taasoobshirazi, G., Stroud, R., & Royer, J. M. (2011). Combined Fluency and Cognitive Strategies Instruction Improves Mathematics Achievement in Early Elementary School. *Contemporary Educational Psychology*, 36(4), 323-333.
- Castellar, E. N., All, A., de Marez, L., & Van Looy, J. (2015). Cognitive abilities, digital games and arithmetic performance enhancement: A study comparing the effects of a math game and paper exercises. *Computers & Education*, 85, 123-133.
- Castellar, E. N., Van Looy, J., Szmalec, A., & de Marez, L. (2014). Improving arithmetic skills through gameplay: Assessment of the effectiveness of an educational game in terms of cognitive and affective learning outcomes. *Information Sciences*, 264, 19-31.
- Chang, K.-E., Sung, Y.-T., Chen, Y.-L., & Huang, L.-H. (2008). Learning multiplication through computer-assisted learning activities. *Computers in Human Behavior*, 24(6), 2904-2916.
- Chang, K.-E., Sung, Y.-T., & Lin, S.-F. (2006). Computer-Assisted Learning for Mathematical Problem Solving. *Computers and Education*, 46(2), 140-151.
- Chang, K.-E., Sung, Y.-T., & Lin, S.-Y. (2007). Developing geometry thinking through multimedia learning activities. *Computers in Human Behavior*, 23(5), 2212-2229.
- Chang, M., Evans, M. A., Kim, S., Norton, A., & Samur, Y. (2015). Differential Effects of Learning Games on Mathematics Proficiency. *Educational Media International*, 52(1), 47-57.
- Cheung, A. C. K., & Slavin, R. E. (2013). The Effectiveness of Educational Technology Applications for Enhancing Mathematics Achievement in K-12 Classrooms: A Meta-Analysis. *Educational Research Review*, 9, 88-113.
- Cohen, J. (1969). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. New York: Academic Press.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Craig, S. D., Hu, X., Graesser, A. C., Bargagliotti, A. E., Sterbinsky, A., Cheney, K. R., & Okwumabua, T. (2013). The impact of a technology-based mathematics after-school program using ALEKS on student's knowledge and behaviors. *Computers & Education*, 68, 495-504.
- Davidsson, P., & Findahl, O. (2016). *Svenskarna och internet 2016. Undersökning om svenskarnas internetvanor*. Stockholm: .SE (Stiftelsen för internetinfrastruktur).
- de Kock, W. D., & Harskamp, E. G. (2014). Can Teachers in Primary Education Implement a Metacognitive Computer Programme for Word Problem Solving in Their Mathematics Classes? *Educational Research and Evaluation*, 20(3), 231-250.
- Digitaliseringskommissionen. (2014). *En digital agenda i människans tjänst – en ljusnande framtid kan bli vår. Delbetänkande av Digitaliseringskommissionen*. (SOU 2014:13). Stockholm.
- Drickey, N. (2006). Learning Technologies for Enhancing Student Understanding of Mathematics. *International Journal of Learning*, 13(5), 109-116.
- Drijvers, P., Doorman, M., Kirschner, P., Hoogveld, B., & Boon, P. (2014). The Effect

- of Online Tasks for Algebra on Student Achievement in Grade 8. *Technology, Knowledge and Learning*, 19(1), 1-18.
- Engerman, J., Rusek, M., & Clariana, R. (2014). Excel Spreadsheets for Algebra: Improving Mental Modeling for Problem Solving. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 33(4), 409-427.
- Erbas, A. K., & Yenmez, A. A. (2011). The Effect of Inquiry-Based Explorations in a Dynamic Geometry Environment on Sixth Grade Students' Achievements in Polygons. *Computers & Education*, 57(4), 2462-2475.
- European Commission DG Education & Culture. (2006). *Key Competences for Lifelong Learning – A European Framework*. (2006/962/EC). Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
- Ginsburg, H. P. (2009). The Challenge of Formative Assessment in Mathematics Education: Children's Minds, Teachers' Minds. *Human Development*, 52, 109-128.
- Ginsburg, H. P., Jamalian, A., & Creighan, S. (2013). Cognitive guidelines for the design and evaluation of early mathematics software: The example of MathemAntics. I English, L. & Mulligan, J. (red.), *Advances in Mathematics Education: Reconceptualising early mathematics learning* (sid. 83-120). Dordrecht: Springer.
- Gough, D., Oliver, S., & Thomas, J. (2013). *An Introduction to Systematic Reviews*. London: Sage Publications Ltd.
- Grönlund, Å. (red.) (2014). *Att förändra skolan med teknik: bortom en dator per elev*. Örebro: Örebro universitet.
- Guven, B. (2012). Using Dynamic Geometry Software to Improve Eight Grade Students' Understanding of Transformation Geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(2), 364-382.
- Habgood, J. M. P., & Ainsworth, S. E. (2011). Motivating Children to Learn Effectively: Exploring the Value of Intrinsic Integration in Educational Games. *Journal of the Learning Sciences*, 20(2), 169-206.
- Hamari, J., Shernoff, D. J., Rowe, E., Coller, B., Asbell-Clarke, J., & Edwards, T. (2016). Challenging games help students learn: An empirical study on engagement, flow and immersion in game-based learning. *Computers in Human Behavior*, 54, 170-179.
- Hedrén, R. (1992). Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen. I Emanuelsson, G., Johansson, B., & Ryding, R. (red.), *Geometri och statistik*. Lund: Studentlitteratur.
- Hegedus, S. J., Dalton, S., & Tapper, J. R. (2015). The Impact of Technology-Enhanced Curriculum on Learning Advanced Algebra in US High School Classrooms. *Educational Technology Research and Development*, 63(2), 203-228.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I Lester Jr., F. K. (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (sid. 371-404). Charlotte: Information Age.
- Higgins, J. P. T., & Green, S. (redaktörer). (2011). *Cochrane Handbook for Systematic Reviews of Interventions Version 5.1.0 [updated March 2011]*: The Cochrane Collaboration. Hämtad från <http://handbook.cochrane.org>.

- Jadad, A. R., & Enkin, M. (2007). *Randomized controlled trials: questions, answers, and musings*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Ke, F. (2008a). Alternative Goal Structures for Computer Game-Based Learning. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 3(4), 429-445.
- Ke, F. (2008b). Computer Games Application within Alternative Classroom Goal Structures: Cognitive, Metacognitive, and Affective Evaluation. *Educational Technology Research and Development*, 56(5), 539-556.
- Ke, F., & Grabowski, B. (2007). Gameplaying for maths learning: Cooperative or not? *British Journal of Educational Technology*, 38(2), 249-259.
- Kebritchi, M., Hirumi, A., & Bai, H. Y. (2010). The effects of modern mathematics computer games on mathematics achievement and class motivation. *Computers & Education*, 55(2), 427-443.
- Kellman, P. J., Massey, C., Roth, Z., Burke, T., Zucker, J., Saw, A., Agüero, K. E., & Wise, J. A. (2008). Perceptual Learning and the Technology of Expertise: Studies in Fraction Learning and Algebra. *Pragmatics & Cognition*, 16(2), 356-405.
- Khairulnauar, S., Nazre, A. R., Jamilah, H., Sairabanu, O. K., & Norasikin, F. (2010). Effects of Training Method and Gender on Learning 2D/3D Geometry. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 29(2), 175-188.
- Koedinger, K. R., McLaughlin, E. A., & Heffernan, N. T. (2010). A Quasi-Experimental Evaluation of an On-Line Formative Assessment and Tutoring System. *Journal of Educational Computing Research*, 43(4), 489-510.
- Kolb, D. A. (1984). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development (Vol. 1)*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Kolovou, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Köller, O. (2013). An Intervention Including an Online Game to Improve Grade 6 Students' Performance in Early Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 510-549.
- Kramarski, B., & Friedman, S. (2014). Solicited versus unsolicited metacognitive prompts for fostering mathematical problem solving using multimedia. *Journal of Educational Computing Research*, 50(3), 285-314.
- Kramarski, B., & Gutman, M. (2006). How Can Self-Regulated Learning Be Supported in Mathematical E-Learning Environments? *Journal of Computer Assisted Learning*, 22(1), 24-33.
- Kramarski, B., & Mizrachi, N. (2006). Online Discussion and Self-Regulated Learning: Effects of Instructional Methods on Mathematical Literacy. *Journal of Educational Research*, 99(4), 218-230.
- Ku, O., Chen, S. Y., Wu, D. H., Lao, A. C. C., & Chan, T.-W. (2014). The Effects of Game-Based Learning on Mathematical Confidence and Performance: High Ability vs. Low Ability. *Educational Technology & Society*, 17(3).
- Kuhn, J.-T., & Holling, H. (2014). Number sense or working memory? The effect of two computer based trainings on mathematical skills in elementary school. *Advances in Cognitive Psychology*, 10(2), 59-67.
- Lai, F., Luo, R. F., Zhang, L. X., Huang, X. Z., & Rozelle, S. (2015). Does computer-assisted learning improve learning outcomes? Evidence from a randomized experiment in migrant schools in Beijing. *Economics of Education Review*,



47, 34-48.

- Lee, C.-Y., & Chen, M.-J. (2014). The impacts of virtual manipulatives and prior knowledge on geometry learning performance in junior high school. *Journal of Educational Computing Research*, 50(2), 179-201.
- Leh, J. M., & Jitendra, A. K. (2013). Effects of Computer-Mediated versus Teacher-Mediated Instruction on the Mathematical Word Problem-Solving Performance of Third-Grade Students with Mathematical Difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 36(2), 68-79.
- Liabo, K., Langer, L., Simon, A., Daniel-Gittens, K.-A., Elwick, A., & Tripney, J. (2016). Protocol for a Systematic Review: Provision of Information and Communications Technology (ICT) for Improving Academic Achievement and School Engagement in Students Aged 4-18: The Campbell Collaboration.
- Long, Y. J., & Alevan, V. (2014). Gamification of Joint Student/System Control over Problem Selection in a Linear Equation Tutor. *Intelligent Tutoring Systems*, 8474, 378-387.
- Matsuda, N., Yarzebinski, E., Keiser, V., Raizada, R., Stylianides, G. J., & Koedinger, K. R. (2013). Studying the Effect of a Competitive Game Show in a Learning by Teaching Environment. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 23(1), 1-21.
- Miller, D. J., & Robertson, D. P. (2011). Educational benefits of using game consoles in a primary classroom: A randomised controlled trial. *British Journal of Educational Technology*, 42(5), 850-864.
- Morgan, K., Morgan, M., Johansson, L., & Ruud, E. (2016). *A systematic mapping of the effects of ICT on learning outcomes*. Oslo: Knowledge Center for Education.
- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel*. Hämtad från Washington: Nejem, K. M., & Muhanna, W. (2013). The Effect of Using Computer Games in Teaching Mathematics on Developing the Number Sense of Fourth Grade Students. *Educational Research and Reviews*, 8(16), 1477-1482.
- Obersteiner, A., Reiss, K., & Ufer, S. (2013). How Training on Exact or Approximate Mental Representations of Number Can Enhance First-Grade Students' Basic Number Processing and Arithmetic Skills. *Learning and Instruction*, 23, 125-135.
- Pane, J. F., Griffin, B. A., McCaffrey, D. F., & Karam, R. (2014). Effectiveness of Cognitive Tutor Algebra I at Scale. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 36(2), 127-144.
- Pane, J. F., McCaffrey, D. F., Slaughter, M. E., Steele, J. L., & Ikemoto, G. S. (2010). An Experiment to Evaluate the Efficacy of Cognitive Tutor Geometry. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 3(3), 254-281.
- Pareto, L. (2014). A Teachable Agent Game Engaging Primary School Children to Learn Arithmetic Concepts and Reasoning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 24(3), 251-283.
- Pareto, L., Haake, M., Lindström, P., Sjöden, B., & Gulz, A. (2012). A Teachable Agent Based Game Affording Collaboration and Competition – Evaluating Math Comprehension and Motivation. *Educational Technology Research and*

- Development*, 60(5), 723-751.
- Petticrew, M., & Roberts, H. (2006). *Systematic Reviews in the Social Sciences: A Practical Guide*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Pilli, O., & Aksu, M. (2013). The Effects of Computer-Assisted Instruction on the Achievement, Attitudes and Retention of Fourth Grade Mathematics Students in North Cyprus. *Computers & Education*, 62(3), 62-71.
- Pitchford, N. J. (2015). Development of early mathematical skills with a tablet intervention: A randomized control trial in Malawi. *Frontiers in Psychology*, 6.
- Ploger, D., & Hecht, S. (2009). Enhancing Children's Conceptual Understanding of Mathematics through Chartworld Software. *Journal of Research in Childhood Education*, 23(3), 267.
- Polanin, J. R., & Snilstveit, B. (2016). Campbell Methods Policy Note on Converting Between Effect Sizes. Oslo: The Campbell Collaboration.
- Rau, M. A., Aleven, V., & Rummel, N. (2009, 2009-01-01). *Intelligent Tutoring Systems with Multiple Representations and Self-Explanation Prompts Support Learning of Fractions*. Presenterat vid Proceedings of the 14th International Conference on Artificial Intelligence in Education, Amsterdam, The Netherlands.
- Riconscente, M. M. (2013). Results from a controlled study of the iPad fractions game Motion Math. *Games and Culture: A Journal of Interactive Media*, 8(4), 186-214.
- Roschelle, J., Rafanan, K., Estrella, G., Nussbaum, M., & Claro, S. (2010a). From Handheld Collaborative Tool to Effective Classroom Module: Embedding CSCL in a Broader Design Framework. *Computers & Education*, 55(3), 1018-1026.
- Roschelle, J., Shechtman, N., Tatar, D., Hegedus, S. J., Hopkins, B., Empson, S., Knudsen, J., & Gallagher, L. P. (2010b). Integration of Technology, Curriculum, and Professional Development for Advancing Middle School Mathematics: Three Large-Scale Studies. *American Educational Research Journal*, 47(4), 833-878.
- Rutherford, T., Farkas, G., Duncan, G., Burchinal, M., Kibrick, M., Graham, J., Richland, L., Tran, N., Schneider, S., Duran, L., & Martinez, M. E. (2014). A Randomized Trial of an Elementary School Mathematics Software Intervention: Spatial-Temporal Math. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 7(4), 358-383.
- Scharnagl, S., Evanschitzky, P., Streb, J., Spitzer, M., & Hille, K. (2014). Sixth Graders Benefit from Educational Software when Learning about Fractions: A Controlled Classroom study. *Numeracy: Advancing Education in Quantitative Literacy*, 7(1), 1-14.
- Schenke, K., Rutherford, T., & Farkas, G. (2014). Alignment of game design features and state mathematics standards: Do results reflect intentions? *Computers & Education*, 76, 215-224.
- Schoppek, W. (2012). Dynamic task selection in learning arithmetic: The role of learner control and adaptation based on a hierarchy of skills. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie / German Journal of Educational Psychology*, 26(1), 43-55.

- Schoppek, W., & Tulis, M. (2010). Enhancing Arithmetic and Word-Problem Solving Skills Efficiently by Individualized Computer-Assisted Practice. *Journal of Educational Research*, 103(4), 239-252.
- Shih, S.-C., Kuo, B.-C., & Liu, Y.-L. (2012). Adaptively Ubiquitous Learning in Campus Math Path. *Educational Technology & Society*, 15(2), 298-308.
- Shin, N., Sutherland, L.-A. M., Norris, C. A., & Soloway, E. (2012). Effects of Game Technology on Elementary Student Learning in Mathematics. *British Journal of Educational Technology*, 43(4), 540-560.
- Skolverket. (2006). *Med fokus på matematik och naturvetenskap. En analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016a). IT-användning och IT-kompetens i skolan. Skolverkets IT-uppföljning 2015. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011, reviderad 2016*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016c). *Redovisning av uppdraget om att föreslå nationella IT-strategier för skolväsendet, Dnr U2015/04666/S*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016d). *TIMSS 2015. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. Rapport 448*. Stockholm: Skolverket.
- Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU). (2014). *Utvärdering av metoder i hälso- och sjukvården. En handbok*. Stockholm: Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU).
- Swanepoel, C. H., & Gebrekal, Z. M. (2010). The use of computers in the teaching and learning of functions in school Mathematics in Eritrea. *Africa Education Review*, 7(2), 402-416.
- Sveriges regering. (2017). *Promemoria 'Stärkt digital kompetens i skolans styrdokument'*. Stockholm: Regeringskansliet.
- ter Vrugte, J., de Jong, T., Vandercruyse, S., Wouters, P., van Oostendorp, H., & Elen, J. (2015a). How competition and heterogeneous collaboration interact in prevocational game-based mathematics education. *Computers & Education*, 89, 42-52.
- ter Vrugte, J., de Jong, T., Wouters, P., Vandercruyse, S., Elen, J., & van Oostendorp, H. (2015b). When a game supports prevocational math education but integrated reflection does not. *Journal of Computer Assisted Learning*, 31(5), 462-480.
- Thornton, A., & Lee, P. (2000). Publication bias in meta-analysis: its causes and consequences. *Journal of Clinical Epidemiology*, 53(2), 207-216.
- Tsuei, M. (2012). Using Synchronous Peer Tutoring System to Promote Elementary Students' Learning in Mathematics. *Computers & Education*, 58(4), 1171-1182.
- Ubuz, B., Üstün, I., & Erbas, A. K. (2009). Effect of Dynamic Geometry Environment on Immediate and Retention Level Achievements of Seventh Grade Students. *Eğitim Araştırmaları-Eurasian Journal of Educational Research*, 9(35), 147-164.
- Walkington, C. A. (2013). Using Adaptive Learning Technologies to Personalize

- Instruction to Student Interests: The Impact of Relevant Contexts on Performance and Learning Outcomes. *Journal of Educational Psychology*, 105(4), 932-945.
- Wiburg, K., Chamberlin, B., Valdez, A., Trujillo, K., & Stanford, T. (2016). Impact of Math Snacks Games on Students' Conceptual Understanding. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*.
- Wijekumar, K., Hitchcock, J., Turner, H., Lei, P., & Peck, K. (2009). *A Multisite Cluster Randomized Trial of the Effects of CompassLearning Odyssey[R] Math on the Math Achievement of Selected Grade 4 Students in the Mid-Atlantic Region. Final Report. NCEE 2009-4068*. Hämtad från <http://www.eric.ed.gov/contentdelivery/servlet/ERICServlet?accno=ED507314>
- Wong, M., & Evans, D. (2007). Improving Basic Multiplication Fact Recall for Primary School Students. *Mathematics Education Research Journal*, 19(1), 89-106.
- Yamani, H. A., Robertson, M., & Skabar, A. (2013). Educational Digital Games: Opportunity for Successful Mathematics Learning in Saudi Arabian Primary Schools. *Journal of Science & Mathematics Education in Southeast Asia*, 36(2), 121-145.
- Ysseldyke, J., & Tardrew, S. (2007). Use of a Progress Monitoring System to Enable Teachers to Differentiate Mathematics Instruction. *Journal of Applied School Psychology*, 24(1), 1-28.

## Delrapport förskola

- Andersson, G. (2003). *Metaanalys. Metoder, tillämpningar och kontroverser*. Lund: Studentlitteratur.
- Borenstein, M., Hedges, L. V., Higgins, J. P. T., & Rothstein, H. R. (2009). *Introduction to Meta-Analysis*. Chichester: Wiley.
- Bryman, A. (2016). *Social Research Methods* (femte utg.). Oxford: Oxford University Press.
- Cohen, J. (1969). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. New York: Academic Press.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Davidsson, P., & Findahl, O. (2016). *Svenskarna och internet 2016. Undersökning om svenskarnas internetvanor*. Stockholm: .SE (Stiftelsen för internetinfrastruktur).
- Desoete, A., & Praet, M. (2013). Inclusive mathematics education: The value of a computerized look-ahead approach in kindergarten. A randomized controlled study. *Erdélyi Pszichológiai Szemle*, 103-119.
- Foster, M. E., Anthony, J. L., Clements, D. H., Sarama, J., & Williams, J. M. (2016). Improving Mathematics Learning of Kindergarten Students Through Computer-Assisted Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(3), 206-232.
- Gómez, F., Nussbaum, M., Weitz, J. F., Lopez, X., Mena, J., & Torres, A. (2013). Co-

- located single display collaborative learning for early childhood education. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 8(2), 225-244.
- Gough, D., Oliver, S., & Thomas, J. (2013). *An Introduction to Systematic Reviews*. London: Sage Publications Ltd.
- Grönlund, Å. (red.) (2014). *Att förändra skolan med teknik: bortom en dator per elev*. Örebro: Örebro universitet.
- Hamari, J., Shernoff, D. J., Rowe, E., Coller, B., Asbell-Clarke, J., & Edwards, T. (2016). Challenging games help students learn: An empirical study on engagement, flow and immersion in game-based learning. *Computers in Human Behavior*, 54, 170-179.
- Higgins, J. P. T., & Green, S. (redaktörer). (2011). *Cochrane Handbook for Systematic Reviews of Interventions Version 5.1.0 [updated March 2011]*: The Cochrane Collaboration. Available from <http://handbook.cochrane.org>.
- Jadad, A. R., & Enkin, M. (2007). *Randomized controlled trials: questions, answers, and musings*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Kramarski, B., & Weiss, I. (2007). Investigating preschool children's mathematical engagement in a multimedia collaborative environment. *Journal of Cognitive Education and Psychology*, 6(3), 411-432.
- Liabo, K., Langer, L., Simon, A., Daniel-Gittens, K.-A., Elwick, A., & Tripney, J. (2016). *Protocol for a Systematic Review: Provision of Information and Communications Technology (ICT) for Improving Academic Achievement and School Engagement in Students Aged 4-18*: The Campbell Collaboration.
- Mattoon, C., Bates, A., Shifflet, R., Latham, N., & Ennis, S. (2015). Examining Computational Skills in Prekindergarteners: The Effects of Traditional and Digital Manipulatives in a Prekindergarten Classroom. *Early Childhood Research & Practice*, 17(1).
- Morgan, K., Morgan, M., Johansson, L., & Ruud, E. (2016). *A systematic mapping of the effects of ICT on learning outcomes*. Oslo: Knowledge Center for Education.
- Petticrew, M., & Roberts, H. (2006). *Systematic Reviews in the Social Sciences: A Practical Guide*. Oxford: Blackwell Publishing.
- Polanin, J. R., & Snilstveit, B. (2016). *Campbell Methods Policy Note on Converting Between Effect Sizes*. Oslo: The Campbell Collaboration.
- Praet, M., & Desoete, A. (2014). Enhancing young children's arithmetic skills through non-intensive, computerised kindergarten interventions: A randomised controlled study. *Teaching and Teacher Education*, 39, 56-65.
- Schacter, J., & Jo, B. (2016). Improving low-income preschoolers mathematics achievement with Math Shelf, a preschool tablet computer curriculum. *Computers in Human Behavior*, 55, 223-229.
- Schacter, J., Shih, J., Allen, C. M., DeVaul, L., Adkins, A. B., Ito, T., & Jo, B. (2016). Math Shelf: A randomized trial of a prekindergarten tablet number sense curriculum. *Early Education and Development*, 27(1), 74-88.
- Skolverket. (2006). *Med fokus på matematik och naturvetenskap. En analys av skillnader och likheter mellan internationella jämförande studier och nationella kursplaner*. Stockholm: Skolverket.

- Skolverket. (2016a). *IT-användning och IT-kompetens i skolan. Skolverkets IT-uppföljning 2015*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016b). *Redovisning av uppdraget om att föreslå nationella IT-strategier för skolväsendet, Dnr U2015/04666/S*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2016c). *TIMSS 2015. Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv. Rapport 448*. Stockholm: Skolverket.
- Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU). (2014). *Utvärdering av metoder i hälso- och sjukvården. En handbok*. Stockholm: Statens beredning för medicinsk utvärdering (SBU).
- Sveriges regering. (2017a). *Nationell digitaliseringsstrategi för skolväsendet*. Stockholm: Regeringskansliet.
- Sveriges regering. (2017b). *Uppdrag om en översyn av läroplanen för förskolan*. Stockholm: Regeringskansliet.
- Thornton, A., & Lee, P. (2000). Publication bias in meta-analysis: its causes and consequences. *Journal of Clinical Epidemiology*, 53(2), 207-216.
- Weiss, I., Kramarski, B., & Talis, S. (2006). Effects of Multimedia Environments on Kindergarten Children's Mathematical Achievements and Style of Learning. *Educational Media International*, 43(1), 3-17.
- Wilson, A. J., Dehaene, S., Dubois, O., & Fayol, M. (2009). Effects of an Adaptive Game Intervention on Accessing Number Sense in Low-Socioeconomic-Status Kindergarten Children. *Mind, Brain, and Education*, 3(4), 224-234.

